

Benedikt Burghardt

**Az arany metszés formavilága
a természetben és a zenében**

DLA doktori értekezés

2017

**Liszt Ferenc Zeneművészeti Egyetem
28-as számú művészet-és művelődéstörténeti
besorolású doktori iskola**

**Az arany metszés formavilága
a természetben és a zenében**

Benedikt Burghardt

DLA doktori értekezés

2017

Tartalomjegyzék

Bevezetés	III
I. Az aranymetszés a matematikában, a természetben, az embernél és a világegyetemben	
1. Az aranymetszés megjelenési formái a matematikában	1
1.1 Számtan	1
1.2 Mértan	4
1.3 A Fibonacci-számsor	9
2. Az aranymetszés megjelenési formái a természetben, az embernél és a világegyetemben	13
2.1 Az aranymetszés a növény- és állatvilágban	15
2.1.1 Egyszerű arányok aranymetszésben	16
2.1.2 Többszörös arányok aranymetszésben	19
2.1.3 Centrálisan-összetett formák	24
2.1.4 Gyakori arányok aranymetszésben	26
2.1.5 Spirális formák	33
2.1.6 Fibonacci-számsorozatok	38
2.2 Az emberi test szimmetriája és aszimmetriája	47
2.3 Arany arányok a bolygórendszerben	56
3. Összevetés és reflexió	65
3.1 Aranymetszés a mikro-és makrokozmoszban	65
3.2 'A matematika, mint a természet nyelve'	72
3.3 Az arany arány – Eszme és jelenség	76
3.4 Az aranymetszés esztétikájáról	78
II. Aranymetszés és zene	
4. Aranymetszés és zene	82
4.1 Szempontok a zene természetéhez	83
4.2 Vizsgálati megközelítések és módszerek	86

5. Fibonacci-számok elemi zenei struktúrákban	90
6. Az aranymetszés formái az egyszólamú népdalok melodikájában	92
6.1 Egyszerű dallamtagolódás aranymetszésben	94
6.2 Többszörös dallamtagolódás aranymetszésben	115
6.3 Centrálisan-összetett dallamformák	119
6.4 Fibonacci-számsorozatok a dallamformálásban	124
7. Az aranymetszés többszólamú zeneművekben	128
7.1 Johann Sebastian Bach – Nr. 24. prelúdium és fuga (Wohltemperiertes Klavier I)	131
7.2 Jakob Obrecht – O vos omnes (motetta)	132
7.3 Arvo Pärt – Fratres (Vonószekarra és ütőkre)	133
7.4 Johann Sebastian Bach – Contrapunctus I (A fuga művészete)	136
7.5 Paul Hindemith – Fuga tertia F-dúrban (Ludus Tonalis)	138
7.6 Bartók Béla – Zene húros hangszerekre, ütőkre és cselesztára (1. tétel)	140
7.7 Frédéric Chopin – Prelúd Nr. 1 (op. 28)	144
7.8 Wilhelm Killmayer – Nachtgedanken (zenekarra)	146
7.9 Bartók Béla – Mese a kis légyről (Mikrokozmosz VI)	152
7.10 Wolfgang Amadeus Mozart – C-dúr zongoraszonáta, KV 545 (1. tétel)	155
7.11 Guillaume de Machaut – Tant doucement (Rondó)	157
7.12 Wolfgang Hofmann – Fünf Stücke für Streichorchester (Nr. I)	160
7.13 Karl Schiske – Divertimento (op. 49)	166
7.14 Per Nørgård – Canon (orgonára)	174
7.15 Karlheinz Stockhausen – Klavierstück IX	179
7.16 Sofia Gubaidulina – Quasi Hoquetus (brácsára, fagottra és zongorára)	184
8. Záró elmélkedés	195
Irodalomjegyzék	199
Ábrák és kottapéldák jegyzéke	211

Bevezetés

Az arany metszés elve egy egyedülálló jelenséget mutat meg, mely a matematikailag absztrakt megfoghatóságán kívül, mint konkrét formáló koncepció használatuk fel úgy a külsőleg adott természet különböző élővilágaiban, mint a művészi kreativitás variált formáiban is. Speciális arány-és formálógesztusai nem csupán az objektív, látható világ területeire vonatkoznak, hanem a hallható térre is: egy időbeli formális tagolódási ritmikára, valamint hangzó struktúrák és mozgási folyamatok pozicionálására és vonatkozásba helyezésére is.

A zenei kontextusban az arany metszés a felülrendelt *zene és szám* tematika rész-szemponthaként a zeneiség egy mélyebb síkját mutatja fel, melyben hangzás és zenemű, valamint természet és kozmosz kapcsolódik össze a bennük rejlő számszerűség alapján. A Pitagorasz óta követett harmonikális ismeretfeltevések áradatában a szám eljut egy alakító formai együttható jelentőségéhez, mely a látható- és hallható jelenségek különböző területeit számtanilag és mértanilag is alakítja, ezzel meghatározva a mindenkor morfológiai formáló-gesztusok karakterét. Ez a harmonikális feltevés ezen kívül a *musica mundana* hagyományozott koncepciójához kapcsolódik, mely Boethius szerint az elemi természet és a kozmosz egy számszerűen konfigurált, objektív hangzásvilágának, a *musica humana* szubjektív élményvilágának és a *musica instrumentalis* egy individuálisan kreatív irányultságú világának szolgál alapjául. Az arany metszés egyszeri irracionális számnagysága, mint egy mindenek előtti, formateremtő tagolódási-és arányelv a természetes zenei hangzásbeliség egészszámos racionális szerkezeti berendezésén belül mindhárom nevezett szinten igazolható. Ez a kiindulási pont, mint központi tézis szolgál a dolgozat alapjául, melyet fenomenológiailag három nagy témaívben mutatunk be és vizsgálunk meg.

Itt az arany arány egy kivétel nélkül mindenütt jelenlévő alapeszmeként tűnik fel, melynek matematikai megjelenési formái egy specifikus formakánont képeznek, amely alapján az első témakörben a növénytan, állattan, emberi anatómia, asztronómia, valamint ennek megfelelő elemi zenei struktúrák példaszerű szemléltetése, analízisa és kiértékelése történik. Az ezeken a területeken végrehajtott irodalmi-és anyagkutatások ezzel azt a célt is szolgálják, hogy az egyesével kiválasztott és előkészített példák egy leginkább felülvizsgált és alapvetően aktualizált állapotfelvételét megerősítsék.

A második téma ívében egy eddig teljesen figyelmen kívül hagyott kutatási szempontot követünk, mely az egyszólamú vokális népzene területét tekintve azt a réteget érinti a zeneiségnek, amely, mint *musica humana* rámutat az általános és univerzálisan jelenlévő

emberi zenei tehetségre. A nemzeteket átfogó népdalkincsben a dallamképzés egyszerű, szimmetrikus struktúrái mellett ugyanúgy megtalálhatóak az arany formálás sokrétű formái, melyek azt a tényt világítják meg, hogy az aranymetszés aszimmetrikus dinamikája ugyanolyan módon a természetben létrejött zenei formaalkotásnak is összekötő része. Az aranymetszés azelőtt a matematikából levezetett és a természet birodalmában szemléltetett formai köre messzemenően analóg módon bukkan fel a népdalok területén, mely által Bartók Bélának „a népdal, mint természeti jelenség” jellemzése egy további jelentésárnyalatban részesül. Az ebből látható vizsgálati eredmények nem utolsósorban a formális-intuitív módon létrejött zeneművek megítélésének és értékelésének kérdésére vetnek új fényt ott is, ahol komplexebb, aszimmetrikus alakítóformákról van szó.

A harmadik részben végül egy sor műelemzés tárgyalása történik, mely arany arányok kontextusában ábrázolja a szisztematikus sorrendben és hozzárendelésben többszólamúan megtervezett, hangszeres és vokális kompozíciók formáit. A reneszánsztól a jelenkorig kiterjedő, példaként összeállított művek íve különböző zenei-strukturális formáló-aspektusokhoz kapcsolódik, melyek összefüggésükben az arany arányokat a művek lényegében hordozzák, és itt is hajlik afelé, hogy az arany elv alkalmazási lehetőségeinek sokrétűségét megfelelően visszaadja. A publikációkban és disszertációkban már meglévő, analitikailag kézenfekvő és helytállóan kifejtett műelemzések mellett a tanulmányokból részben csak hozzátétőlegesen felvázolt és statisztikai anyaggyűjteményekből elsajátított utalásokra is azonos módon hivatkozunk, követjük tovább és dolgozzuk ki azokat. Az itt összeállított példacsoportok körében újból szemügyre vett és önállóan végrehajtott műanalízisek bemutatásai is megtalálhatóak. – Lendvai Ernő Bartók-analíziseinek sajátos problématerületét – mely témának közzététele egyrészt a zenetudományos aranymetszésbeli gondolkodásmódban, valamint jelenkori zeneszerzők munkásságában világosan ihletadó nyomokat hagyott, másrészt a részlegesen spekuláló és idealizáló vizsgálati eredmények egy sokoldalúan vitatott diskurzusát idézte elő – itt két kiválasztott műelemzés alapján ragadjuk meg és elmélkedünk róla. Lendvai utasításaihoz kapcsolódóan a kronometrikus analízis-módszertan útján alternatív interpretációs szempontok adódnak, tekintve egy formailag arany tagolódás szerinti alakulást.

Sofia Gubaidulina munkássága a kiválasztott *Hoquetus* kompozíció alapján ebben az értelemben szemünk elé tárja a bemutatott művek sorozatának lezárását és célját, azzal, amikor az aranymetszés *zene*, *szám* és *természet* témakörének különleges formáló kvalitásainak tekintetében példás módon „újra feltalál és lezár” kreatív zeneműi gyakorlatában, valamint nézet-és gondolkodási módjában is. A *musica instrumentalis* ezzel bemutatott világa itt, mint egy individuálisan teremtő képmás áll dialógikus kölcsönhatásban a *musica mundana* természet által adott, harmonikális alapgesztusaival.

Ezzel a három nevezett tématerület felépítésében és sorrendjében egy első, matematikai-természettudományos irányultságú témablokkra, melyben az aranymetszés formavilága a kívülről látható élővilágok morfológiai jelenségein megfigyelhető, vizsgálható és rendszerezhető; valamint egy másodikra tagolódik, mely erre épülve ugyanazon jelenségeket zenetudományosan lényeges szemszögek szerint a hallhatóan érzékelt zene morfológiáján belül tárgyalja. A kettő közé kerül az összefoglalás és reflexió síkja, melyben olyan kérdésközpontok kerülnek járunk utána, melyek egyes speciális szempontok alapján közelebbről világítják meg mindkét téma irányát. Ehhez különösen a következők tartoznak: az aranymetszés szimmetria és aszimmetriai kontextusában alapvetően elvi-benne foglalt tulajdonságai, racionalitás és irracionalitás, valamint növekedés és csökkenés; az aranymetszés megértése - , tekintve megjelenési formáit és átfogó formáló-eszméjét; a 'matematika a természetben' koncepció evidenciájának kérdése, valamint nem utolsósorban az aranymetszés, mint esztétikai szépségideál hagyományozott nézetének egy aktuális kritikus eszmecseréje és újraértékelése. A zenei részben Anton Webern *Der Weg zur neuen Musik* előadásainak összefüggésében a zenei nyelv alapvetően természettől meghatározott kritériumainak megfelelően elhelyezett aspektusait, valamint az azzal összekötött formálási módokat és formákat dolgozzuk ki.

Az aranymetszés természetben és zenében található formavilága így egy széles szétágazó tématerületet tár szemünk elé, melynek egyes komplex kritériumait, valamint interdiszciplináris hálózati összekapcsolódásait e dolgozatban próbáljuk meg összefüggően megragadni.

Itt szeretném különösen megköszönni a témához kapcsolódó értékes utalásokat és ösztönző beszélgetéseket prof. dr. Walter Hutternek és prof. dr. Christoph Huecknak (Freie Hochschule Stuttgart), dr. Urs Tellkampfnak és Dominikus Burghardtnak a türelmes korrektúraolvasást és a szerkesztői segítséget, ezen kívül Kovács Ágnesnek a dolgozat magyar fordításának elkészítését, valamint a Stuttgarter Pädagogische Forschungsstelle (Stuttgart) projekt támogató elkötelezettségét.

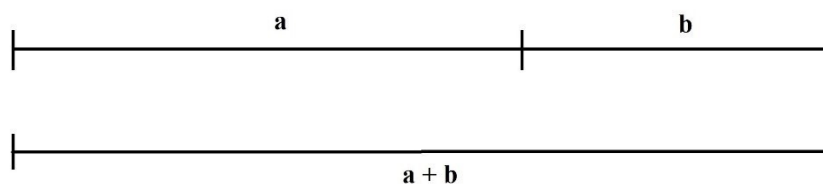
1. Az aranymetszés megjelenítési formái a matematikában

1.1 Számtan

Az egész (1) osztásánál sokrétű lehetőség adott, hogy az így létrejött részeket kapcsolatba hozzuk az egésszel. Először is eredetileg a szimmetrikus felezés ($1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$) jelenik meg, melynél minden rész egy másiknak pontosan megfeleltethető, ill. minden rész egy fél egész. Ez hasonlóan viszonyul az egész számos haladáshoz, az egész harmadolásánál vagy negyedelésénél (stb.): a részek mindig megfeleltethető egészszámos törtet adnak ki és egy számszimmetrikus képet mutatnak (z. B. $\frac{1}{3} \times \frac{3}{1} = 1$); Ezek viszonya- az arányok szerint-szimmetrikus (Pl.: 1:4) vagy aszimmetrikus (Pl.: 1:7).

Az aranymetszés egy különleges osztási-és feszültségarányt mutat, melynek a felosztási elve és az azzal egybekötött megformálási eszméje egyedülálló. Ennél egy egész úgy lesz felosztva, hogy a létrejövő részek egymással ugyanabban az arányban állnak, mint a nagyobb rész az egésszel. Ez azt jelenti, hogy a felosztásnál megmarad a részek egészhez való aránya, ill., hogy a részek arányában a kölcsönös kapcsolat az egész felé leképződik. Ez határozza meg egyedülálló módon az aranymetszetet.

Egy szakasz példáján ez a következőképpen néz ki (1. ábra):



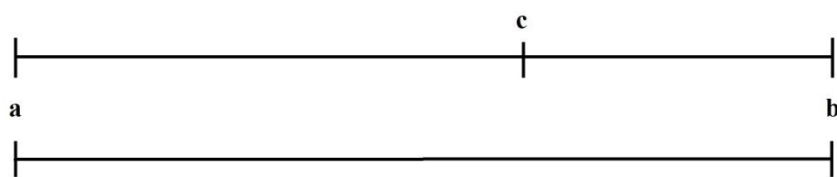
1. ábra

A teljes szakaszt két részre, **a**-ra és **b**-re osztjuk, melyek azonos arányban állnak egymáshoz (**a : b**), mint a nagyobb szakaszrész (**a**) az egész szakasz hosszához. (**a + b**). Ez az osztási elvet először a görög matematikus, Eukleidész¹ foglalta írásba. Eukleidész értelemszerűen definiálja:

¹ Eukleidész (kb.Kr.e.360-kb.Kr.e.280), görög matematikus; a számítás a tizenhárom kötetes „Elemek” c. művéből származik, mely korának számtanát és geometriáját foglalja össze és rendszerezi. A Biblia után ez az akadémikus tankönyv volt 2000 éven keresztül, egészen a 19. század végéig a világirodalom legszélesebb körben elterjedt műve.

Az **a** és **b** pontok közti szakasz a **c** pont által lesz felosztva az aranymetszésben,² ha a szakaszok viszonyára a következő érvényes (2. á.):

$$a b : a c = a c : c b$$



2. á.

A nagyobb rész (**a c** = Major) kisebb részhez (**c b** = Minor) való viszonyának számolásakor egy végtelen számot (végtelen tizedes törtet) kapunk, mely konstans *Fi*-ként (Φ) ismert:³

$$\Phi = 1,61803398874989484820458683436563811772030917.....$$

A klasszikus matematikai képlet az aranymetszés arányának számítására így hangzik:

$$\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618 ...$$

Ez a szakasz példáján a következőt jelenti (**1**): A nagyobb **a c** (Major) rész 1,618...-szor nagyobb, mint a kisebb **cb** (**Minor**) rész; és egyidejűleg az egész szakasz **ab** 1.618...-szor nagyobb, mint annak nagyobb része, **ac**. Az aranymetszés szakaszarányai tehát a következőket teszik ki:

$$1 : 0,618... : 0,382...$$

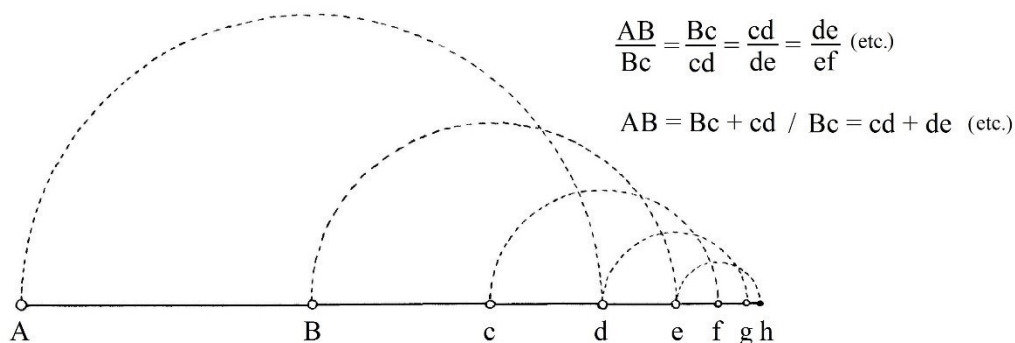
E három számarány felállítása egyben az aranymetszésre jellemző elvre, a folyamatos osztás elvére⁴ is utal. A tovább folytatott nem egyenlő részekre való osztás (a Φ faktorról) összekapcsolódik a folytonosan változatlan, a részeknek egymáshoz való

² Eukleidész az aranymetszés fogalmát még nem használta. A latin fordításban így írja: „...proportio habens me-dium et duo extrema...” Mai használatos fordításban: „Középső (belső) arányban osztás”, melyből az arany közép fogalma ered.

³ A *fi* elnevezés a görög ábécé 21. betűje; egyben a görög szobrász és matematikus Pheidiasz (Kr.e.500-Kr.e.432) nevéből származik és 1909-ben vezette be Mark Barr amerikai matematikus.

⁴ Latinul: „Proportio continua”, német nyelvterületen először 1539-ben, W. Schmid által említve, mint „stäte Proportz” (állandó arány).

arányaival, és ezzel az egészhez való arányaival is. A folyamatos osztás lineárisan a következőképpen néz ki (3. ábra):



3.á.

Ez az elv az újabb matematikában használt fogalomnak, az önhasonlóság elvének⁵ felel meg. Másképp szólva: az 1-nek 0,618...-del való osztása során az **1,618...** értékkel az előző arány egy önhasonló nagyítása jön létre (1: 0,618...); ez a nagyítás – a major 1,618... a minorhoz 1 – megtartja ugyanazt a belső arányt (1,618... 1 = 1 : 0,618...).⁶

A Φ számnagyság magát, mint végtelen lánc törtet mutatja:

$$\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$$

Az úgynevezett nemes számok⁷ között, amelyek különösen nehezen becsülhetők meg racionális számok segítségével, az ún. aranyszám Φ a legnemesebb szám, mivel a lánc tört- be kezdettől fogva és kizárólagosan csak egyesekből áll. Ha ennek a legegyszerűbb szabályos

⁵ Az önhasonlóság fogalma a kaoszelmélet kutatásából ered. Itt élő organizmusok természetes szerkezeteit írják le matematikailag-mértanilag úgynevezett fraktálok segítségével. A fraktálok felépítésükben önhasonlóan viselkednek, formáik kicsiben és nagyban is ismétlődnek. Ezzel egy ilyen organizmus minden részterületébe áthelyeződik az össz-forma 'intenciója'.

⁶ Az osztás eredménye harmadik tizedes jegyig való pontosságot mutat fel; a negyedik tizedes jegytől keletkeznek csekély eltérések.

⁷ Nemes számok azok a számok, melyeknek lánc tört-megjelenésében egy bizonyos helytől már csak egyesek fordulnak elő.

lánctörtnek az egyes lépéseit számoljuk, egy olyan arányrész jön létre, mely az aranymetszés egy racionális megközelítését adja.

$$\begin{aligned}\Phi_0 &= 1 \\ \Phi_1 &= 1 + \frac{1}{1} = \frac{2}{1} \\ \Phi_2 &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}} = \frac{3}{2} \\ \Phi_3 &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}} = \frac{5}{3} \\ \Phi_4 &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}} = \frac{8}{5}\end{aligned}$$

A lánctértek folyamatának eredménye ($1 - 2/1 - 3/2 - 5/3 - 8/5$ stb.) a Fibonacci-számsor kezdetének felel meg, amellyel a következő fejezetben még külön foglalkozom. Ennek az arányviszonyai folyamatosan és következetesen a Φ számértékhez közelítenek.

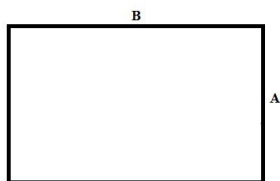
Az itt felvezetett számtani megjelenítési formák egyrészt azt mutatják, hogyan lehet a Φ számértéket pontosan körül írni és ezzel együtt definiálni; másrészt viszont – a számsorok, ill. törtek végtelensége miatt – hogy soha nem lesz egészen meghatározható. A Φ magától értetődően a racionális és az irracionális határán mozog és magába foglalja az irracionális tulajdonságait.

A látható, konkrét megjelenési formák útját követve, melyek megfelelő számarányokat mutatnak, a Φ ezzel ellentétben egy számnagyságként is elképzelhető, mely az irracionális területéről belenyúlik a racionális területébe.

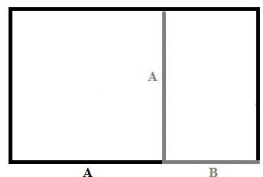
1.2 Mértan

Az aranymetszés geometriai ábrázolásának alapformáihoz tartoznak: az arany téglalap, az arany háromszög, a szabályos ötszög (Pentagon) és a pentagramma; ezen kívül az aranyszög, valamint az arany spirális, mint a logaritmikus spirális egy speciális formája.

Az arany téglalap az oldalhosszak aranymetszésbeli arányaival határozható meg: $B : A = \Phi$ (4. á.). Egy, a téglalap A oldalhosszúságával vett belső négyzet konstrukciójával egy ön-hasonló formatagolódás jön létre: $A : B = \Phi$ (5. á.).

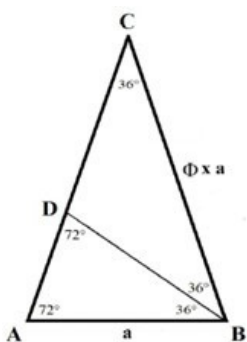


4. á.

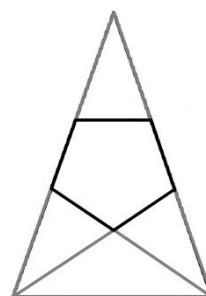


5. á.

A csúcsszögű arany háromszög egy egyenlő szárú háromszög, melynek alaphossza a szárhosszával aranymetszésben áll: $a : \Phi \times a$ (6. á.). A szögfelezővel (BD) a szár ($AC = \Phi \times a$) így aranymetszésben osztható fel (D), ezáltal egy ön-hasonló háromszög jön létre (ABD). Ennél a D pont határozza meg a $CA : CD = CD : DA$ arányokat. További végrehajtott ön-hasonló arany háromszögekre való osztásnál, melyeknél az oldalak Φ faktorral való csökkentését vesszük segítségbe, középen egy másik geometriai forma jelenik meg: a szabályos ötszög (7. á.).

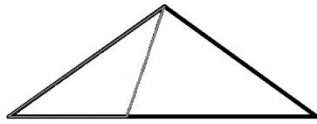


6. á.

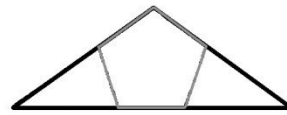


7. á.

Az említett elvek ugyanilyen módon jelennek meg a tompaszögű arany háromszögnél (6. á.), amely az egyenlő szárú háromszög egy maradék háromszögeként vezethető le: $ABC - ABD = BCD$. A két 36° -os szög most az alapszög, a háromszög csúcsszöge pedig 108° ($36^\circ + 72^\circ$) nagyságú. Az oldalak további, Φ faktorral való csökkentésével egy ön-hasonló, tompaszögű és maradék háromszög; egy csúcsszögű háromszög (8. á.); valamint itt is egy egyenlő oldalú ötszög – most megfordítva – jön létre (9. á.).

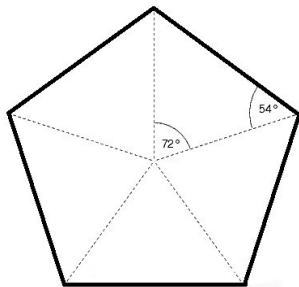


8. á.

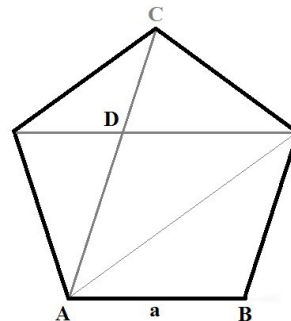


9. á.

A szabályos ötszög (Pentagon) öt azonos hosszúságú oldallal, valamint azonos nagyságú belső szöggel rendelkezik. Az arany háromszögek szögértéke itt is megjelenik: az öt belső háromszög alapszögei 54° -osak, a csúcsszögei 72° -nak felelnek meg, mely pontosan egy ötöde a teljes körnek ($360^\circ : 5 = 72^\circ$); a két szomszédos oldalszél szögének összege pedig $2 \times 54^\circ = 108^\circ$ -ot tesz ki (10. á.). A szabályos ötszögben az aranymetszés többszörösen mutatkozik meg: az oldalak hosszaránya (pl. **AB**) az átlóhoz (pl. **AC**) – itt $AC = \Phi \times a$ –, amelynél az egymással szemben fekvő oldalak és átlók pontosan párhuzamosan haladnak, de az átlók minden egyes metszéspontjainál is: itt a **D** határozza meg az ismert $AC : AD = AD : DC$ (11. á.) arányokat.

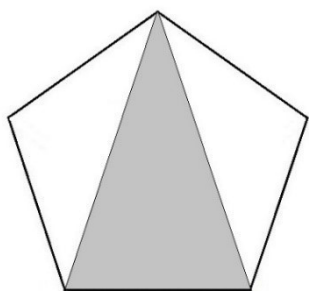


10. á.

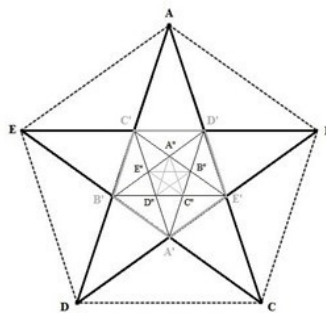


11. á.

A már előbb említett arany háromszöggel való formai összefüggés a szabályos ötszögnél is felismerhető, egy centrális egyenlőszárú és két oldalsó, tompaszögű aranyháromszögre való felosztásakor, amelyek az ötszög maradék területét töltik ki (12. á.). A minden sarkot összekötő valamennyi átlóból itt egy szabályos, csillag-ötszög, ill. pentagramma keletkezik (13. á.). Az átlók metszéspontjainál A' , B' , C' , D' , E' , melyek az arany arányt mutatják, belül egy ön-hasonló fordított ötszög jelenik meg. E belső ötszög átlóira ugyanaz a törvény vonatkozik, mint a szabályosan-váltakozó, belső, ön-hasonló formákra való felosztásnál (A'' , B'' , C'' , D'' , E''). Az osztás elviekben a végtelenségig folytatható.

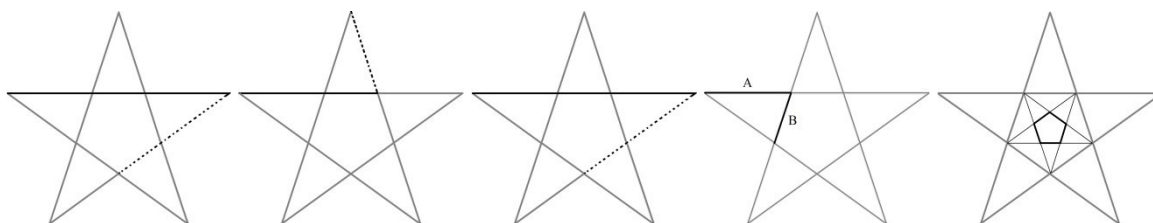


12. á.



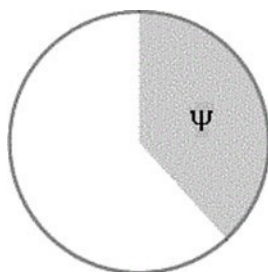
13. á.

A pentagrammában minden szakasz és részzakasz a szomszédos aranymetszésbeli szakaszarányal rendelkezik. A közepén található ötszög köré kívül öt csúcsszögű arany háromszög rendeződik (sugarasan), köztük pedig öt tompaszögű arany háromszög található (13. á.).⁸ A pentagramma minden csúcsának pontjából a szemben fekvő csúcsok két pontjával egy-egy arany háromszög képezhető. A belső ötszögben valamennyi sarok összekötésével egy belső, kicsinyített pentagramma jön létre (14. á.)



14. á.

Az arany szögnél a teljes kört osztjuk fel az aranymetszés arányai szerint: $360^\circ : \Phi = 222,5^\circ : 137,5^\circ$. Az ezzel kapcsolatosan használt jel a Ψ vagy ψ ⁹ (15. á.).



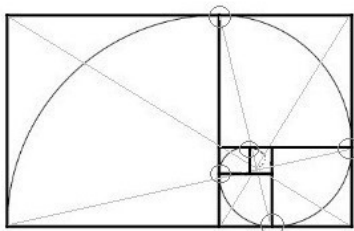
15. á.

⁸ A bővített pentagramma e formájában „... nem kevesebb, mint 7500 csoportja található a három különböző hosszúságnak, melyek egymással arany arányban állnak.” – Ernst Bindel, *Die Geometrie des Pentagramms und der Goldene Schnitt* (Stuttgart, 1932), 14

⁹ Mindkét szimbólum a *pszi*-t jelöli, a görög ábécé 27.betűjét; a nagybetűs a nagyobb szög-szakaszhoz, a kisbetűs a kisebbhez tartozik.

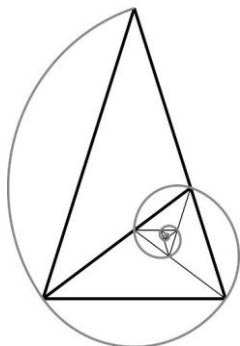
$$\Psi = \frac{360^\circ}{\Phi} \approx 222,5^\circ \text{ oder: } \psi = 360^\circ - \frac{360^\circ}{\Phi} \approx 137,5^\circ$$

Arany spirálisnak a logaritmikus spirális egy egyedi fajtáját nevezzük, melynek növekedési faktora a konstans Φ által meghatározott. Létrejöhet pl. egy az aranymetszésben önhasonlóan felosztott téglalapból is. Itt a mindenkor külső téglalap folyamatosan egy négyzetre és egy belső téglalapra való tagolódása által jönnek létre az ehhez szükséges pontok (16. á.).¹⁰

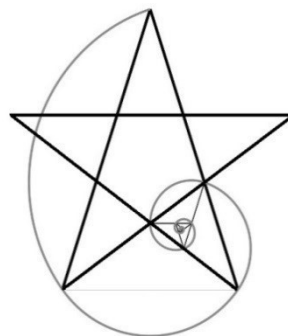


16. á.

Ezekből a pontokból jön létre az átmenet a négyzet és a téglalap lineáriságából a spirális körkörösségbe. Az átló metszéspontjában található az arany spirális elképzelt középpontja. – Ezen kívül az arany spirális az arany háromszögből, vagy pedig a pentagrammából is levezethető (17., 18. á.).



17. á.



18. á.

Ezek a megjelenítési formák a számtan korábbi absztrakt számvilágát mértanilag szemléltetik. A kapcsolódó természeti példák sorozatában továbbá egy térbeli, valamint egy időbeli dimenzió tapasztalható meg. A geometriai minták pontosan definiált ideális alapformákat

¹⁰ A spirális konstrukciójához minden négyzetbe negyed köröket illesztünk, melyeknek sugara minden 90°-os fordulatnál Φ faktorral változik.

mutatják a természetben, melyek egy tér-és időmentes világba tartoznak; ezek ‘mintái’ az élő formák megjelenéseinek és variációinak.

1.3 A Fibonacci-számsor

A Fibonacci-számsor egyszerű egész számok egy végtelenbe tartó összegző sorozata, melyek számviszonyai egyenes összefüggésben állnak az aranymetszéssel. Az olasz matematikusról, Leonardo Fibonacci-ról ¹¹ nevezték el. Az európai kultúra történetében már korábban is felbukkan, Kr.u. 100 körül a gerasai Nikomachos ¹² matematikakönyvében, sőt, az indiai kultúrkörben már a Krisztus előtti évszázadokban is megtalálható. Fibonacci a *Liber abaci* (A számolás művészete) 1202/1228 c. könyvében a házinyulak szaporodásának példáján keresztül magyarázza el. ¹³

Fibonacci idevonatkozó szaporodási példájának végtelen folytatásával a számsor egy egyszerű, világos szerkezetű képzési minta alapján alakul: Minden szám a két őt megelőző szám összegéből adódik:

$$0 : 1 : 1 : 2 : 3 : 5 : 8 : 13 : 21 : 34 : 55 : 89 : 144 : 233 \dots (\text{ad inf.}).^{14}$$

Ha a sor kettes számainak arányait kiszámítjuk, a hányadosaik folytonosan a $\Phi = 0,618\dots$ számérték felé tartanak:

$0 : 1 = 0$	$8 : 13 = 0,6153846$
$1 : 1 = 1$	$13 : 21 = 0,6190476$
$1 : 2 = 0,5$	$21 : 34 = 0,6176471$
$2 : 3 = \underline{0,6666667}$	$34 : 55 = \underline{0,6181818}$
$3 : 5 = 0,6$	$55 : 89 = 0,6179775$
$5 : 8 = 0,625$	(etc.)

¹¹ Leonardo Fibonacci (,Figlio di Bonacci’/Bonacci fia), tulajdonképpen Leonardo da Pisa, 1180 (?) körül született és 1241-ben (?) halt meg, számológépmester volt Pisa-ban. A Fibonacci-számsor fogalmának meghatározása először csupán a 19.évszázadbn történt meg.

¹² Gerasai Nikomachos, filozófus, matematikus, zeneelmélettudós (Kr.u.2.évszázad)

¹³ Fibonacci a számolási példát a következőképpen fogalmazza meg értelemszerű rejtvényként: Egy ember egy kőfal nélküli helyre tesz egy házinyulpárt. Mennyi házinyulpár lesz egy éven belül ebből az egy párból, ha minden pár minden hónapban egy páröcskát szül és ezek a második hónaptól ugyanúgy szaporodnak?

¹⁴ A sorozat, mint összegzési képlet: $0 + 1 = 1 / 1 + 1 = 2 / 1 + 2 = 3 / 2 + 3 = 5 / 3 + 5 = 8 / 5 + 8 = 13 / 8 + 13 = 21 / 13 + 21 = 34 / 21 + 34 = 55 / 34 + 55 = 89$; az ezt követő összegek: 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946, 17711, 28657, 46368, 75025 (stb.).

A Φ -t tekintve csak a 4. aránypár után fedezhető fel egy következetes lefolyás (0,6666667 a hányados). Az azt megelőző helyek teljesen elhatárolódnak ettől. Az első számpárnál (0 : 1) először még egyáltalán nem található mérhető, osztó és ezzel arányt tartó mennyiségi kapcsolat, itt csupán két 'ős-elv' áll számként egymással: 0, mint (mennyiség nélküli) 'nem létező' és 1, mint (egységes, osztatlan) 'létező'. A második helyen az 1 : 1 aránnyal két pontosan azonos nagyság lesz egymáshoz állítva; ez szintén nem ír le még osztási arányt. Legelőször a harmadik helyen, az 1:2-nél jön létre az első osztás; ám ez a racionális elvnek a szimmetriai megfeleltetése. Az összegzési sorozat tulajdonképpen célja, az irracionális, aszimmetrikus arany arány, a harmadik számpárig még egyáltalán nem ismerhető fel.

Az egyes számokat tekintve, minden egyes szám egy nagyon sajátos dimenziót mutat: 0 = 'Nem létező' // 1 = 'Létező', valamint Egység, // 2 = Osztás // 1:2 = Szimmetria. Ugyan a számsorozat előre tartó önazonos tagolódási gesztusa teljesen adott, mégis csupán a negyedik lépésnél jelenik először meg: ott a kéttagú páros elv (2) háromtagú, páratlan elvvel (3) való, ott megjelenő kapcsolata hozza létre a meghatározó irányváltást az aszimmetriába. Csak ettől fogva lesz látható egy szukcesszív közelítés a Φ nagyság irányába, mely láthatóan konkrétan meghatározhatóvá és pontosabbá válik.

A számpárok Φ felé való közelítése mégsem tipikusan egyenletes. A hányadosok egy specifikus ritmust mutatnak, mely konzekvensen megjelenik: egy, a cél-szám (Φ) alatti értéket egy cél-szám feletti érték követ. Az eredeti Fibonacci-sorozat egymást követő elemeinek arányai egy kölcsönösen bekerítő mozgással közelítenek egymáshoz, anélkül, hogy céljukat végeredményben elérnék¹⁵. Legelőször a sorozat 10. helyén (34 : 55) bukkan fel megközelítőleg pontosan, a harmadik tizedes jegyig a 0,6181818 érték; eltérések a következőkben már csak a negyedik tizedes jegy helyétől lépnek fel.

A Fibonacci-sor végtelenségig tartó számainak sorozata a fent leírt összegzés-rokon számpárokból áll, melyeknek konfigurációja még egy további specifikus struktúrát és logikát is felmutat: Minden számpár legalább egy páros és egy páratlan számból tevődik össze, két páros szám összepárosítása kizárt. Ezzel ellentétben a páratlan számok összeállítása lehetséges, amelynél a páratlan számok oszthatók valamint oszthatatlanok (prímszámok) is lehetnek.

¹⁵ A hányadosok menete a kezdeti négyjegyű arányterületig egy bekerítő mozgást mutat (0,6180339...eltéréssel, felfelé + / és lefelé -): 10. Hányados (89 : 144) -> + 0,000217 / 11. Hányados (144 : 233) -> - 0,00081; a 12. hányadostól: -> + 0,00032 / -> - 0,00011 / -> + 0,0005 / -> - 0,0001 / -> + 0,0002 (stb.).

Ennek a ‘változó-aszimmetrikus összetétel’ törvényének a segítségével a sor végtelen folytatása szavatolt.¹⁶

Kiegészítésül a Fibonacci-számsorhoz, mely az arany metszés arányát azt legjellemzőbben mutatja, röviden vegyük figyelembe még a rokon számsorokat. Itt mindenek előtt a Lamé-Lucas sort¹⁷ nevezhetjük meg, melyben a számpár **1 és 3** összeadása a számfolyamat **1 – 3 – 4 – 7 – 11 – 18 – 29 – 47** stb. elején képződik. Úgy, mint a Fibonacci-sornál, a hányadosok itt is folytonosan megközelítik a Φ értéket.

Hasonlóképpen számtalan sok összegző-sor képezhető. Mindegyik a Φ hányadosai felé tart! Különbségeik a ‘perspektívában’ vannak, melyből a mindenkori számsor létrejön:

1	2	3	5	8	13	21	34	...	Fibonacci-sor
1	3	4	7	11	18	29	47	...	Lamé-Lucas-sor
1	4	5	9	14	23	37	60	...	
1	5	6	11	17	28	45	73	...	
1	6	7	13	20	33	53	86	...	

(stb.)

A Fibonacci-számsor vizsgálata – hasonlóan a számtani ábrázolásokhoz az 1.1. részben – egy, az aranymetszés témájában lévő jellegzetes problematikát mutat meg: Egyrészt az arány-képzésben egy konkrét és egyéni-specifikus konfigurációnak felel meg, másrészt viszont egy lezáró, teljes megvalósítása nem lehetséges.

Ehhez a fent leírt sor diszkontinuitív felépítésénél is tükröződik, melyben három egymástól elváló szám-csoportosítás figyelhető meg:

- Az első a 0,1 és a 2 kiindulási számokat tartalmazza: ezek csupán elementáris és fölülrendelt alapelveknek felelnek meg és még egyáltalán nem adnak utalást a Φ -re.
- A második a kapcsolódó 3,5,8,13,21,34,55,89 (egyenként a 114-et és a 233-at is) számokat foglalja magába, melyeknek segítségével a Φ számnagyság megközelítése egyértelműen, valamint nyomatékosítva megjelenik.

¹⁶ A Fibonacci-számsor páros számok leírt helyzetét mutatja, páratlan osztható számok és páratlan nem-osztható számok (prímszámok) itt példaképpen az ötjegyű számterületig kidolgozottak, melyeknél a 0 és az 1 nem hozzárendeltek: **2 – 3 – 5 – 8 – 13 – 21 – 34 – 55 – 89 – 144 – 233 – 377 – 610 – 987 – 1597 – 2584 – 4181 – 6765 – 10946 – 17711 – 28657 – 46368 – 75025** (stb.)

¹⁷ Gabriel Lamé (1795-1870), Edouard Lucas (1842-1891), francia matematikusok; történelmileg E. Lucas-hoz kapcsolódik a Fibonacci-számsor definíciója.

- A harmadik, a (144, ill.233 feletti) háromjegyű területtel kezdődik: 377, 610, 987 stb. és paradox módon felülemelkedik a korábbiakon, azon a tényen alapulva, hogy – habár az aranymetszés arányának pontossága folytonosan növekszik – a növekvő szám-komplexitás a természet alkalmazott területein szinte soha nem valósul meg.¹⁸

Az aranymetszés elve a Fibonacci-számsor kontextusában így nem egy egyszeri vagy egy-értelmű aránykapcsolatot mutat meg, hanem egy folyamatosan mozgalmas alakulási gesztust, mely különböző lezajlási területeken irányul az ideális érték felé: A három számterület így, mint ‘durván-elemi’, ‘konkrétan-nyomatékosított’, valamint végül ‘majdnem-pontos’ megközelítéseként értelmezhetők és értékelhetők. Ahhoz, hogy az aranymetszéshez való tartozásuk bizonyítható legyen, a látható- és hallható megjelenési formáknak ennek megfelelően legalább az alap $3 : 5 : 8$ számarányokat kell, hogy felmutassák, hogy a specifikus Φ -érték felé való kiterjedést mindamellelt legalább elemileg leképezzék.¹⁹

Az aranymetszés matematikai megjelenítési módjainak e klasszikus formai körével lényeges formálási eszméket vázoltuk fel, melyek a következő, az aranymetszés a természetben és a zenében való jelenségeinek szisztematikus rendezéséhez lényegesek: az egyszerű szakaszosztás, a téglalap- és háromszög formák többszörös vonatkozásai, az ötszögnél és az ötagú csillagnál lévő sokszoros arányok, valamint az arany szög-és spirális képzésének alapján a sokféle morfológiai megjelenési forma vagy elemi strukturáltsággal, vagy előre haladóan komplex karakterisztikával rendelhető megfelelő csoportokba; a mértanilag levezetett formai-csoportok mellett a Fibonacci-sor egészszámos számtani formálóelve, mint egy, az arany formaképzés saját csoportja jelenik meg.

Az aranymetszés formavilága a következő, a természetet és zenét szemügyre vevő vizsgálatokban folyvást a nevezett matematikai formakörre vezetődik vissza, amely alapján a bemutatás és az abból eredő vonatkozások megfigyelése történik.

¹⁸ Ez végül a zenei-zeneszerzői területre is érvényes, melyben háromjegyű Fibonacci számok jöllehet teljesen alkalmazottak, viszont tekintve a konkrét érthetőséget, ténylegesen határértékeket mutatnak.

¹⁹ A szimmetriaképző 1 és 2 számok alkalmazása ebben az összefüggésben csak az előre haladó Fibonacci-arányokkal való kapcsolódásban értelmes, addig, amíg ezek a morfológiai kontextust mérvadóan meghatározzák.

2. Az aranymetszés megjelenési formái a természetben, az embernél és a világegyetemben

Az aranymetszés elve az organikus-élő természet minden területén felbukkan és egy sokrétű formavilágban mutatja be az egyszerű és összetett formaalkotások számottevően nagy variációs spektrumát. Az aranymetszés tipikus aszimmetrikus arányainak kifejeződése a formák növekedésében és a tagolódásban jelenik meg és alakítja ezzel az idő-és térbeli morfológiát. Speciális aszimmetriáival különböző szimmetrikusan képző gesztusok állnak szemben (mint pl. a bilaterális szimmetria); valamint gyakran a divergens elveket kötik össze egy szimmetrikus-aszimmetrikus alakban.

Az aranymetszés előző fejezetben bemutatott mértani formaköre itt azonos módon tűnik fel, mint a számtani jellemzőinél:¹ levélállások mintáiban, spirális csoportosulásokban, az emberi test arányaiban, valamint a planetáris tér-és időkapcsolataiban manifesztálódik. Az ezzel kétségtelenül előtérbe kerülő nézet, mely szerint a matematika a természet nyelve, az A. Dürer, J. Kepler vagy G. Galilei által hagyományozott humanista koncepcióra és gondolkodásmódra hivatkozva elsősorban egy látszólag historizáló megközelítésnek felel meg. Ugyanakkor igazolja, hogy az itt összegyűjtött példákra egy pillantást vetve a jelenségek elfogulatlan szemlélete nem szükségszerűen téves, sőt, inkább kézzelfogható és értelmes. E fennmaradt koncepció érvényességének kérdésére, mely a 'természetet, mint alkalmazott matematikát' értelmezi, a különböző, természet birodalmából vett és bemutatott példák sorának zárásaként még egyszer visszatérünk, és a jelenlegi matematikai kutatások és szemléletmódok kontextusaiban reflektálunk (3.2. fejelet).

Az aranymetszés megjelenési formái legelőször is egy részletes példagyűjteményben kerülnek bemutatásra, a növény- és állatvilág jelenségeinek alapján, melyek kölcsönösen nyernek megvilágítást. – Mivel az ásványi világnak kizárólag olyan szimmetrikusan képződő kristály-rendszerek alkotják az alapját, melyeknek szerkezetei nem kínálják az arany arányok képzésének előfeltételeit, ezt így a továbbiakban figyelmen kívül hagyjuk.² – Különösen a

¹ Szakasztatagolódás, négyszög-, háromszög-, és ötszög-formák, arany spirális és szög, valamint Fibonacci-számok.

² A kristálytan 7 kristályrendszert ismer, melyek 32 kristály-osztályt ölelnek fel; minden kristályos struktúrának szimmetrikus arányok adják alapját szimmetriai síkok és szimmetriatengelyek alapvető összetevőjének formájában. Egy kristályrács szimmetriatengelyei két-, három-, négy-, vagy hatszámúak is lehetnek, egy ötszámú periodikus szimmetria itt kizárt. Egy, az ötöséghez történő kivételes közelítés a szabályos dodekaéder alakja, mely példaképp a piritnél válik láthatóvá; ámde a kristálytanban bizonyítottan nem létezhet szabályos ötszög-dodekaéder. A piritnél, vagy 'piritédernél' a következőről van szó: „...nem szabályos ötszögek, melyek összetevődnek, hanem bővült, tompult szabálytalan ötszög képződmények. (...) Az oldal merőleges

szimmetria és az aszimmetria ellentétes elveit tematizálja az emberi alak arány-kánonja; az aranymetszés itt egy a két pólus szintézisének tekintetében nyer központi jelentőséget.³ A világegyetem planetáris területén szintén különböző arányok és formai jelenségek állnak az aranymetszéssel időbeli és térbeli összefüggésben. Mindent egybevetve ugyan nem ismerhető fel egy felülrendelt-összefüggő rendszer, de az aranymetszés messze átfogó korrelációja és az abból adódó összeköttetés a mikro kozmikus – földi és a makro kozmikus – planetáris jelenségek között csodálatra és figyelemre méltó.

Az élet minden területén megnyilvánul az aranymetszés, a már említett életlenségekkel, különbségekkel, ill. eltérésekkel. Ez a jel egyrészt egy szükségszerű következménye a Φ , irracionális számnagyságának, másrészt ezek a maradék értékek egy további összefüggésben értelmezendők, mely a természet összes területét jellemzi: a természetes – élő formai alakulás szinte alig jelenik meg 'tökéletesen' – ez azonos módon érinti az aszimmetrikus és a szimmetrikus formákat is.⁴ Az eltérések jelensége emiatt nemcsak arra vezethető vissza, hogy az aranymetszés egy irracionális vonatkozást mutat, hanem mindennek előtt annak ténynek a kifejezése is, hogy semmilyen eleven dolog sem él kapcsolatmentes térben, illetve nincs egy azonos vagy akár sorozatos reprodukcióra kötelezve.

felezővonala (...) nincs úgy aranymetszés arányában felosztva, mint a pentagrammáé, hanem az 1 : 2 egészszámos arányban (...) az ötszög (...) leghosszabb alapoldala hármassal összehangolt, (...) tehát ugyanolyan nagy, mint a merőleges felezővonal. (...). Az átló (...) mértéke a négy. Itt ez egy képzett, deformált ötszög egészszámos arányainak értelmében mutatkozik meg, mely már nem mutat fel sugaras szimmetriát. (...) A természet nem tudja a teljes pentagondodekaéder ideális alakját (...) megformálni.“ – W. Bühler, *Das Pentagramm und der Goldene Schnitt als Schöpfungsprinzip* (Stuttgart, 1996), 358f – 1984-ben Daniel Schechtman izraeli fizikusnak sikerült felfedeznie az úgynevezett kvázikristályokat, melyek szerkezete a molekuláris területen aperiodikusan rendezett és ezáltal öt-, nyolc-, tíz-, és tizenkétszámos szimmetriákat mutat fel. Az ötszámos szimmetria, melynek előfordulása az ásványi világban addig ismeretlen, valamint elgondolhatatlan volt, egy összefüggést nyit meg az aranymetszéshez. Ennek a (2011-ben Nobel-díjjal kitüntetett) felfedezésnek következménye annak tudományos nézetnek az alapvető megváltozása, hogy hogyan fogható fel kémiaiilag a szilárd anyag. Addig csak egyetlen, kvázikristályos ásvány volt ismert, az ikozahedrit, melynél egy (2010 óta elismert) alumínium-réz-vas-ötvözetéről van szó, melyet Szibéria északi részén, feltehetően egy körülbelül 4,5 milliárd éves meteorit maradékeként találtak meg.

³ Az emberi alak arányos kapcsolatainak megfigyelése az aranymetszés szempontjából többnyire Adolf Zeising (1810-1876) és Franz Xaver Pfeifer (1829-1881) 19. században végrehajtott vizsgálataihoz és eredményeihez kapcsolódik, melyek romantikus tendenciájukkal a kiemelkedő idealizálásuk miatt ellentmondásosnak tartottak és értékelték. Az emberi morfológia szimmetrikus-aszimmetrikus arányai mégis specifikusan aszimmetrikus formáló-és fejlődő gesztusokat mutatnak, melyeknek teljesen kézenfekvő az aranymetszésre való irányultsága. – Ld.: Adolf Zeising, *Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers, aus einem bisher unerkannt gebliebenen, die ganze Natur und Kunst durchdringenden morphologischen Grundgesetze entwickelt und mit einer vollständigen historischen Übersicht der bisherigen Systeme begleitet* (Lipcse, 1854) vagy *Die Verhältnisse der Menschengestalt und der Blattstellung in ihrer Gleichheit und Verschiedenheit* (Lipcse, 1855) valamint Franz Xaver Pfeifer, *Der goldene Schnitt und dessen Erscheinungsformen in Mathematik, Natur und Kunst* (Augsburg, 1855).

⁴ Itt az emberi arc két felének egyenlőtlensége ismert: tükörszimmetrikusnak hatnak, de sohasem felelnek meg teljesen egymásnak. ugyanez a jelenség figyelhető meg az állatvilágban is, pl. a pillangók szárnyainak a szimmetrikus felépítése éppoly nyilvánvaló, és (funkciója miatt is) pontosnak hat; mégsem található abszolút egybevágóság. Ld. például a 26., 33. és 34. képeket.

Az életformák környezetükkel való vitális kölcsönhatása és az abban ható erők, valamint egy forma-típus mindig megújuló, individuális reprodukciója teremti meg az eltérések előfeltételeit (ill. szükségszerűségeit), mint az 'élő dolgok egy természetes kiszámíthatatlanságát'. Így válik láthatóvá az 'eszme' (vagy 'ideális forma') az individuális formákon akkor is, ha a jelenség ezeket (részint) 'nem tökéletesen' ábrázolja.

A növénytanban és állattanban tagolt példák sorával arra a kísérletre vállalkozunk, hogy a jelenségek sokféleségét rendszerezetten áttekintjük, így láthatóvá téve az aranymetszés egy messze ható, összefüggő formavilágát.⁵ A rendszertan szempontjai a matematikai ábrázolás tartalmi ívéhez kapcsolódnak és az egyszerűtől az összetett, komplex szerkezetekig való lefolyást követik a lineáris, síkszerű, sugaras és cirkuláris formai összefüggésekben, melyekhez a jelenségek a Fibonacci-számsor kontextusában kapcsolódnak.

2.1 Az aranymetszés a növény- és állatvilágban⁶

A növényvilág formaképzésében mérvadó paraméterek helyhez kötöttségük szempontjából alapvetően meghatározottak; ez egy elsődleges és egy függőleges növekedési irányt foglal magába. Ezzel összekapcsolódnak formák és mozgási folyamatok is, melyek körkörösön bontakoztatnak ki egy sugaras, vagy síkszerű, vagy térbeli alakformálódást. – Ezzel ellentétben az állatvilágban alapvető formaképző paraméterek az itt jellemző, sokrétű előrehaladó mozgásmóddal függenek össze, melyet különbözően kialakított végtagok tesznek lehetővé. Ezekkel részint megjelennek a magasan fejlődött érzék- és koordinációs szervek, melyek olykor az élet széles körét jelölik meg. Az élettanban általában bilaterális-szimmetrikus létesülések mutatkoznak, gyakran a párosan képzett végtagokkal és szervekkel összefüggésben. Az állatvilág formái, a függőleges mellett elsősorban vízszintes kiterjedéseket mutatnak fel a hossz- és oldalirányok kapcsán.

⁵ Ez a szisztematika a későbbiekben képez a zenei témaülethez képez egy hidat, melyben hasonló csoportok lépnek fel morfológiailag rokon formákkal és melyek megfigyelése analóg módon történik.

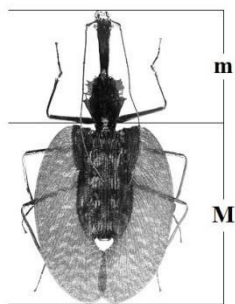
⁶ A kiválasztott példákkal – a tematikus keretnek megfelelően – csupán egy példaszzerű szemléltetést szándékozok bemutatni. Minden forma reprezentatív alap-típusaihoz még mindig sok variáns mutatható fel; a példák katalógusa mindenek előtt mégis az egyértelműséget, valamint a tartalmi átláthatóságot szándékozik követni; az ebben az összefüggésben szokásos, egy példa sajátosságainak reprezentatív általános érvényességéről szóló kérdésnek itt a továbbiakban nem járunk utána; ez az aspektus a felülrendelt formai elvek bemutatásában másodlagos szerepet játszik és emiatt egy más helyen tárgyalható. A képek kiválasztása mégis úgy történt, hogy a típus specifikusságai felismerhetők legyenek. – Mértékarányaik mindenhol nagyon pontosan és részletesen vizsgáltak. Szándékosan alkalmaztam főként fényképes ábrákat, egyes grafikák mellett, mivel ezek a rajzokkal ellentétben nem teszik lehetővé 'idealizálás' lehetőségét. Ezek, ha nincs kifejezetten más forrás megadva, saját kutatásokból származnak. – a kiegészítő növény-és állattani információk különböző online adatbankokból összeállítottak.

Az alapvető fő kritériumok mellett, melyek mindkét területet világosan elhatárolják egymástól, tekintve a növény-és állatvilág formaalkotását, szintén számos rokonság található meg. Itt hasonló, ugyanúgy tagolt minták jelennek meg, melyek többek között szintén fölérendelt geometriai formákra vagy számkonfigurációkra utalnak. Ebből adódnak egymás mellett és együtt a következő, a növény- és állatvilágból kiválasztott jelenségek – az ezt megtestesítő formai eszmék dialógusának értelmében.

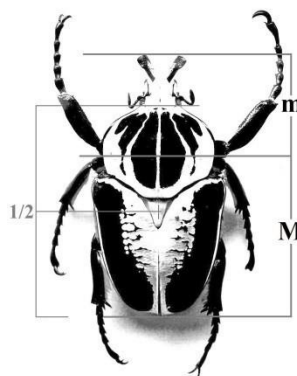
2.1.1 Egyszerű arányok aranymetszésben

Az aranymetszés egyszerű formaalkotásának legelemibb formai variánsa az alak hossznövekedésének major és minor szerinti egydimenzionális tagolódása. Ez példa szerűen figyelhető meg a bogarak testarányain.

A rémes futrinka⁷ (19. á.) hátsó végtagjainak, torának és fedőszárnyainak testi fő kiterjedése megfelel a majornak (**M**), ezzel szemben a minor (**m**) a fejek, a csáp és az elülső végtagok területét fogja át. – Hasonlóan, de részleteiben másképp viselkedik a major és a minor a góliát - bogár⁸ (20. á.) esetében, mely teljes testének tagolódása túlnyomórészt a tor és az az mögött elhelyezkedő fedőszárnyak arányaiból meghatározott. Ez mindenekelőtt a középpont és a szimmetria felé orientált ($1/2$). A végtagok elrendezése a teljes hossznövekedésre vonatkozóan mégis aszimmetrikus: az elülső és hátsó végtagok közötti tengely teljes hosszát **M : m** arányban osztja fel.



19. á.



20. á.

⁷A rémes futrinka (*Mormolyce phyllodes*), vagy "hegedűbogár", melynek neve formájának egy hegedű testével való hasonlóságából ered, a futrinkaformák családjába tartozik (Carabidae). Dél-kelet Ázsia esőerdőiben él és 6-8 cm nagyra nő.

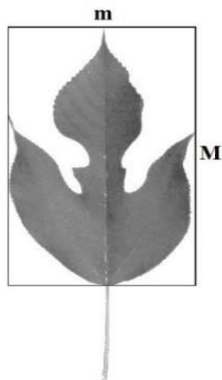
⁸A góliátbogár (*Goliathus*) a rózsabogárformák családjából származik (Cetoniinae) és 10 cm-es nagyságával a legnagyobb bogarak egyike. Nyugat-és Közép Afrika esőerdőiben és fás szavannáin honos.

Az arany arány egyszerű formáltsága a továbbiakban kétdimenziósan jelenik meg a formák hosszúságának a szélességükhöz való mértékarányaiban. Ennél a kiterjedő arány (**M**) a hosszaránnyal kapcsolódik össze, mialatt a szélességre pedig a kiegészítő, összehúzó funkciók a jellemzők (**m**).

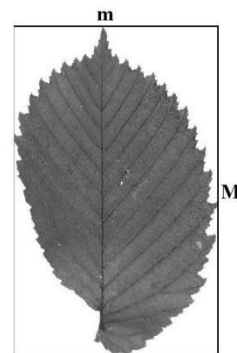
Ilyen arány lép fel a növénytanban pl. a fehér tölgy⁹ (21. á.) tölcsér formájú leveleinél, a kínai eperfa¹⁰ karéjos levelénél, vagy a vénic - szil¹¹ (23. á.) ovális leveleinél. Külső méreteik leképezik egy arany téglalap területi arányait (**M : m**).



21. á.



22. á.



23. á.

Ez az alaprajz az állatvilágban is előfordul. A vándorló levél (24. á.) következő példájában a testhosszúságnak a szélességhez való méretarányai adják egy arany téglalap felszínét; a domináló növekedési irány (**M**) itt ugyanúgy a hosszértéket követi (a potroh csúcsától a csápokig). Ezen kívül ez a rovar a formájának s színezetének egy növény leveléhez megtévesztően hasonló megjelenésével egy különösen érdekes jelenséget mutat.¹² – Ugyanaz

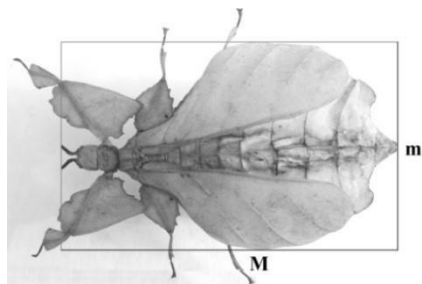
⁹ A *fehér tölgy* (*Quercus alba*) egy lombhullató fa a bükkfafélék családjából (Fagaceae). Magassága akár a 45 métert is elérheti; levelei karéjosok, sima levélszélük van és akár 20 cm hosszúak és 9 cm szélesek is lehetnek. A fa Közép-Európában ritkán található, viszont Észak-Amerika keleti részén szélesben elterjedt.

¹⁰ A *kínai papíreperfa* (*Broussonetia papyrifera*), papírszedőfa vagy japán papírfű, egy lombhullató fa az eperfafélék családjából (Moraceae). Eredetileg Ázsiában honos, időközben már több kontinensen is meghonosodott, többek között Dél-Európában. Magassága 10-20 méter is lehet. Levélformája változatos: a fiatal levelek gyakran karéjosok, az öregebbek tojásformájúak, mindkettő nagyon hosszú levélnyelével rendelkeznek és aprón fűrészelt levélszélük van, hosszúak akár 20 cm is lehet.

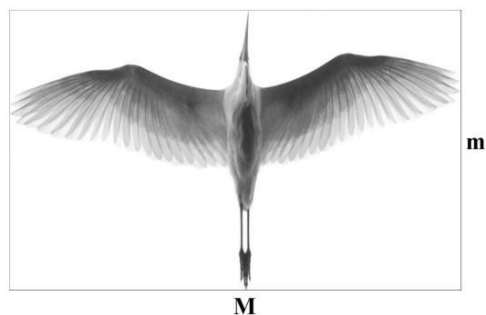
¹¹ A *vénic-szil* (*Ulmus laevis*) a szilfafélék családjának (Ulmaceae) egy lombhullatója, mely a 30 -40 méteres magasságot is elérheti. Közép-Európán kívül Délkelet- és Kelet-Európán át egészen Kis-Ázsiáig elterjedt. A leveleknek rövid a levélnyelük, levéllemezük aszimmetrikus, duplán fűrészelt levélszéllel, a levelek 15 cm hosszúak és 9 cm szélesek lehetnek.

¹² A *vándorló levelek* (Phylliinae) a botsáskák (Phasmatodea) rovar rendjébe tartoznak. 2,5-12 cm-es nagyságot érhetnek el. Testük és végtagjaik leveleként álcáztak; még a mozgási viselkedésükben is utánozzák a mindenkori levél helyét és ezzel a lehető legnagyobb tökéletességgel érik el a mimikri hatást. Elterjedési területe a Seychelle-szigetektől Dél-Kelet Ázsia területein keresztül Melanéziáig terjed.

az arany téglalap foglalja magába a reptében kiterjesztett test területét a nagy kócsag¹³ (25. á.). Az elsődleges, formát meghatározó kiterjedés (**M**) a laterális végtagokból indul ki, mialatt a hosszarány (törzs, fej, lábak) a másodlagos funkciót (**m**) kapják.

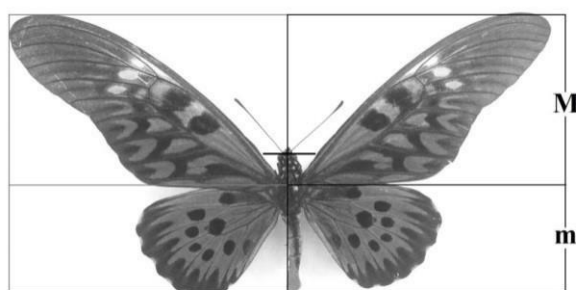


24. á.



25. á.

A pillangókon is megfigyelhetjük az arany arányok alakulását, a szárnyuk tagolódásánál. Így pl. az afrikai óriáspillangókon¹⁴ (26. á.) is, melyeknél a szárnyrész extrém módon dominál a formaalkotásnál. A teljes alak alapvetően szimmetrikusan kialakított: A szárnyhosszak a szélességhez való aránya (csekély eltéréssel) egy négyszögletű terület; ebben az összefüggésben a csáp kezdete (ill. a fej vége) egy pontos középpontot jelöl meg. E szimmetrián belül szárnytagolódás azonban mégis aszimmetrikus (elülső- a hátsó szárnyakhoz = **M** : **m**). A szárnyhosszak (ill. szélességek) arányai a szárny tagolódásához és a testhosszhoz egy aránysort adnak a **1 : 0,618... : 0,5** számértékkel.¹⁵



26. á.

¹³ A nagy kócsag (Casmerodius albus) a gémfélék családjába tartozik (Ardeidae); elterjedési területe majdnem minden kontinenst felöleli. Nagysága kb. 85-100 cm (hossz) és 145-170 cm (fesztávolság), súlya 1 – 1,5 kg.

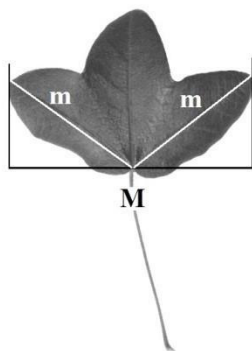
¹⁴ Az afrikai óriáspillangó (Papilio antimagus) a pillangófélék családjába tartozik (Papilionidae), és az Antarktisz kivételével az egész világon elterjedt. Szárnyainak főképpen barnás színezete van (fekete és fehér pontokkal) és egy 18-23 cm-es szárnyfesztávolságot érnek el. Az európai fajtái csupán 45-75 mm-es fesztávolságot mutatnak fel.

¹⁵ Itt a szimmetria és az aszimmetria kapcsolata az arany metszés béli szárnytagolódásban ezen túl még az elülső szárnyak hátsókhoz való átlós hosszarányainak összefüggésében jelenik meg (1:2)

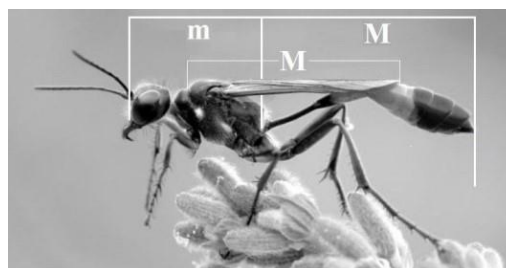
2.1.2 Többszörös arányok aranymetszésben

Az aranymetszés többszörös arányainál olyan arány-összefüggések állnak rendelkezésre, melyek a fő-tagolódás mellett ($M : m$) a forma részaspektusait is felölelik. Ezzel az alak másodlagos síkjai és kiterjedései jönnek létre, melyeknél az aránykapcsolatok vagy egymás mellett állnak, (pl. $m : M : m$ vagy $M : m : M$) vagy egy kiindulási arány folytatódik folyamatosan (pl. $M + m : M : m$).

A francia juhar¹⁶ (27. á.) karéjos levelének fő kiterjedése a szélességében van (M). Mindkét oldalsó karéja az átlós kiterjedésben kvázi szimmetrikus, de az átlós hosszarányaik (m) szélességhez való arányában egyidejűleg aszimmetrikusan állnak aranymetszésben. Ezzel kialakul az $m : M : m$ arány. – Ugyanez az elv jelenik meg fordítottn a kaparódarázsnál¹⁷ (28. á.). Az erre a darázsajtára tipikusan jellemző szár-formájú potroh tisztán, mint fő kiterjedés (M) helyezkedik el a test elülső részéhez képest, a tor és a fej képzik az összehúzódt formai részt (m). Ebbe a forma-ill. aránypárba a szárny területe a fő kiterjedések egyikének (M) pontosan megfelelő hosszúsággal integrált.¹⁸ Így állnak $M : m : M$ arányban.



27. á.



28. á.

A malájziai óriásbotsáska¹⁹ (29. á.) ezzel szemben aranymetszésben álló arányok egy folyamatosan előrehaladó sorozatát mutatja fel: A végtagok kezdeteinek távolsága megfelelnek

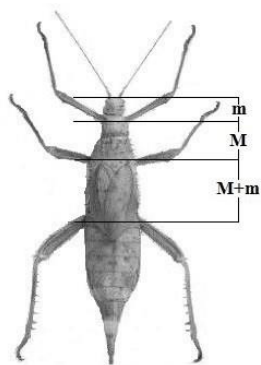
¹⁶ A *francia juhar* (*Acer monspessulanum*), vagy francia jávorfa, a szappanfélék családjába (Sapindaceae) tartozó lombhullató fa. 3 – 10 méteresre nő, és Közép-Európában kertekben és parkokban ültetik, továbbá szélesen elterjedt Afrikában és Ázsiában. Levelei 3 – 6 cm hosszúak, a levélnyel hosszabb, mint a levél; a levelek háromszorosan karéjozottak és sima levél-szélük van.

¹⁷ A *kaparódarázs* (*Ammophila*) egy hártvány szárnyú, mely a fullánkodarázs-alkatúak alrendjébe tartozik (Apocrita); neve a homokban való fészekrakási módjából származik. Európában és Ázsiában elterjedt és 15 – 24 mm-es nagyságot ér el.

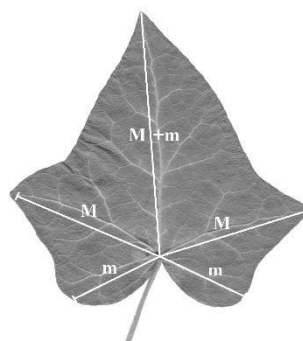
¹⁸ A propozíciós teljes összefüggésben (ennél a példánynál) a szárny állása viszont sem aszimmetrikusnak, sem szimmetrikusnak nem sorolható egyértelműen be.

¹⁹ A *malájziai óriásbotsáska* (*Heteropteryx dilatata*) a botsáskák rendjébe tartozik (Phasmatodea) és Malajziában és Thaiföldön fordul elő. A hím példányok 9 – 13 cm-es nagyságot érnek el, a nőstények akár 14 – 17 cm-re is megnőhetnek; 30 – 70 grammos súlyukkal rendjükben a legnehezebbekhez tartoznak.

az $M + m : M : m$ arányoknak. Ezzel a pozíciókkal egyidejűleg a (a test hátsó része felé irányuló) kiterjedés és a (fejorientált) test összehúzódása jelenik meg. – Ugyanez az aránysorozat mutatkozik meg a borostyánlevélnél (30. á.), itt a felszín sugaras kiszélesedésében. A domináló növekedés a levél szárától előrefelé irányul ($M + m$), az oldal- és hátrafelé irányuló növekedés ennek megfelelően arányosan kicsinyített (M ill. m). A fő kiterjedéssel ($M + m$) így az összehúzódás két különbözően irányult síkja áll szemben; a sorozat $M + m : M : m$ itt egy legyező szerű formában jelenik meg.

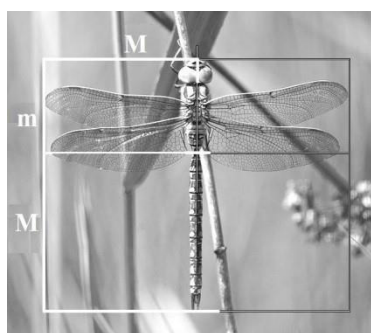


29. á.

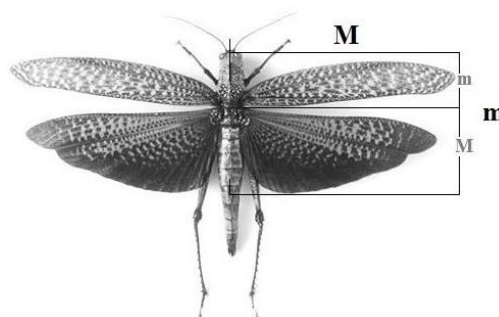


30. á.

A következő példák további variánsokat mutatnak, aranymetszésben lévő legalább három markáns formai aspektussal. Az óriás szitakötőt²⁰ (31. á.) egy, az elülső és a hátsó test olyan tagolódása jellemzi ($m : M$), mely az oldalsó elülső szárnyainak hosszirányú kiterjedésével illik össze (M). – Az óriás szöcskénél²¹ (32. á.) viszont a szárny-hosszak (M) és szárny szélességek (m) állnak a szárny-tagolódással előrehaladó arany kapcsolatokban ($M : m$).



31. á.

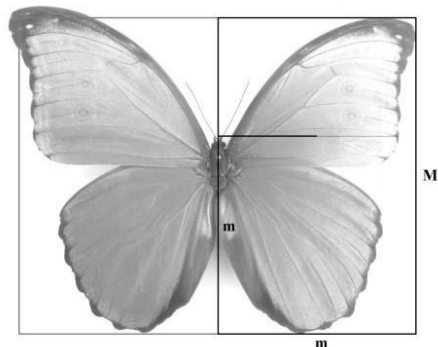


32. á.

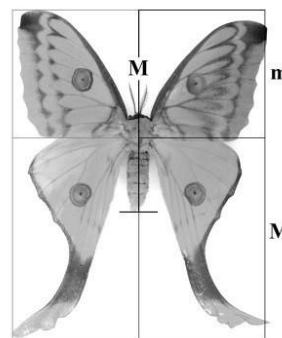
²⁰Az óriás szitakötő (*Anax imperator*) a karsú acsafélék családjába tartozik (Aeshnidae) és 9 – 12 cm-es szárnyfesztávolságával Közép-Európában élő szitakötők egyik legnagyobbika.

²¹Az óriás szöcske (*Tropidacris Dux*, Romaleidae családból) Közép-és Dél-Amerikában él; 25 cm-es szárnyfesztávolságával fajtája legnagyobbja.

A kék morpholepke²² (33. á.) szárnyainak (csekélyen eltérő) hossz-és szélességi arányaival két arany téglalapot ír le (**M** : **m**). A fej végétől a csápokhoz való átmenet a teljes alak egy különleges pontját jelöli meg: a teljes szárnyhossz **m** távolságában található.²³ – Egy a szárnyak-és a testmértékei közti háromszoros kapcsolat következő variánsát mutatja a madagaszkári holdlepke²⁴ (34. á.). A hosszmértékben domináló hátsó szárny (**M**) itt (szintén csekély eltéréssel) a rövidebb, tömör elülső szárnyakkal (**m**) áll arany arányban. A hátsó test végén található az a pont, mely egy további arany hossz-arányt (**M**) jelöl.



33. á.



34. á.

Más állatfajtáknál, mint pl. a halaknál is, előfordulnak ennek megfelelő felosztások. Itt ugyanúgy lehetnek a hosszúságok magassági növekedéshez való arányai, melyekhez az arany aránybéli testi formálódás további aspektusai tartoznak. – A Picasso-hal²⁵ (35. á.) esetében a hossz-és a magassági mértékek megfelelnek egy arany téglalap jellegzetes formájának (**M**¹ : **m**¹).²⁶ E (külső) téglalap **m**¹ oldalhosszúsággal egy négyzetbe történő előrehaladó felosztása és egy önazonlóan (**m**¹, mint hosszmértékkel) kicsinyített téglalap a test kiterjedő és összehúzódozó formai tendenciáival egyúttal a fej- és törzs területének tagolódásának felel meg. A belső

²² A kék morpholepke (*Morpho menelaus*) egy trópusi pillangó, mely a tarkalepkefélék családjához tartozik (Nymphalidae). Szárnyának felső része csillogó kék, alsó része viszont matt barna. Közép-és Dél-Amerikában él és akár 15 cm-es szárnyfesz-távolsága is lehet.

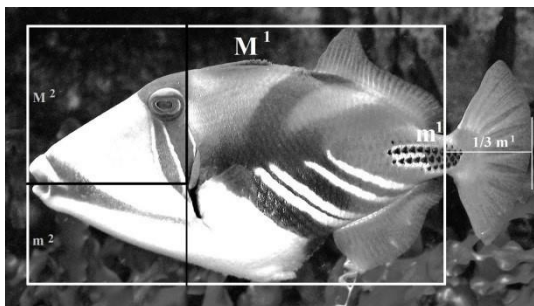
²³ A morpholepke szárnytagolódása első pillantásra szimmetrikusnak tűnik, de a hátsó szárnyak elülsőkhöz való aránya (itt) a 10:9-hez aránynak felel meg.

²⁴ A madagaszkári holdlepke (*Argema mittrei*), egy éjjeli lepke a pávaszemcses lepkék családjából (Saturniidae). Szárnyai sárgászöldes színezetűek barnával keretezett szemfoltokkal. 14 – 16 cm-es fesztávolságával (egyes esetekben akár 25 cm) a legnagyobb fesztávolságú pillangókhoz tartozik. Főképpen Madagaszkár esőerdeiben él; átlagos élettartama mindössze öt napot tesz ki.

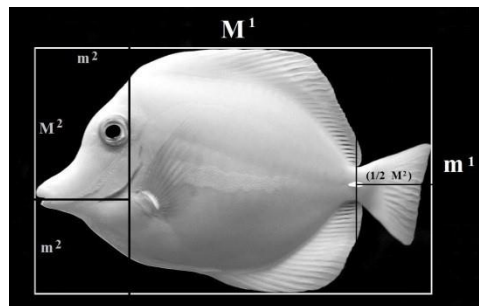
²⁵ A Picasso-hal (*Rhinecanthus aculeatus*) – az azonos nevű festő után elnevezve – az íjhalfélék családjába tartozik (Balistidae). A Vörös-tengerben él, az Indiai-óceánban, az afrikai és ázsiai tengerpartoknál, valamint az Atlanti-óceán keleti részén und és ott elsősorban sekély vízterületekben fordul elő. 30 cm-es testhosszú ér el.

²⁶ Az itt fölállított számok írásmódként választottak, melyekkel az aranymetszés különböző területei egyértelműsíthetők. A fő tagolódást (első szint: fel¹) előrehaladó kisebb tagolódások követik (második szinten: fel²), melyeknek kiindulási mértéke mindig az afölött lévő szint két fő nagyságának egyike által meghatározott.

(függőleges) téglalap messzemenően önhasznós tagolódása ($M^2 : m^2$) vezet pontosan a hal szájának²⁷ aszimmetrikus pozíciójához. – Ez hasonlóan aránylik a sárga doktorhálnál²⁸ (36. á.), melynél a hal egész testét felölelik az arany téglalap mértékarányai ($M^1 : m^1$). A fej területe lényegesen tömörebbnek mutatkozik, mint a Picasso-hálnál (itt: m^2 – ezzel szemben a Picasso-hálnál: M^2). A hal szájának elhelyezkedése szintén aranymetszésben található; ($M^2 : m^2$) a kisebb oldala (m^1) a nagy arany téglalapnak.²⁹



35. á.



36. á.

E példák mellett, melyek hosszúság- és téglalap -arányokat mutatnakfel, a növény-és állatvilágban olyan formák is vannak, melyek a háromszög geometriájával állnak összefüggésben. Itt az aranymetszés tekintetében a specifikus hossz-arányokhoz (a háromszög alapja és szára) még az arany szög csatlakozik hozzá mérvadó formai kritériumként.³⁰

A közönséges nyír³¹ (37. á.) háromszögűen formált levelénél a hosszak távolságai képeznek olyan arányokat a fűrészes szélű leveleken belül, melyek az arany háromszög alapjához és száraihoz, valamint a szögmérszéséhez nagyon közel kerülnek. Itt (egy bizonyos eltéréssel) alap alkotóelemnek tekinthetőek az $M : m$ arányok, valamint a 36° ill. 72° -os

²⁷A hal farkának csak annyiban van kapcsolata ezzel az aránysorozattal, hogy hosszúsága a törzs magasságának egy harmadának felel meg (m^1).

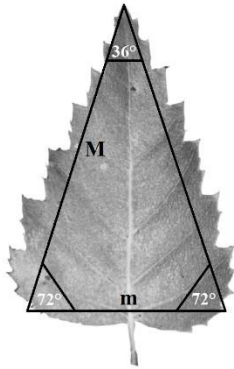
²⁸A sárga doktorhal (*Zebrasoma flavescens*), a doktorhálfélék családjába tartozik (*Acanthuridae*). Leginkább az Egyenlítőtől északra él, a Csendes-óceán nyugati részén lagúnákban és korallszirteken egészen Ausztráliáig megtalálható. Teste sárgás színű és akár 20 cm-es hosszúságot is elér.

²⁹Itt a farokuszony hossza pontosan az $M^2(1/2 M^2)$ hossz felének felel meg.

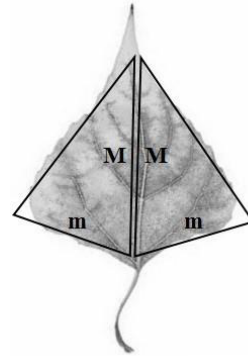
³⁰Az arany szög: 36° , 72° vagy 108° (ld. 1.2 fejezet).

³¹A közönséges nyír (*Betula pendula*) a nyírfafélék családjából (*Betulaceae*) egy honos lombhullató, 5- 25 méteres magassággal. Változatos levélformája van, levelének hosszúsága a 7 cm-t is elérheti.

szögarányok is. – Egy hasonló geometriai formavázlathoz lehet hozzárendelni a nyárfa³² (38. á.) levelét; bár itt kétszeresen, a levél mindkét oldalához. A levelek felszíne szög- és hosszarányokban terjeszkedik el, melyek (egy bizonyos eltéréssel) arany háromszögeknek felelnek meg.



37. á.

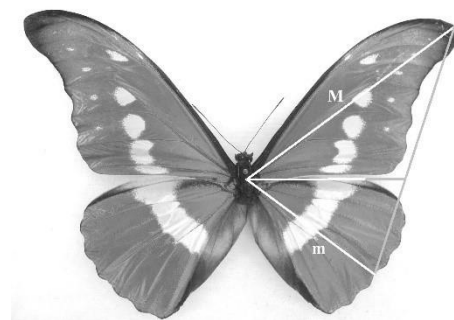


38. á.

A csíkos medvelepke³³ (39. á.) aszimmetrikusan forált szárnyainál szintén egy háromszögű alapforma létesül. A szárny teljes körvonala mégsem egy egyszerű háromszöggel egybevágó, mivel a szárny vége hátrafelé kibővülő. Mindkettő, a szárny fő kiterjedése, valamint a kibővítés a szárnyak végén is közben egy releváns megfeleltetést talál két arany háromszög kapcsolatában. A nagy háromszög alapja ennél azonos az önazonlóan-kicsinyített háromszög szárának méretével.³⁴



39. á.



40. á.

³² A *nyárfa* (*Populus*) egy lombhullató fa a fűzfafélék családjából (*Salicaceae*). Európában, Ázsiában, Észak-Amerikában és Észak-Afrikában elterjedt és 30 méteres magasságot érhet el. Levelei háromszögletűek, szív- vagy tojásformájúak, gyakran csúcsosak, rovátkolt levélszélük van és kb. 6 cm hosszúak és 3 cm szélesek.

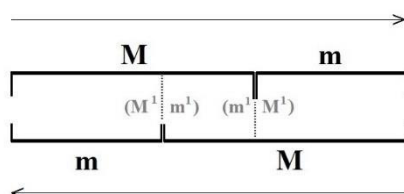
³³ A *csíkos medvelepke* (*Euplagia quadripunctaria*), vagy németül “spanyol lobogó” (vagy “spanyol zászló”) a medvelepkefélék családjába tartozik (*Arctiidae*). Észak-Európa melegebb területein él továbbá Dél-Európában és szárnyfesztávolsága eléri a 45 - 55 mm-t.

³⁴ A szárnyak szélén látható eltérések nem vezetnek teljes egybevágósághoz a berajzolt háromszögek formáival (ezek kvázi ‘lekerekítik’ a mértani alapformákat); a hossz- és szögarányok mégis érthetően illeszkednek be a szárnymértékekhez.

A *Morpho rhetenor helena*³⁵ (40. á.) esetében más módon vezetnek az arany háromszöges arányok formailag releváns szempontokkal való megegyezésekhez. Ezek itt a szárny-átló - szárnytagolódáshoz való arányaiban találhatók meg. Egyrészt az elülső szárny átlójának hosszmértéke (**M**) áll arany arányban a hátsó szárny átlójával (**m**); másrészt pedig a szárnytagolódás által is létrejön két két sarokpont a két egymás mellett fekvő háromszöghöz. Az elülső szárnyánál az átló egyben egy tompaszögű háromszög alapja is; szárnyának hossza hátsó szárny átlójának mérete, és arany arányban áll egy csúcshögű arany háromszög alapjával. Mindkét háromszög együtt egy (önhasonlóan tagolt) nagy, csúcshögű arany háromszöget alkot.

2.1.3 Centrálisan-ösztett formák

Az arany arányos kapcsolatok egy saját csoportja centrálisan-ösztett formákat tár szemünk elé. A kétszeresen kialakított, és ezzel bilaterálisan rendezett major (**M**) és a minor (**m**) általi formatagolódással – a kettő összekapcsolásával – egy szimmetriaképző közép jön létre (41. á.).



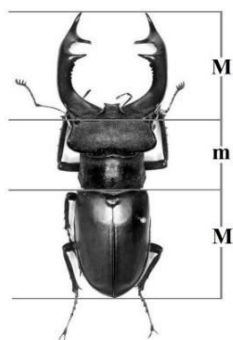
41. á.

Ennél a középítő formaterület egy a teljes forma gyakran elkülönült részét mutatja. Ebben egymásra rakódnak egyrészt a szembeállított formai irányok, másrészt egy következő aránysík nyílik meg: a szimmetrikusan nyugvó középrész (**m¹**) a határos formarészekkel (**M¹** ill. **m**) kétoldali arany arányban áll. A folyamatosan állandó osztás által, ellenpólusként a tipikusan aszimmetrikus formai lefolyással szemben egy nem tipikus centrális formai tagolódás jön létre. Az aránysorozat **M : m (= M¹) : m¹** megfelel a következő számértékeknek: **1 : 0,618 : 0,382 : 0,236**.³⁶

³⁵ A *Morpho rhetenor helena* a kék morpholepke egy külön fajtája (Ld. 22.lj.).

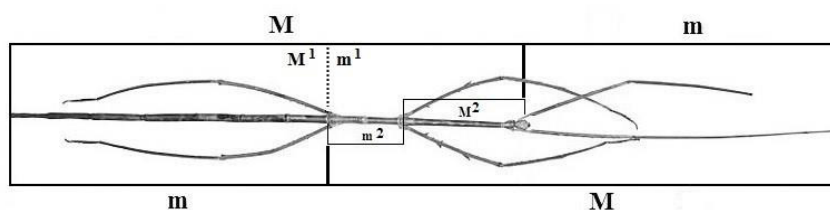
³⁶ A számértékek egyszerűbb olvashatóságának érdekében itt és a továbbiakban csak a harmadik tizedesvesszőig vezetjük le azokat.

Az állatvilágban változatos variánsokban fordulnak elő centrálisan-összetett formák. Így lehetséges pl., hogy a nagy szarvasbogár³⁷ (42. á.) potroha és a csáprágói, mint arányosan domináló testrészek, azonos méretben (**M**) alakultak ki, míg a tor és a fej a kisebb arányba (**m**) ‘tömörültek’. Ezzel a test e három fő része egymással többszörös aránymetszésben áll.



42. á.

Az óriás botsáska³⁸ (43. á.) a két ellentétes arány által (**M : m** és **m : M**), melyek egyrészt a hátsó lábak kezdetével, másrészt a fej pozíciójával állnak kapcsolatban, egy középső területet mutat fel, mely ehhez a legközelebbi-kisebb arányt **M : m (= M¹) : m¹** képi. A centrális terület a maga részéről a középső végtagok kezdete által aránymetszésben felosztott: **m² : M²**.



43. á.

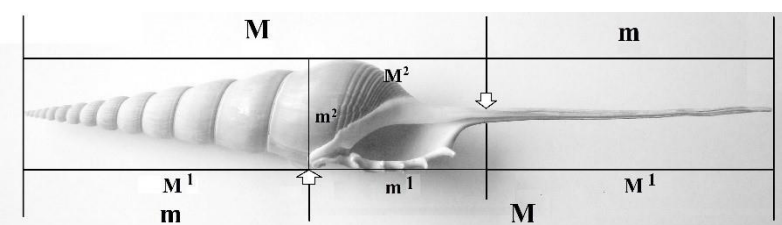
Az csőrös csiga³⁹ (44. és 45. á.) háza a kitágulás és az összehúzódás pólusait extrém módon köti össze.

³⁷ Nagy szarvasbogár (*Lucanus cervus*), Hornschröter vagy Feuerschröter németül (“tűz-szarvasbogár”), a szarvasbogárfélék családjába tartoznak (Lucanidae). E bogárfaj az agancs-szerűen megnagyobbodott rágószervekről kapta a nevét; főként Dél-Közép- és Nyugat-Európában fordul elő. A nagyobb hím szarvasbogarak akár 75 mm hosszúak is lehetnek.

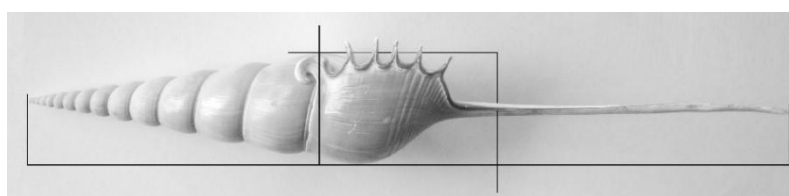
³⁸ Az óriás botsáska (*Phobaeticus chani*) a botsáskák rendjébe tartozik (Phasmatodea). 57 cm-es testhosszával leghosszabb rovar a világon, és Dél-Kelet-Ázsia esőerdeiben, Borneó szigetén él.

³⁹ Az csőrös csiga (*Tibia fusus*), melyet orsócsigaként is neveznek, egy tengeri csiga a szárnyascsigák családjából (Strombidae). Az Indiai óceán trópusi partvizein, valamint a Csendes óceán nyugati részén szélesen elterjedt. Csigaháza akár a 30 cm-t is elérheti; jellemző még – a tüskeszerű orsó mellett, mely a csigaház növekedési tengelyének (Columella) folytatását mutatja – az ujjakhoz hasonló csúcsai az ovális nyílásának külső ajakán.

A ház spirális formájú bővületével, mely egy ovális nyílásba torkollik, a másik végén egy vékonyabb, tüskeszerű orsós nyúlvány áll szemben. A nagy $M : m$ tagolódás itt az átmenet egy pontját jelzi, melyen a csavarodó mozgás dinamikája kifut és egy kvázi ‘statikusan-lineáris folyamatosság’ folytatódik. A nagy tagolódás ($m : M$) szembeállított osztási pontja jelzi a ház nyílását. Mindkét tagolódási pont középső formai területként fogja közre a nyílást, mely mindkét oldalról a kisebb arany arányban ($M^1 : m^1$ ill. $m^1 : M^1$) áll. Ehhez a centrális nyílóterület a ház hosszúságának a (maximális) magasságához való arányából egy ezt követő arányt képez ($M^2 : m^2$).



44. á. (elülső oldal)



45. á. (hátsó oldal)

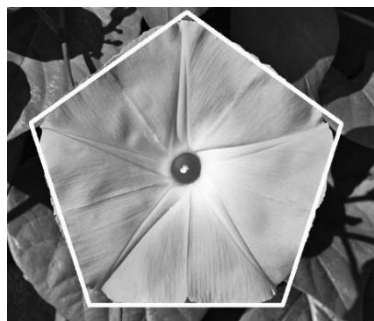
2.1.4 Többszörös arányok aranymetszésben

Azok a formák, melyek többszörös arany arányokat mutatnak fel, a komplex geometria és matematika egy következő, legmagasabb fokát érik el. Kiindulási pont és feltétel elsőként az ötszög és a pentagramma, melyek – külső formájukban s belső szerkezetükben – ősi típusaik szerint az aranymetszés elvét szimbolizálják. Itt legalább öt formai szempont egymáshoz való felállítása történik.

Sugaras ill. cirkuláris formáknál kijelöltek a speciális arany hossz-, valamint szög-arányok; a lineáris formák az alak mérvadó tagolódási-aspektusai által hosszabb aránysorokat képeznek a Φ faktorról.⁴⁰

⁴⁰ pl.: 1: 0,618 : 0,382 : 0,236 : 0,146 (stb.)

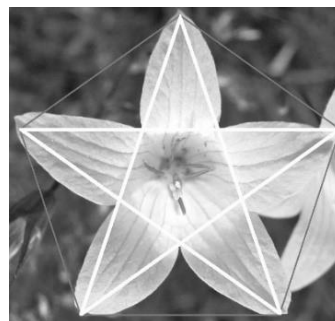
A növényvilágban gyakran és sok variánsban jelennek meg ötszámú formák. A *hajnalka*⁴¹ (46. á.) esetében a virág felülete majdnem teljesen egybevág egy szabályos ötszöggel; a *hibiszkusz*⁴² (47. á.) szíromlevelei ugyanakkor egy síkszerű, felbomló ötszögű forma egy sugaras levélrendezettségre való átmenetét mutatják. Az itt ábrázolt *harangvirág*⁴³ (48. á.) szíromlevelei ellenben sugaras formáikkal egy pentagramma geometriájának felelnek meg.



46. á.



47. á.



48. á.

Az *okra*⁴⁴ (49. á.) terméseinél, valamint a *papsapka kaktusznál*^{45, 46} (50. á.) az ötszög mértékarányai az alapjai egy térbeli formaalkotásnak.



49. á.



50. á.

⁴¹ A *hajnalka* (*Ipomoea*), a szulákfélék (*Convolvulaceae*) családjának legfajtagazdagabb tagja. Jellemző az öt, szabályosan tölcészerűen nőtt szíromlevél, valamint a csavarodó növekedési forma. Kiváltképpen a Földközi-tenger európai területein és a trópusi régiókban honos.

⁴² A *hibiszkusz* (*Hibiscus*), (orvosi ziliz) németül Eibisch, egy dísz-és gyógynövény a mályvafélék családjából (*Malvaceae*). Virágja, valamint, a csésze-, szírom- és termőlevelei is mind ötszirmúak. Eredetileg Ázsiából származik, de időközben az egész világon elterjedt vált.

⁴³ A *harangvirág* (*Campanula*) a harangvirágfélék (*Campanulaceae*) családjába tartozik. Virága, csésze-és szíromlevelei és porzószállai úgymint (gyakran) termőlevelei is mindannyian ötszirmúak. Majdnem az egész világon elterjedt és az északi sarktól az északi félgömb mérsékelt övezetéig megtalálható; különösen nagy magasságokban (hegyvidékeken).

⁴⁴ Az *okra* (*Abelmoschus esculentus*), németül "zöldség-hibiszkusznak" is nevezik, a mályvafélék családjába tartozik (*Malvaceae*) és Kelet-Afrika felvidékeiről származik. A cserje a 2,5 méteres magasságot is elérheti, gyümölcsei 2 – 20 cm hosszúak lesznek és többnyire ötszögűek.

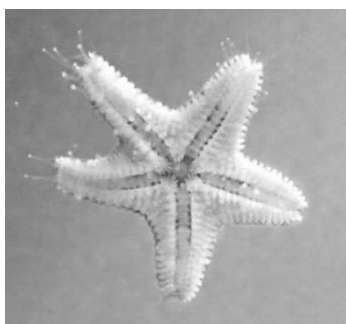
⁴⁵ A *papsapka kaktusz* (*Astrophytum myriostigma*), vagy püspök kaktusz, a kaktuszfélék családjába tartozik (*Cactaceae*). Mexikóból származik és eléri a 10 – 25 cm-es magasságot, valamint a 10 – 18 cm-es átmérőt.

⁴⁶ Ld.: Gerbert Grohmann, *Die Pflanze I* (Stuttgart, 1981), 98

A pentagramma variációi formailag rokon módon jelennek meg növény-és az állatvilágban: pl. egy leander⁴⁷ virágánál (51. á.), az ötágú tengeri csillagnál⁴⁸ (52. á.) vagy egy rózsza csészelevelénél (53. á.).



51. á.

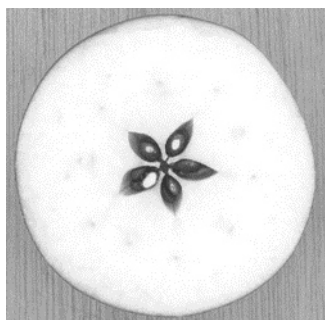


52. á.



53. á.

Az alma⁴⁹ magháza (54. á.) és a haranglábvirág⁵⁰ (55. á.) a pentagramma geometriáját szintén térbeli formában teszik láthatóvá. A haranglábvirágnál a tölcsérformájú párta felső síkján az azalatt lévő csészelevelek ötsugarú elrendezése, mint második geometriai forma tűnik még fel.



54. á.



55. á.

A réti boglárkánál,^{51, 52} (56. á.) hasonlóképpen rétegeződik a két ötszámú levél-sík a pentagramma szög-, és hosszarányaiba. Kissé változik a kialakítása a következő példában a

⁴⁷ A *leander* (*Nerium oleander*), másnéven babérrózsza, meténgfélék családjába tartozik (Apocynaceae). A Földközi-tenger területeiről származik és cserjeként vagy fácskaként növekszik akár 6 méter magasra is; virágai ötszirmúak.

⁴⁸ Az *ötágú tengericsillag* (*Asterina gibbosa*) a tengeri csillagok osztályába (Asteroidea) és a tüskésbőrűek rendjébe (Valvatida) tartozik. A Földközi-tengerben és az Atlanti-óceán észak-keleti részén él, a legtöbb tengeri csillaggal ellentétben hímnős állat; és kb. 5 cm-es nagyságot ér el.

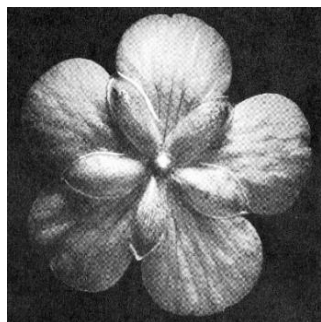
⁴⁹ Az *alma* (*Malus*) a rózsafélék (Rosaceae) családjába tartozik; virágai, csésze-szirom és (legtöbbször) termőlevelei is-, ötszirmúak, éppúgy, mint az öt sugarasan elrendezett magburkai. Világszerte elterjedt.

⁵⁰ A *harangláb* (*Aquilegia*) a boglárkafélék családjába (Ranunculaceae) tartozik és kedvelt dísznövényként az északi félgömb mérsékelt övezeteiben elterjedt. Szirom- és csészelevelei ötösével rendezettek.

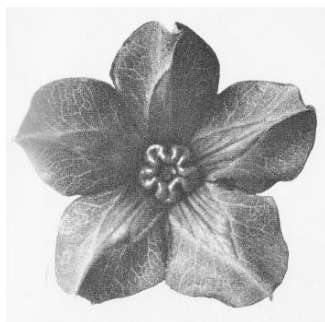
⁵¹ A *réti boglárka* (*Ranunculus acris*), németül "vajvirág" a boglárkafélék családjába tartozik (Ranunculaceae). Mezőkön és bozótokban nő és különösen Közép-Európában fordul elő nagyon gyakran.

⁵² Ld.: Gerbert Grohmann, *Die Pflanze I* (Stuttgart, 1981), 34

serleg loncnak⁵³ (57. á.): ennek értelmében kívül mindig ötszögű, belül alapvetően pentagramma formájú, a virág centruma itt még erősen összehúzódott. – Az itt ábrázolt tengeri csillag (58. á.) egymástól függetlenül és egyidejűleg egymásból származóan ábázolja a pentagrammát és az ötszöget: a centrálisan összefutó pontsorok legnagyobb kiemelkedései adják egy szabályos ötszög sarokpontjainak közepét.



56. á.



57. á.



58. á.

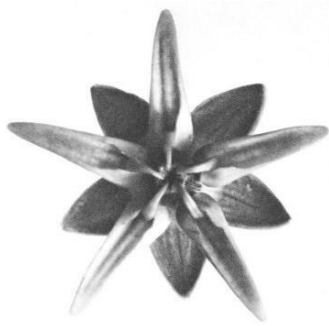
A következő ábránál a többszörösen ötszámú síkok szempontjai még kibővülnek. Itt három, sőt négy síkja is képződik a pentagrammás alakulásnak. A selyemkóró⁵⁴ (59. á.) csésze-, és pártaleveleit, és porzóját – egyidejűen és kiegészítően – csillagformában rendezi három pentagrammába (5 : 5 : 5). A közönséges selyemkóró⁵⁵ (60. á.) azontúl még egy, a virág centrumban található ötágú csillagot mutat fel (5 : 5 : 5 : 5). A golgotavirág⁵⁶ (61. á.) két, nem egymás mögött lévő, ötsugarú síkot képez a virágtakarójából (I – V), melyek egy tízágú csillaghoz kiegészítően rendezettek; a virág közepén egy oszlopszerűen megjelenő ötágú csillag található a portokokkal (->), mint (1 – 3) és az afelett elhelyezkedő három bibével (5 : 5 : 5 : 3).

⁵³ A *serleg lonc* (*Cobaea scandens*), a csatavirágfélék (*Polemoniaceae*) családjába tartozik. Ez egy kúszónövény, melynek szárai az akár 8 méteres hosszúságot is elérhetik és eredetileg Mexikóból származik.

⁵⁴ A *selyemkóró* (*Asclepias speciosa*), a selyemnövények fajtájához, és a meténgfélék családjához (*Apocynaceae*) tartozik. Ez a lágyszárú növény akár 1 méteres magasságra is megnő; szirom- és csészelevelei ötösével rendezettek. Észak-Amerikában elterjedt és boldogul akár 1500 -2600 méteres magasságokban is.

⁵⁵ A *közönséges selyemkóró* (*Asclepias syriaca* – Cornuti), német nyelvterületen kanadai selyemnövénynek is nevezik, szintén a meténgfélék családjába tartozik (*Apocynaceae*). 1 – 2 méteres magasságot ér el és Észak-Amerika keleti részein, valamint elvadult formában Európában is előfordul.

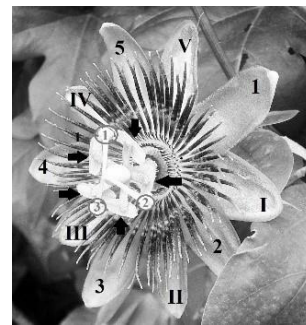
⁵⁶ A *golgotavirág* (*Passiflora*) a golgotavirág-félék családjába (*Passifloraceae*) tartozik és főleg kúszóvirágként nő. Névadása szimbolikusan Krisztus szenvedéseire utal. a sokszínűen feltűnő, sugarasan szimmetrikus virágai akár 18 cm-es átmérőjűek is lehetnek; egyes alfajok ehető gyümölcsöket is hoznak (bogyós gyümölcsök). Gyakran alkalmazzák gyógynövényként. Legtöbb faja eredetileg Dél-Amerika tropikus és szubtropikus területein honos; dísnövényként a 17. században vezették be Európába.



59. á.



60. á.



61. á.

Szemben a bemutatott sugaras-cirkuláris formákkal, melyek főképen a növényi növekedési módnak felelnek meg,⁵⁷ a lineárisan-orientált formák mindenk előtt az állati ill. emberi morfológiában mutatnak fel többszörös arany arányokat. Itt ezek a megfelelő hossz-, és magassági arányokon válnak láthatóvá. A következő három ábra ezt az állatvilágra vonatkoztatva példaszerűen szemlélteti.^{58, 59}

A kínai tűzhasú göte⁶⁰ (62., 63. á.) testhosszának kiterjedésével egy világos főtagolódást mutat elülső testre és farokra, mely a major minor arányban áll ($A = B + c$). Testének elülső részénél az elülső végtagpár kezdete áll aranymetszésben ($c : d$); az ez utáni tagolódási pont ($e : f$) a fej törzshöz való átmenetét jelöli.⁶¹ Az $A : B : c : d : e : f$ aránykapcsolatoknak egy átlagos 8,9 cm-es kiindulási hosszúságnál a (kerekített) **8,9 : 5,5 : 3,4 : 2,1: 1,3 : 0,8** cm számsornak felel meg.

⁵⁷ Ez a növényi sugaras növekedés az állatvilág 'peremterületein' hasonlóképpen jelenik meg – pl. a már említett tengeri csillagoknál, sok korallformánál, vagy nem utolsósorban, ha kevésbé is az aranymetszéssel összefüggésben) az úgynevezett virágállatoknál (Anthozoa) – és a két terület egy rokon-sajátos átlagos metszetét mutatja, az állatvilágban persze egy inkább alap fejlődési fokozatnak felel meg.

⁵⁸ A körvonalas vázlatok fényképészeti ábrái pontos (1 : 1) másai és itt az aranymetszés analízisének egy áttekintő grafikai ábrázolását szolgálják.

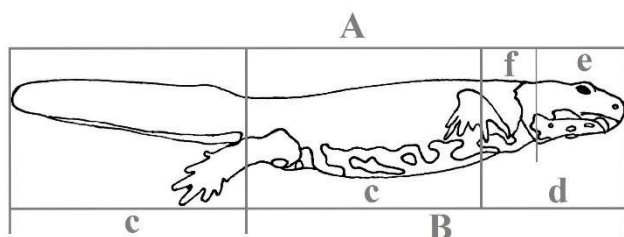
⁵⁹ Hasonló arány-analízisek gyűjteménye található többek között: György Doczi, *Die Kraft der Grenzen – Harmonische Proportionen in Natur, Kunst und Architektur* (Stuttgart, 2005⁶); Günther Kaphammel, *Der goldene Schnitt – Harmonische Proportionen* (Braunschweig, 2000); Matila Ghyka, *The Geometry of Art and Life* (New York, 1946/77) könyveiben.

⁶⁰ A kínai tűzhasú göte (*Cynops orientalis*) a szalamandrafélék családjába (Salamandridae) tartozik; dél-kelet Kínában és Japánban él és egy 8-10 cm-es testhosszt ér el

⁶¹ A három fő tagolódási momentumon és az azokkal összekötött aránysoron ($A : B : c : d : e : f$) itt, mint a két ezt követő példában is, a test tagolódásának nem 'hajszálpontos bemetszései' értendők; a morfometrikus analízis (ill. interpretáció) a fejezet kezdetekor elfogadható ill. értelmes eltérések tett kifejtéseken alapszik. Így a formálódási jellemzőkre vetünk pillantást, a lényeges, funkcionálisan releváns morfológiai elemek bemutatása történik meg, ezek egy látható valamint kézenfekvő egybevággással állnak az arany arányban.



62. á.

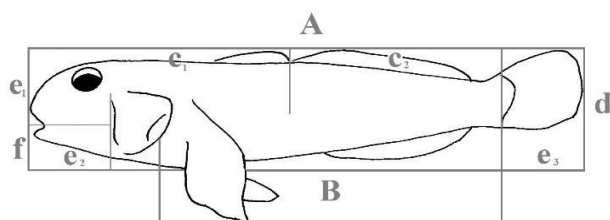


63. á.

A gébféléknél ^{62, 63} (64., 65. á.) szintén a vízszintes összkiterjedés képzi a szukcesszív tagolódási pontokhoz kiinduló mértéket. A teljes hossz (A) a törzs kopoltyúnyílásáig tartó hosszúságával (B) való aránya a törzs további, a hátuszonyok (c_1, c_2) általi ($A - e_3$) tagolódásával folytatódik; a c – mértéket a d követi, mint a teljes magasság mértéke. A folyamatos osztásnak felelnek meg ezen felül a halfarok méretei (e_3), valamint a fejnek a kopoltyúnyílásig való mérete (e_2); a hal szája itt is pozícióba állítja az e_1 -et az f -hez.



64. á.



65. á.

⁶² A gébfélék (Gobiidae) egy, a tengeri halak legfajtagazdagabb csoportjához és a sügéralakúakhoz (Percomorphaceae) tartoznak. Ezek kis halak, melyek alig érik el a 10 cm-es hosszúságot, és minden tengerben élnek, a sarkkörtől a trópusokig; Európában, Afrikában és Ázsiában az édesvízi területeken is találkozhatunk velük.

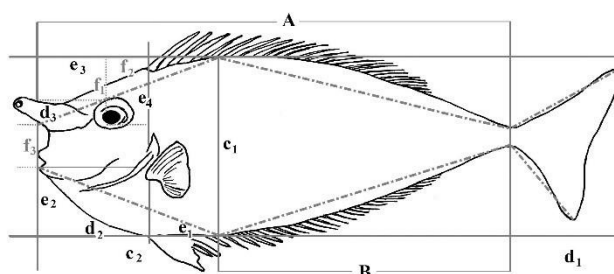
⁶³ A gébfélékre való utalás G. Dócztól származik, uo., 76.

A géb **A : B : c : d : e : f** arányainak sora egy 9,7 cm-es átlagos összhosszúsággal a (kerekített) **9,7 : 6 : 3,7 : 2,3 : 1,4 : 0,9** cm számértékeknek felel meg.

A hosszúorrú doktorhal⁶⁴ (66., 67. á.) esetében az aránykapcsolatok még változatosabban tárulnak szemünk elé. Itt a kitáguló és összehúzódó formai tendenciák először is a vízszintes hosszarányokhoz is, valamint a (függőleges) magasság mértékeinek kapcsolatához is formáltak: a törzs a farok kezdetétől szélesedik ki a maximális magassáig (B szakasz) arány arányban állva az ahhoz kapcsolódó, összehúzódó elülső területtel (**c₂**). A teljes **A** törzs ezáltal **B**-re és **c₂**-re (= **M : m**) tagolódik és egyidejűleg a törzs **c₁** magasságával áll arány arányban. A forma e fő törekvése a farok további hátsó kiterjedése által (**d₁**) bővül ki (mint **m**), arany-metszésben állva **c₁** valamint **c₂**-vel (mindkettő **M**). Az **A : B : c₁** (ill. **c₂**) : **d** aránysorozat így a teljes forma ellentétes dinamikáját definiálja. Az állandó osztás szukcesszív folytonossága csak az elülső törzs területét érinti (a **c₁ / c₂** négyzetben). Itt a **d₂** és **e₁** szakaszok a kopoltyúnyílásnál ill. a mell-, has- és hátúszók eredeténél osztják fel a **c₂**; **d₃** és **e₂** a hal szájánál tagolják a **c₁**-et, mialatt az **e₃ / f₁** és a **e₄ / f₂** tagolódások a szem pozícióját jelzik. A **d₃ = e₄ + f₃** osztás folytatása újra létrehoz egy összefüggést a fajtipikus halorr szempontjához.



66. á.



67. á.

⁶⁴ A hosszúorrú doktorhal (*Naso brevirostris*), mely foltostüskés unikornishalként is ismert, a doktorhalfélék családjába tartozik (*Acanthuridae*). Élettere a trópusi korallzátonyokon, a Vörös-tengertől az Indiai-és Csendes-óceánon keresztül egészen a Marquesas-szigetekig terül el; 60 cm-esre is megnőhet.

Itt is egy hatrészes aránysor **A : B : c : d : e : f** képződik, előrehaladóan kicsinyített arany arányokban, mely egy 59 cm-es teljes hosszúságnál (kerekített) **59 : 36,5 : 22,5 : 14 : 8,5 : 5,5** cm számértékeknek felel meg.

2.1.5 Spirális formák

Mialatt az eddigi példák csoportjában az arany metszés a lineáris vagy cirkuláris formálódás kontextusában lépett fel, a spirális formák csoportja nemcsak e két poláris kiterjedés összeköttetését mutatja, hanem a spirálisra tipikusan jellemző, balra-és jobbra tekeredő forgó mozgást is. A spirális vonalának útja a kör formájára vonatkozóan és így ‘hajlított vonalként’ (vagy kanyarként) mutatkozik, mely a csavarosan-körkörös mozgás által válik dinamikussá. A növényi és az állati területen itt olyan formai alakulások tűnnek fel, melyeknek egy figyelemreméltó és részben rendkívül egzakt matematikai konstruktivitás a jellemzője.

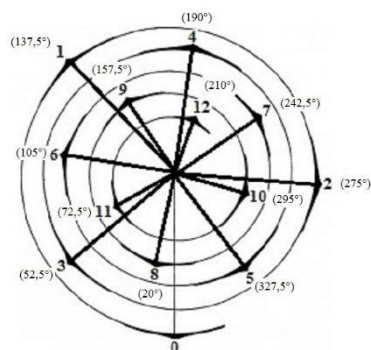
Az arany arányok a botanikában a szabályosan elrendezett levélállások arany szögében vagy a körkerület pentagrammának megfelelő ötös felosztásában képződnek. Az állatvilágban különösen a spirális formájú puhatestű állatok csészealakjában figyelhetőek meg arany arányok. Ezen kívül mindkét terület felmutat arany spirális képződésű formákat is.

A levélállások fajtáinak növényteni osztályozásán, az úgynevezett fillotaxison belül,⁶⁵ az arany szög egy saját kategóriát mutat. A szár körül felfelé törekvő levelek növekedési pozíciói $\psi \approx 137,5^\circ$ fokos távolságokban rendezettek,⁶⁶ amivel a divergenciaszög a konstans Φ által meghatározott. A megfelelő szögtávolságok így a következőképpen viselkednek: $0^\circ - 137,5^\circ - 275^\circ - 52,5^\circ - 190^\circ - 327,5^\circ - 105^\circ$ (stb.). Az arany szög egy olyan levélállást tesz lehetővé, melynél egy magasabb levél sohasem állhat egy az alatt lévő felett, következésképpen minden levél rendelkezika fény és víz beeséséhez szükséges szöggel (68. á.).

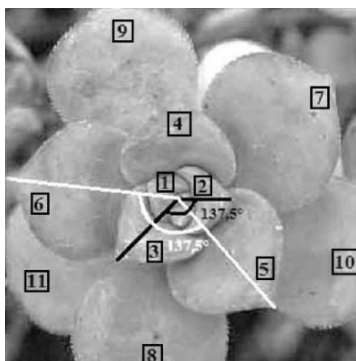
⁶⁵ Phyllotaxis (phyllo = levél, taxis = rendezés, ógörög) a növények a levélpozíciós tana (vagy levélállás). Egy olyan szakterület, mely történelmileg már ereszoszi Theophrasztosz (Kr.e. 370-285) és idősebb Plinius (Kr.u. 23-79) műveiben is felbukkan, úgymint a görögök antik építészeti műveiben is és már az egyiptomiak is megtapasztalták annak lenyűgöző eredményeit. Johannes Kepler (1571-1630) elsőként mutat rá a fillotaxis és a Fibonacci-számsor összefüggésére. Charles Bonnet (1720-1793) 1754-ben megalapozza a modern fillotaxis-eszméjét; 1829-ben Karl Friedrich Schimper (1803-1867) és Alexander C.H. Braun (1805-1877) rögzítik valamennyi levélállás-spirálisának matematikai igazolhatóságát. – Lásd: Frank Schamann, *Phyllotaxis – Die mathematische Beschreibung und Modellierung von Blattstellungsmustern* (Würzburg, 2014), 4f

⁶⁶ recte: $\psi = 137,50776\dots^\circ$

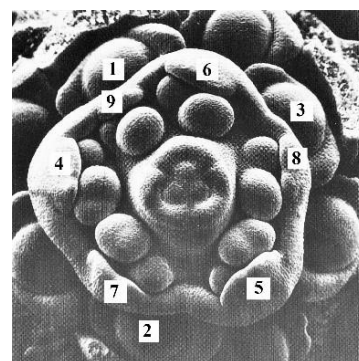
Egy kövirózsacserjénél ^{67, 68} a függőleges nézet példaszerűen mutatja a spirálisan egymás alatt fekvő, arany szögben álló levél-tengelyek távolságát (69. á.). – Egy fiatal kutyatej ^{69, 70} virágzatában (70. á.) a széttartó növekedés ugyanúgy arany szögekbe rendezett; ebben az elektronmikroszkópikus felvételen a számok a virágzat-levelek elhelyezkedésének kialakulási sorrendjét jelölik.⁷¹



68. á.



69. á.

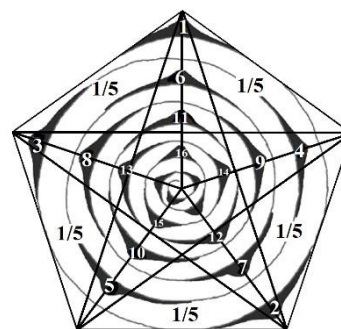


70. á.

Egy rózsza ⁷² (71. á.) virágának kelyhében világosan látható a spirális szerkezet; több levélsor szolgál ennek alapjául, melyek pentagramma formában rendezettek (72. á.). A levelek állása



71. á.



72. á.

⁶⁷ A kövirózsacserje (Aeonium) egy növényfaj a varjúhájfélék családjából (Crassulaceae). Fajtái, mint lágyszárúak vagy fél-cserjék nőnek és főként a Kanári-szigeteken honosok.

⁶⁸ Lásd: <https://www.nombredorlabruyere.files.wordpress.com/2013/02/6.jpg>

⁶⁹ A kutyatej (itt: Euphorbia myrsinites), vagy másnéven mirtuszlevelű-, vagy hengeres-kutyatej, egy növényfaj a kutyatejfélék családjából (Euphorbia), egy kb. 15 cm-es nagysággal és mintegy 30 cm hosszú, hengerszerű ágakkal. Elterjedési területe a Baleár-szigetektől Dél-Európán keresztül a Balkánon át, egészen a déli Oroszországig tart; 1000 és 2300 méter között növekszik.

⁷⁰ Lásd: Peter H. Richter, Holger Dullin, "Harmonie der Proportion – Der Goldene Schnitt in der Blattstellung höherer Pflanzen", in *Muster des Lebendigen – Faszination ihrer Entstehung und Simulation*, kiad. Andreas Deutsch (Braunschweig/ Wiesbaden, 1994), 56f

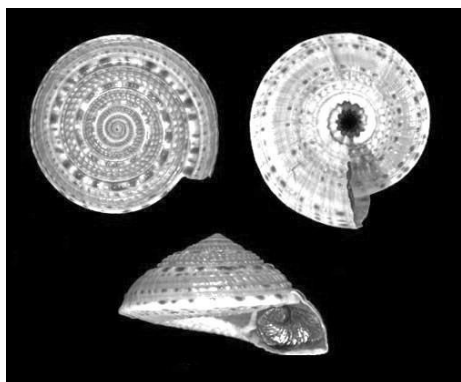
⁷¹ uo., S. 56: „A levelek elhelyezkedése a növény korai növekedési folyamatában a hajtás csúcsának külső sejtrétegeiben következik be (...). A levelek későbbi állása már ekkor meghatározott.”

⁷² A rózsza (Rosa), melyet az antik görögök óta, a virágok királynőjének nevezik, egy névadó faj a rózsafélék családjának (Rosaceae), ami manapság mintegy 30.000 különböző fajt foglal magába. Kínából ered, ma világszerte elterjedt, hagyomány szerint sokszínű szimbolikával rendelkezik.

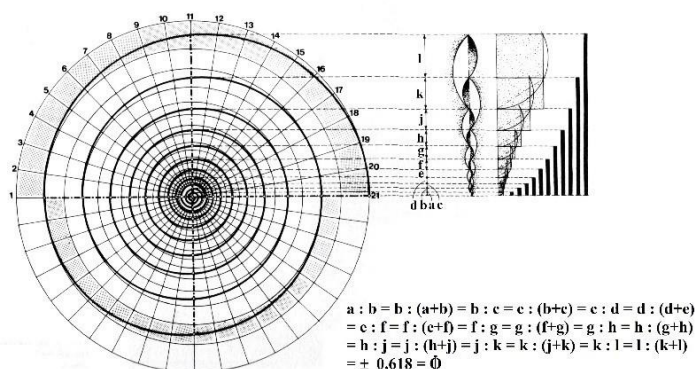
a 2/5 arányt követi, mellyel a szár terjedelme írható le, mely levélről levélre felölelődik. A levélállás átugorja a pentagramma (1/5) egy-egy sarkát, ennek következtében a szögtávolságok az egymást követő szirmoknál ($2 \times 72^\circ =$) 144° lesznek. A szár kétszeres körbejárása után a hatodik (valamint a tizenegyedik és a tizenhatodik) levél ismét az első pozícióban áll. A rózsza ugyanazt a geometriai törvényszerűséget alakítja ki a csészelevelek⁷³ pozicionálásánál is.

Az állattanban hasonló spirálszerű formálódási jelenségekkel találkozhatunk. A következő példák mellett, a végtagképződés területén (csápok, ormány, farok), a különféle spirális belek, orrüregek, valamint fog- és szarvképződményeknél fordulnak elő.⁷⁴ A legismertebb spirálformákat különböző héjformáikkal a puhatestűek mutatják fel.⁷⁵

Az atlanti napóracsi⁷⁶ (73. á.) többszörös fordulattal nagyon lassan nyitja ki a spirálist. Formájának növekedési rátája minden körfordulattal a Φ -nek felel meg és ezzel előrehaladóan áll arany arányokban. (74. á.).⁷⁷



73. á.



74. á.

⁷³ A fillotaxisban lévő divergenciátört aspektusára a Fibonacci-számsor összefüggésében a következő fejezetben még egyszer visszatérünk és tovább tárgyaljuk.

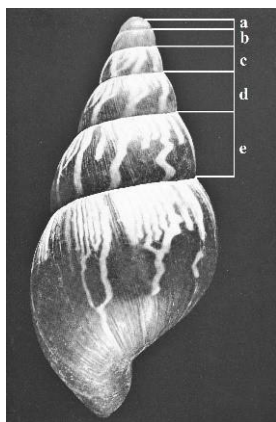
⁷⁴ Lásd: Urs Rahn, „Die Spirale im Tierreich“, in *Die Spirale – im menschlichen Leben und in der Natur, eine interdisziplinäre Schau* (Basel, 1985), 54 ff; valamint a köv. publikáció: Theodore Andreas Cook, *The Curves of Life* (London, 1914/ New York 1979).

⁷⁵ „Minden puhatestű (Mollusca) egy gyűrű alakú köpeny szélének üledékeként képi meszes héját. A kiválás gyorsaságának a belső köpenyráncok hámgyűrűje általi koordinált irányítása hozza létre az összes geometriai formát, az egyszerű kúptól a csigahéjig, tehát az üreges testig, melynek tengelye egy egyenest, egy tervezett spirálist vagy egy térbeli spirálist képez. Az kiválásnak a hámgyűrű minden szektorában való gyorsasága és a kapcsolata magához a köpenygyűrűhöz, valamint a köpeny eltérései a kör formájától határozzák meg a héjuk formáját.“ Lukas Hottinger, „Spiralige Schalen“, *Die Spirale – im menschlichen Leben und in der Natur, eine interdisziplinäre Schau* (Basel, 1985), kiad. Hans Hartmann, Hans Mislin (Basel, 1985), 46

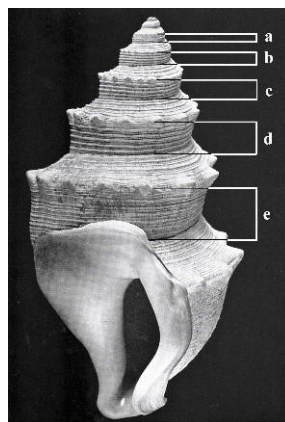
⁷⁶ Az atlanti napóracsi (Architectonica nobilis) a napóracsigák (Architectonicidae) családjába tartozik. A trópusi Atlanti-óceánban elterjedt; a napóra háza egy 2,5-7 cm-es nagyságot ér el.

⁷⁷ Grafika: G. Dóczi, uo., 73

Egy közönséges achátcsiga ⁷⁸ (75. á.) vagy egy strucclábcsgiga ⁷⁹ (76. á.) házánál ugyanez az elv vezet a kifelé ható térbeli spirálisok képződéséhez, melyek itt vagy átmenetekkel, vagy teraszosan-lerakottak. A csigaházak előrehaladó kitágulása rész-szelvényekben történik meg, melyek az $m : M$ arányhoz folytonosan hozzánőnek ($a : b = b : c = c : d = d : e$).

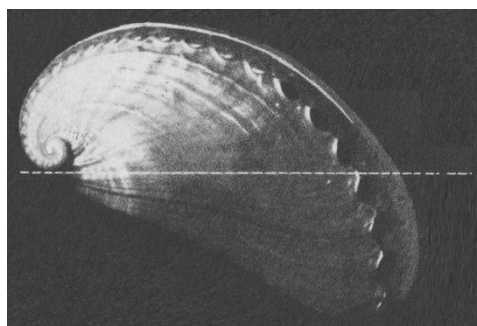


75. á.

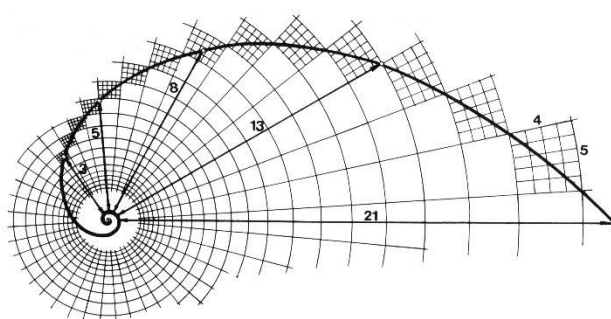


76. á.

A tengeri fülcsiga ⁸⁰ spirális házának messzelendülő kanyarával képez egy – ellentétben az előző, cirkulárisan-orientált formákkal – inkább lineáris formai menetet (77. á.). Az egymást követő (folytonosan azonos) szögek növekedési arányai (a spirális forma megjelölt felső szakaszában) a 3 : 5 : 8 : 13 : 21 Fibonacci-számsoros sugarakhoz és ezzel egy, az arany-metszés felé történő egyértelmű irányultsághoz vezetnek (78. á.).⁸¹



77. á.



78. á.

⁷⁸ A közönséges achátcsigák (Achatinidae) családjából az itt ábrázolt afrikai óriáscsgiga (Limicolaria saturata) Kelet-Afrika belsejéből. E példány háza 4,5 cm magas.

⁷⁹ A strucclábcsgiga (Struthiolaria papulosa) egy tengeri csiga a szárnyascsigák családjából (Strombidae), mely Ausztráliában, Új-Zélandon és az Antarktiszen fordul elő. Az itt ábrázolt példány 8,5 cm magas.

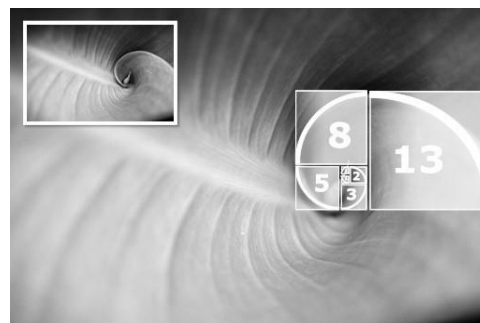
⁸⁰ A tengeri fülcsiga (Haliotis asinina), melyet tengerfűl- vagy számárfűlkaagylónak is neveznek, a tengeri fűlek családjába (Haliotidae) tartozik. Minden melegvízű tengerben előfordul, kivéve az Atlanti-óceán nyugti részén és 12 cm nagyra nőhet.

⁸¹ 77. á., valamint analízisgrafika (78. á.): G. Dóczi, uo., 72

Az arany spirális a növény- és az állatvilágban is előfordul. Mint a dinamikus-organikus alakképzés egy ősi gesztusa a növénytanban egy levél kibontakozásán példaszerűen megfigyelhető (79., 80. á.).

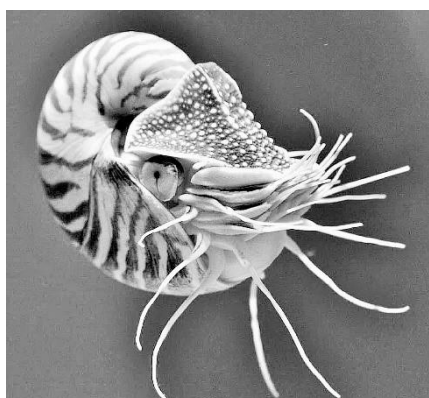


79. á.

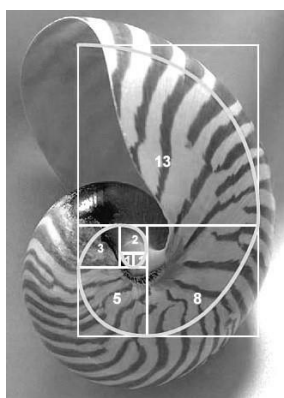


80. á.

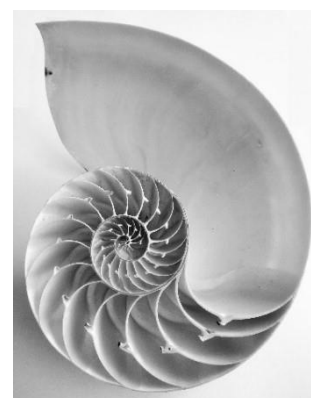
Az állattanban a csigáspolip⁸² (81. á.) spirálgeometrikus építőművészet egy különleges építőmestereként mutatkozik meg. A fejlábúak egyetlen olyan élő fajához tartozik, mely egy külső héjjal rendelkezik, és ezt a legnagyobb precizitással képi ki előrehaladó arany arányokban (82. á.). A külső héj építési módja megfelel a belső kamrák növekedéssel azonos formálódásának, valamint az azokban centrálisan pozícionált spirális csatornának, melyen keresztül az összes kamra összekapcsolódik egymással (83. á.).



81. á.



82. á.



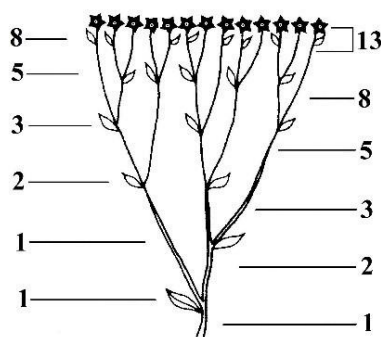
83. á.

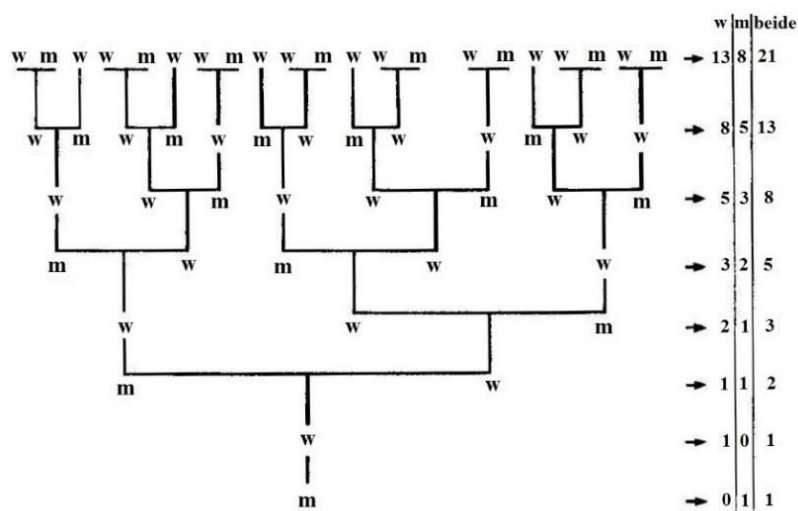
⁸² A csigáspolip (*Nautilus pompilius*), vagy *pompás csigáspolip* a csigaházak polipok családjához tartozik (Nautilidae), a Csendes-óceán trópusi vizeiben, valamint az Indiai -óceánban keleti részén él. A kb. 500 millió évvel ezelőtt keletkezett és 60 millió éve kihalt elődeinek, az ammoniteszeknek köszönheti az 'élő kővület' elnevezést. A hossz-, és szélességi növekedésben logaritmikusan épített ház mintegy 30 cm-es nagyságot érhet el. A héj 60 bar nyomást bír ki, mely egy kb. 600 m-es vízmélységnek felel meg. A 30-38 kamra a spirális formájú szifon-csatorna gáz-ill. víztartalmának szabályozási eszközeként szolgál és ezzel lehetővé teszi hintázó-lebegő előre mozgást. A kamrák képzése a növekedés alatt havi ciklusokban zajlik le. A csigáspolip akár 20 évig is élhet.

2.1.6 Fibonacci-számsorok

Olyan számsorozatok, melyek a Fibonacci-sorral összefüggésben állnak, a természetben a legkülönbözőbb helyeken bukkannak fel. Az alkalmazás során utalnak az egyjegyű és kezdetben a kétjegyű számterület (2, 3, 5, 8, 13) egy, az aranymetszéssel való konstitutív összefüggésére. Az egészen a háromjegyű számterületig (21, 34, 55, 89, 144, 233) nyúló arányok ezen kívül komplex, finoman differenciált, valamint rendkívül pontos formakompozíciókhoz vezetnek.

Egy elemi növénytani jelenség mutatkozik meg a kenyérbélcickafark⁸³ leveleinek és szárainak növekedési ritmikájában. Az első elágazásnál először egy levél és két nem egyenlő hosszú szár növekszik különböző irányba; minden további ág-elágazásnál egy új levél jeleik meg. Szabályszerű növekedés esetében a hosszú és a rövid szárak és a levelek száma kettős Fibonacci-sorban áll egymással szemben (84. á.).⁸⁴





85. á.

E fajspecifikus jelenségeken kívül a Fibonacci-számok fajokat átfogóan, mint teljes növekedési területek rendezettségi szerkezete is megjelennek.

A botanikában egyrésről a virágos növények (zárvatermők) sokaságánál megfigyelhető a Fibonacci-számok feltűnő előnyben részesítettsége.⁸⁷ Másrésről a Fibonacci-számok összjátékából egy további, kiegészítő megközelítés nyílik meg az előző fejezetben bemutatott fillotaxis elvéhez. Az ott leírt aranszög kindulási pontja, mint egyszeri irracionális kapcsolat mellett, itt a Fibonacci-sor egymást követő számai, mint racionális számarányok lépnek fel.⁸⁸ Ezek a nevezett levélállásokban, valamint a fiatal tölgyek elágazódásaiban, a fenyőág tűleveinek elrendeződésében, a tobozok pikkelyein, vagy a virágzatok kompozíciójában mutatkoznak meg. A növényvilág, mint majdnem minden egyszeri

⁸⁷ „A legtöbb virágban a virágszirmok száma más jellemzők mellett normális esetben nagyon pontosan megadott. A nőszirmnak (Írisz) 3, boglárkaféléknek (Ranunculus) 5, búzavirágnak (Centaurea) 8, körömvirágnak (Calendula) 13, öszirózsáknak 21 és az öszirózsaféléknek (Compositae), melyekhez a százszorszép tartozik, 34, 55 vagy 89 szirmuk van. Más számok inkább csak kivételek, mert a szabály...” A. Hausmann, uo., 154f – „Majdnem minden virágnál megfelel a virágszirmok száma a... sor 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89 egyik számának. Például a hóvirágnak három, a boglárkának öt, sok szarkalábnak nyolc, a körömvirágnak 13, az öszirózsának 21 és a legtöbb százszorszépnek 34, 55 vagy 89 virágszirma van. Nem fognak más számot még csak megközelítően sem ilyen gyakran ott találni. Ezek a számok egy szabályszerűséget követnek...” Ian Stewart, *Die Zahlen der Natur – Mathematik als Fenster zur Welt* (Heidelberg/Berlin, 2001), 14

⁸⁸ Lásd az erre a történelmi kontextusra vonatkozó bemutatást: Albert van der Schoot, *Die Geschichte des goldenen Schnitts – Aufstieg und Fall der göttlichen Proportion* (Stuttgart, 2005), 191-195.

formát átfogó törvényszerűség jelenik itt meg az úgynevezett Schimper-Braunsche fő-sorozatban,⁸⁹ mely a szár körbejárásának a megfelelő levélszámmal való arányát írja le. Ez a sorozat, melynek számlálói és nevezői folytonosan átugorják a Fibonacci-számsor egy pozícióját és ezzel egyidejűleg két (elcsúsztatott) Fibonacci-sort hoznak egymással kapcsolatba, így hangzik:

$$1/2 - 1/3 - 2/5 - 3/8 - 5/13 - 8/21 - 13/34 - 21/55 \text{ stb.}^{90,91}$$

A számarányokkal egyúttal levelek, tobozok, vagy virágzatok szögtávolságai (divergenciák) 360°-ban meghatározottak; következetesen és folyamatosan tartanak az arany szög értékéhez ($\psi \approx 137,5^\circ$):

1/2	1/3	2/5	3/8	5/13	8/21	13/34	21/55	(stb.)
180°	120°	144°	135°	138,5°	137,1°	137,6°	137,5°	(stb.).

A levélszám, szár-körbejárás és divergenciaszög háromszorosan konfigurált diszpozíciója közben mely egy egyszerű csavaros- vagy spirális mozgást végez a szár tengelye körül, sok

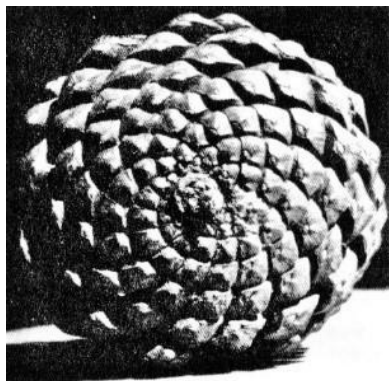
⁸⁹ Ld. 65. lj.

⁹⁰ Az említett Fibonacci-arányok, mint levélállás-típusok is megmutatkoznak, például a következő növény fajoknál: **1/2**: a leggyakoribb levélállás az egyszikű növényeknél (Monokotylen): fűfélék és gabonafajok, szilfa, hársfa, írisz, hóvirág, kardvirág, tulipán, hagyma, póréhagyma, és a hüvelyesek is (Leguminosen), mint bükköny, bab, borsó, stb. – **1/3**: (kevésbé elterjedt) vízipálma és savanyúfűfélék, őszi kikerics, fehér zászpa, len és a réti lóherénél, a háromsoros meesia longisetánál, bükknél és a mogorónál. – **2/5**: a kétszikű növények (Dikotylen) leggyakoribb levélállása: sok nyitvatermőnél és virágnál, mint a rózsafélék (rózsák, kajsziparack, almák stb.), ezen kívül ibolya, vérehulló fecskefű, margaréta, cickafark, és a tölgy is stb. – **3/8**: a keresztesvirágúak (Cruciferen) leggyakoribb levélállása, pl. a káposztafélék; azonkívül a tátika, len, nagy útifű, sisakvirág, hunyor, hógymál, nyárfa, körtefa. – **5/13**: gyermekláncfű, ökörfarkkóró, fehér üröm, nagygyezejőfű, borsos varjúháj, burgonya, homoktövis, aranyvessző, kövirózsa, a simafenyő tobozai, fűz-és mandulafa. – **8/21**: festőcsütleng, a fenyőalakúak tüleveleinek pozíciói pl. közönséges jegenye-és lucfenyőnél, vörösfenyőnél, lucfenyőnél, a fekete-és az erdei fenyőnél. – **13/34**: a búzavirág virága. – **21/55**: (ritkán) – **34/89**: napraforgó. – Albrecht Beutelspacher, Bernhard Petri, *Der Goldene Schnitt* (Heidelberg; Berlin; Oxford, 1996) 128; Heinrich Zoller, "Die Spirale im Pflanzenreich" írása a *Die Spirale – im menschlichen Leben und in der Natur, eine interdisziplinäre Schau* (Basel, 1985), 43; Joachim Schultz, "Die Blattstellungen im Pflanzenreich als Ausdruck kosmischer Gesetzmäßigkeiten", a *Goethe in unserer Zeit*, kiad. Guenther Wachsmuth, (Dornach-Basel, 1949) művek alapján összeállítva. 101f.

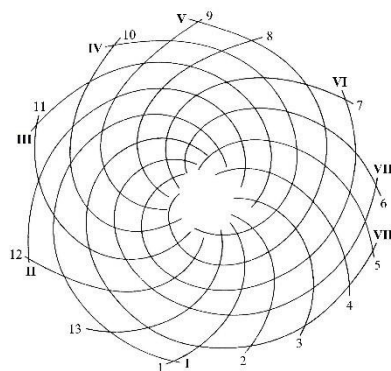
⁹¹ A nevezett szám-arányokhoz az is hozzájön, hogy egyes növényeknél a növekedés folyamatában a levélállási minták megváltoznak. Ezáltal az előre haladó növekedés mégsem lesz szabálytalan vagy önkényesen osztódó, hanem a számsor szisztematikusan a következő arányához tér át: „A lennél például az alsó levelek gyakran még kétlevelűen és gyakran keresztben, mint párok állnak egymás felett. Ezt meglepő mozgékonyással követik emelkedő sorrendben lévő spirális állások, melyek az 1/3, 2/5 és 3/8 -as levélállásokhoz rendelhetők hozzá. Az ötös számhoz így nyert kapcsolat (...) aztán a csésze-és szíromlevelek ötésségében mutatkozik meg, a porzók számában, egészen a hangsúlyosan ötélű magburok tíz belső felületénél is.” Walther Bühler, uo. (Stuttgart 2001²), 53, 67. Lásd ehhez Bühler kifejtését is az aloe növények levélállási átmeneteinek változatosságáról; uo., 67. – G. Bergmann hasonlóképpen szemlélteti ugyanezt a jelenséget: „Ez semmi esetre sincs úgy, hogy egy bizonyos levélállás változatlanul csak egy bizonyos fajhoz vagy akár családhoz tartozik. Az átmenetek, (...), mindenhol megfigyelhetők. Vegyük csak a fiatal kányaszombor (Alliaria), a nebáncsvirág (Impatiens), az orvosi aloe, a levélkaktusz levélállási arányait stb. A számok törvényszerűségei nincsenek mereven leszögezve, hanem variálhatók.” Gottfried Bergmann, "Metamorphosen der Zahlengesetzmäßigkeiten in den Organstellungen höherer Pflanzen", a *Tycho de Brahe-Jahrbuch* 1989 könyvben (Niefern-Öschelbronn, 1989), 162

növény virágzatában ezen kívül még ellentétes spirális-szerkezetek is megfigyelhetők, mint kiemelkedően összetett formák.⁹² Ennél a geometria és számítás formái egymásba hatáskor szintén fellépnek a Fibonacci-sor számpárjai.

Így látható pl. egy erdei fenyő⁹³ tobozain **8** (balra) és **13** (jobbra csavarodó) spirális, melyek ellentétesen fonódnak egymásba (86., 87. á.).⁹⁴

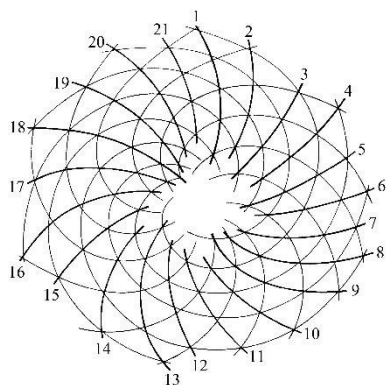


86. á.

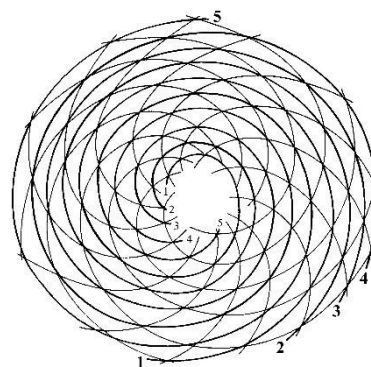


87. á.

Ez a spiráalterület az elsődleges spirálisok (érintőspirálisok) mellett a kettes, polárisan irányuló spirálvonalaknak (átlóspirálók) még egy másodlagos síkját is tartalmazza, melyek a főspirálisok metszéspontjai által képződnek. Ezeken **21** balra csavarodó spirális jön létre egy folyamatosan sugaras irányultsággal, valamint **5** jobbra csavarodó, melyek irányultsága ezzel szemben kör-orientált (88., 89. á.).⁹⁵



88. á.



89. á.

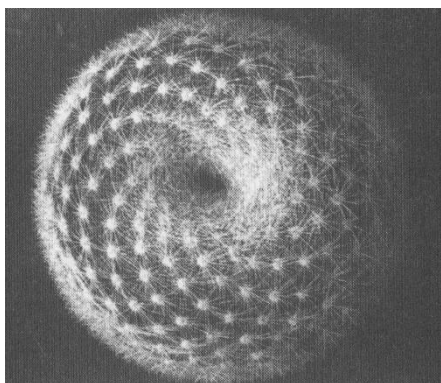
⁹² A virágok belülről kifelé úgy nőnek akkumulatíván az arany szög távolságaiban (ld. 70. á.), hogy a növekedés további menetében láthatóan egy fölérendelt spirális szerkezethez látszanak tartozni.

⁹³ A *mandulafenyő* (*Pinus pinea*) a fenyőfélék (*Pinaceae*) családjához tartozik a fenyőalakúak rendjén belül. A Földközi-tenger északi terében terjedt el és mintegy 200-250 évig él.

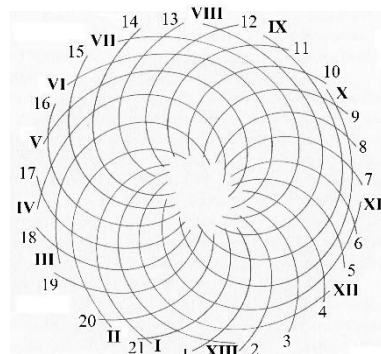
⁹⁴ G. Bergmann, uo., 152

⁹⁵ G. Bergmann, uo., 153

A Fibonacci-sorban a következő magasabb **13** (balra) és **21** (jobbra csavarodó) spirális számaránya pl. a szemölcskaktusz ⁹⁶ (90., 91. á.)^{97,98} esetében is megnyilvánul.

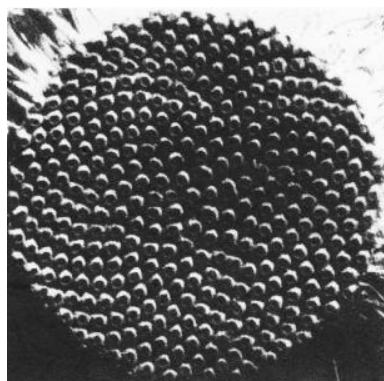


90. á.

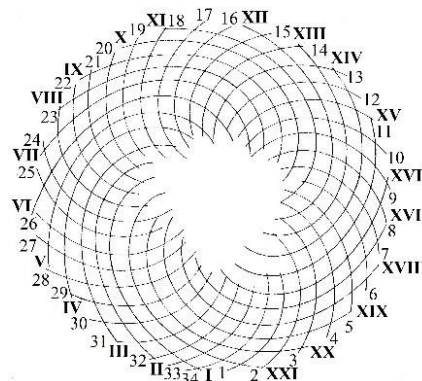


91. á.

A **21** (balra) és a **34** (jobbra csavarodó) spirális következő arányát mutatja a vacok a máriatövis ⁹⁹ növény esetében (92., 93. á.).¹⁰⁰



92. á.



93. á.

Az ellentétesen futó spirálcsoportok, melyek számarányai a Fibonacci-sor egy-, és a kezdetben kétjegyű területe által meghatározottak, további variánsait mutatják tk.: a tűnyalábos fenyő¹⁰¹

⁹⁶ *Mammillaria* (Mammillaria), vagy szemölcskaktusz egy sokszínűen virágzó kaktusznemzetség, mely a maga 300-400 fajtájával a fajokban leggazdagabb kaktuszfélékhez (Cactaceae) tartozik; főként Mexikóban fordul elő.

⁹⁷ G. Bergmann, uo., 156

⁹⁸ Ebben a spirális térben is – mint a következő máriatövisnél vagy a napraforgónál – az ábrázolt érintőspirálisok mellett a további átlós spirális vonások is találhatóak, melyek itt viszont nem mind ábrázoltak.

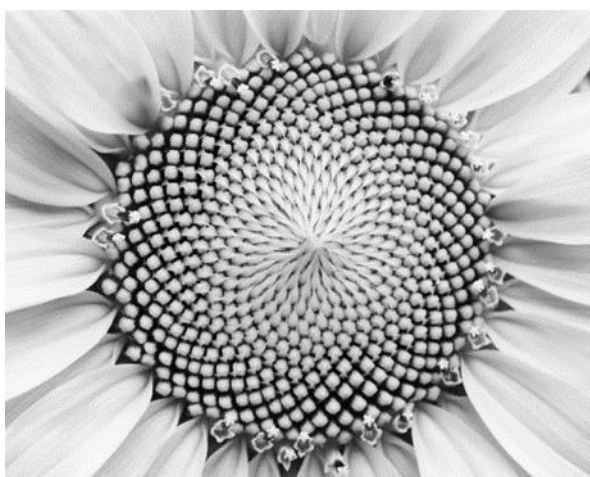
⁹⁹ A máriatövis (*Carlina acaulis*) a fészekvirágzatúak (Asteraceae) családjába tartozik. Európa-szerte elterjedt és 40 cm-es magasságot ér el; mélygyökérűként egy 1 méter mélyre is lenőhet (karógyökér).

¹⁰⁰ G. Bergmann, uo., 163

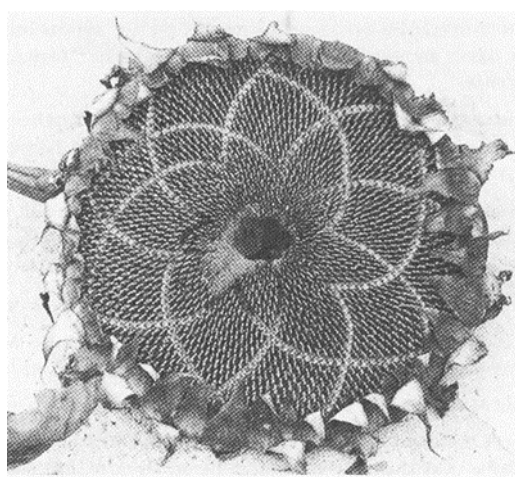
¹⁰¹ Lásd: G. Dóczi, uo., 100

és a jegenyefenyő¹⁰² tobozai, az ananász héja¹⁰³ az agavé¹⁰⁴ lombozata, vagy a délfenyő¹⁰⁵ levélhajtásai, a pálmáknak¹⁰⁶ a különböző kéregstruktúrái, cikászok (Cycadales)¹⁰⁷ tobozai, a karfiol¹⁰⁸ rózsácskái, valamint a pagodakarfiol,¹⁰⁹ a kígyószisz (Echium)¹¹⁰ virágzata, vagy az eper¹¹¹ gyümölcse; nem utolsósorban az őszirózsafélék sokaságából: a százszorszép,¹¹² a gyermekláncfü,¹¹³ a bíbor kasvirág (Echinacea),¹¹⁴ vagy a dália,¹¹⁵ valamint az aszat (Cirsium occidentale)¹¹⁶ tuskéinek virágzata, vagy az articsóka¹¹⁷ fészekpikkelyei.

Az egész növényvilág legmagasabb számarányait mégis egyedül csak a napraforgó¹¹⁸ virágzata hozza: itt egyszer **34** (jobbra) és **55** (balra csavarodó), amellet **55** (balra) és **89** (jobbra csavarodó) spirálvonallal (94., 95¹¹⁹).



94. á.



95. á.

¹⁰² Lásd itt: A. Hausmann, uo., 155

¹⁰³ Lásd itt: A. Beutelspacher / B. Petri, uo., 129-132

¹⁰⁴ Lásd itt: István u. Magdolna Hargittai, *Symmetrie – eine neue Art, die Welt zu sehen* (Reinbek/Hamburg, 1998), 211

¹⁰⁵ Lásd itt: Theodore Andrea Cook, *The Curves of Life* (London, 1914), 82

¹⁰⁶ Lásd itt: I. u. M. Hargittai, uo., 211

¹⁰⁷ Lásd itt: I. u. M. Hargittai, uo., 210

¹⁰⁸ Lásd itt: I. u. M. Hargittai, uo., 212

¹⁰⁹ Lásd itt: Katharina Bochsler, Hanna Wick, *Die Mathematik der Pflanzen*, 11/12. á., <http://www.srf.ch/sendungen/einstein/big-data-das-grosse-vermessen/die-mathematik-der-pflanzen>

¹¹⁰ Lásd itt: I. u. M. Hargittai, uo., 210

¹¹¹ Lásd itt: <http://cdn.phys.org/newman/csz/news/800/2007/Fibonaccistrawberry.gif>

¹¹² Lásd itt: <http://www.gartennatur.com/wp-content/uploads/gaensebluemchen-bluete-roetlich.jpg>

¹¹³ Lásd itt: <http://fscomps.fotosearch.com/compc/CSP/CSP922/k9225926.jpg>

¹¹⁴ Lásd itt: http://farm3.static.flickr.com/2395/3625373442_3b21c2644f.jpg

¹¹⁵ Lásd itt: <http://www.garten-treffpunkt.de/images/orange-dahlie-maren.jpg>

¹¹⁶ Lásd itt: I. u. M. Hargittai, uo., 212

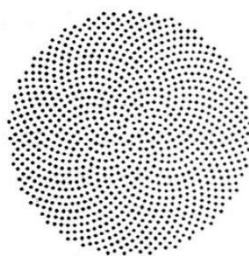
¹¹⁷ Lásd itt: Trudi Hammel Garland, *Fascinating Fibonacci*, (Lebanon/Indianapolis, 1987), 9f

¹¹⁸ A *napraforgó* (*Helianthus annuus*) a fészekvirágzatúak (Asteraceae) családjához tartozik, meleg helyeken található és egy csaknem 1-2 méteres magasságot ér el, tányérja 10-40 cm-es lehet. Észak-és Közép-Amerikából származik és közel 2500 évre visszavezethető. Az inkáknál 'Isten képmásának' 'számított'; a 16. században spanyol hajósok hozták Európába. Napjainkban világszerte, mint sokoldalú haszonnövényt termesztik.

¹¹⁹ Lásd: A. Beutelspacher / B. Petri, uo., 127 – Ennél az ábránál minden tizedik spirális vonal, mindkét irányba kiemelten megjelölt.

E fajta egyes példányai megfelelő nagyságnál (ellentétesen tartó) spirálisok számában elérik a **89** és **144**-et, sőt, **144**-et és **233**-at is.¹²⁰ Figyelemre méltó az a pontosság, mellyel az arany szögben akkumulatíván kifejlődő vacok a spirálmintát olyanformán hozza létre, hogy minden mag mindkét spiráliránynak és ezzel egy felülrendelt spirális szerkezetnek lesz integrált alkotóeleme.¹²¹ Ezt Dóczi György is leírja az aranymetszésről tett általános jellemzésében: „Az Aranymetszés harmóniateremtő ereje abból az egyedülálló képességéből származik, amely az egész különböző részeit egységessé szervezi, miközben azok mindegyike megőrzi saját identitását, mégis beleolvad az egész nagyobb mintázatába.”¹²²

A növekedési arányok pontossága abból az összehasonlításból mérhető, mely a szabályszerűen alapul szolgáló szög-divergenciából csekély eltérésekkel adódna. – A következő számítógépes szimulációk¹²³ különböző növekedési mintákkal vezetnek le valamennyi divergencia-irányelvet. Az arany szögnek megfelelő divergencia ($D = \Phi - 2 = 0,381966$) egy spirális szerkezetet hoz létre, mely anapraforgó virágzatának állandóan ellentétesen- egymásbafonódó mintájának felel meg (96., 98. á.).



$$D = 0,381966$$

96. á.

Csekélyen eltérő szögeértékek, melyek (a harmadik ill. negyedik tizedesvessző utáni helyen lévő differenciákkal) csak minimális eltéréssel találhatók az irracionális érték (Φ^{-2}) alatt –, mint $D = 0,380800 / 0,380952 / 0,381100 / 0,381866$ – már egy egymástól elkülönülő spirális területek ill. spirál-és sugárcsoportok elválásához vezetnek (97. á.); ugyanígy ez érték feletti csekély eltérések – (mint $D = 0,382066 / 0,382200 / 0,382353 / 0,382500$ – a teljes struktúra egy formailag ‘törött egységéhez’ vezetnek (99. á.). Csak az aranyszög egzakt divergenciája

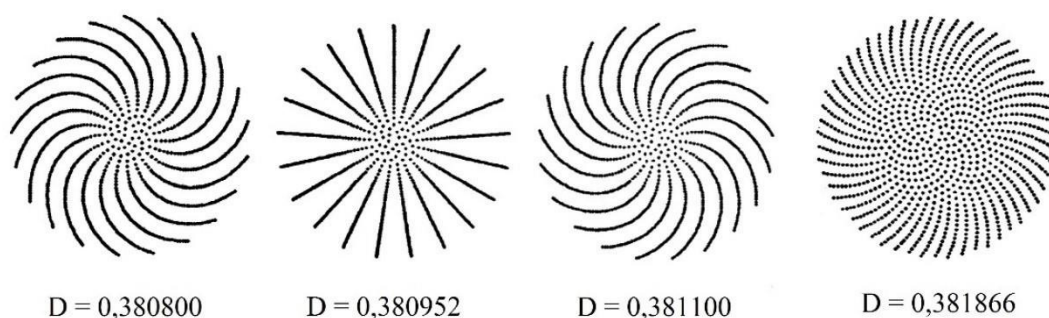
¹²⁰ Lásd: G. Dóczi, uo., 18

¹²¹ Emellett e komplex geometriának és számszerkezetnek az eredete továbbra is rejtélyes; „... nem lehet az atomi anyagi síkon megtalálni, mivel – ezt a kristálytan törvényei mutatják – ott sem az ötös szám, sem pedig az aranymetszés nem bukkan fel.” – W. Bühler, uo., 93

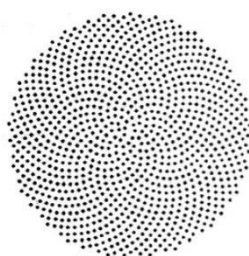
¹²² G. Dóczi, uo., 27

¹²³ A. v. d. Schoot, uo., 194f

teszi lehetővé valamennyi rész egy egészhez való hozzátartozását egy teljességre törekvő egységes növekedési struktúrában,¹²⁴ melyet egy ‘optimális rendszeresség’ jellemez.¹²⁵

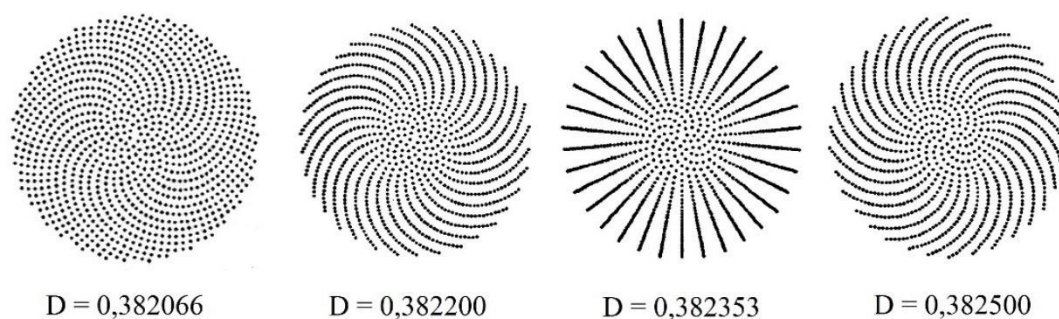


97. á.



D = 0,381966

98. á.



99. á.

¹²⁴ „Egy Φ szerinti arányos növekedés a generációkon belül és közöttük is kiegyensúlyozottan viselkedik, a források egyenletes elosztását minden kollektíva összes résztvevő individuumának számára lehetővé teszi. “A. Hausmann, uo., 169

¹²⁵ Ehhez még feltűnő, hogy csak a racionális divergenciáknál $8/21 = 0,380952$ (97. á., 2. alak), valamint $13/34 = 0,382353$ (99. á., 3. a.) a sugaras egyenessorok (orthostichon) jelennek meg, mialatt az irracionális értékek kizárólag görbített, spirális ferde sorokat (parastichon) mutatnak fel.

Az ilyen természeti organikus 'kompozíciók' bennük foglalt aranymetszés arányaiban lévő mértani és számtani tulajdonságai ebből a speciális perspektívából mégegyszer különösen világossá válnak: a kifinomult pontosság, az intenzíven összetömörült növekedési-és mozgási dinamika, és a jelentős matematikai komplexitás is egy konstruktívan magasan fejlett formai alakulásként jelölik meg.

Az e fejezet növénytanhoz és állattanhoz példaként összeállított szemléltetőanyagának áttekintése rendkívül bőséges, a változatosság, valamint a formák gazdagsága világossá válik, amely a természet mindkét birodalmát az aranymetszéssel összefüggésben mutatja be. A növekedés aszimmetrikus-dinamikus tagolódása és rendezettsége belejátszik a levél- és virágzat formáinak, a szár-és levélfejlődésnek, a szaporodásnak, a szárny-és végtagarányoknak, a teljes test arányosságnak, valamint a tokok felépítésének, vagy akár egész növekedési területek szisztematikájának formaképzésébe. A hat csoportba tagolt példagyűjtemény itt egy hosszú ívet foglal össze tekintve a formai alakulás növekvő komplexitását; az aranymetszés elve többszörösen megjelenik, variálva hozzáigazítva a mindenkori 'formálási-mozgástérhez'.

Az aranymetszés specifikus mértani tulajdonságai ötszámú formákban, ötszögben és pentagrammában világosan jelennek meg, ugyanígy háromszög- és négyszög-arányokban, valamint spirális formálódás különböző változataiban is. Az arany számtan nem csupán egyszeri-irracionális számmértékként található egy-vagy kétdimenziós hosszarányok tagolódásainál, hanem racionálisan-összehangolt számarányoknál is, a generációk egymásutánosságának rendezettségében, valamint átfogó növekedési összefüggések térbeli-időbeli formálódásánál is. A centrálisan-összetett (vagy centrálisan-összekapcsolt) formák ebben a formavilágban fellépő különlegessége, mely a szimmetria területén különös módon képez hidat, itt az állatvilág példáin látható. A növényteni megfelelés szintén megtalálható a pentagramma és az ötszög a központi-irányultságú, sugaras-szimmetrikus formálásánál; itt ezek a formaképző szempontok mégsem lineáris, hanem cirkuláris összefüggésben látszanak.

A reprezentatíván összeállított példagyűjtemény kifejti, hogy az aranymetszés egyrészt mint egyszeri jelenség jelenik meg botanikai vagy zoológiai fajoknál, másrészt viszont átfogó módon is szemünk elé tárja képzőelvek-rendszerszintű összefüggéseit.

2.2 Az emberi test szimmetriája és aszimmetriája

Az emberi test külsőleg mindenekelőtt a fej, törzs és végtagok fő területeire tagolódik. Lényeges a kisgyermek stádiumban kialakuló felegyenesedés és az ezáltal uralkodó függőleges tengely (szaggitális-sík). Mindkét kinyújtott kar hosszával egy kiegészítő vízszintes tengely (transzverzális-sík) jön létre. A függőlegesség egyúttal a középtengely alapvetően kétoldalú-szimmetrikus szerkezetét mutatja meg, mely úgy, mint az állatvilágban, egybevág a páronként és ennek megfelelően szimmetrikusan elrendezett érzékszerv-és szervezéssel; a nem páros szervek pedig vagy szimmetrikusan, vagy aszimmetrikusan helyezkednek el.

Az összfiziológián belül az alapvető, természetes fenntartási és szaporodási szerkezetek mellett, kiváltképpen a fej és a kezek¹²⁶ bírnak különleges jelentőséggel. Ugyan mindkettő megfelel az állati világ egy folytatásának, ámde az embernél az élet egy messze azon túlmutató, egészen sajátos élet formáját és világát¹²⁷ bontakoztatják ki. A fentnevezett morfológiai fő kritériumok mellett különösen e két területen feltűnőek az elkülönülő belső arányok, melyek az aranymetszés kontextusában állnak.

Az emberi testalkat individuális fejlődése (egyedfejlődés) nagyjából két évtizedes időtartamig terjed és a teljes élettartam átlagosan egy harmadát, egy negyedét foglalja magába. Elsőként jelentősen az arányviszonyok változnak, t.i. a gyermek teste nem egyenletesen növekszik, hanem több növekedési szakaszon keresztül rendeződik át erőteljesen,¹²⁸ míg a felnőtt testalkatot eléri, azt követően pedig a késő öregkorig messzemenően változatlanok maradnak az arányok. Egy felnőtt és egy gyermek arányainak összehasonlítását a következő ábrák mutatják,

¹²⁶ Lásd: Frank R. Wilson, *Die Hand – Geniestreich der Evolution. Ihr Einfluss auf Gehirn, Sprache und Kultur des Menschen* (Reinbek/Hamburg, 2002), eredeti kiadás: *The Hand. How its use shapes the brain, language and human culture* (New York, 1998).

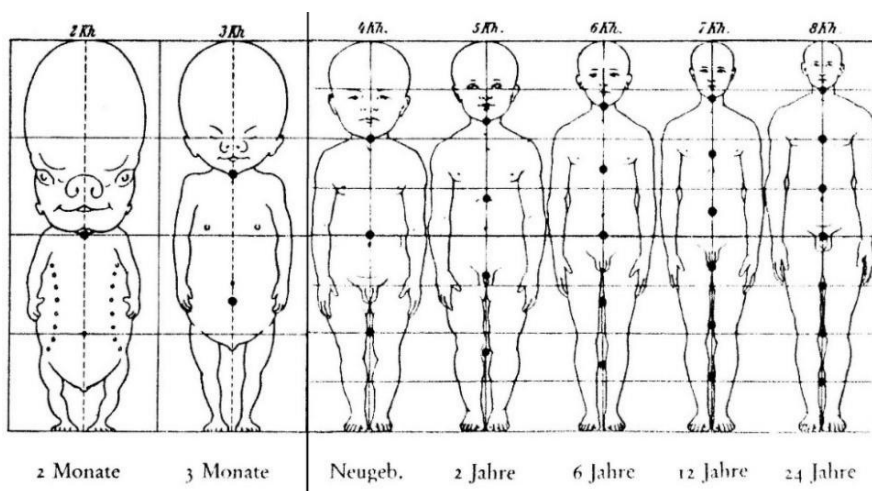
¹²⁷ A helyváltoztatáshoz szükséges kezek felszabadulásával, ill. alapvető fogási mozdulatokkal az alkotás egy sajátos világa jön létre, a kézművesség, művészet, valamint az élet valamennyi területén való kreatív tevékenység folytatásának formájában. A fej területeinek további fejlődése, a tisztán értelmi-és koordinációs tevékenységen kívül, a beszéd és éneklés különböző formáit teremti meg; ugyanígy az önreflektáló tudatot és ezzel egy ön-ismeret feltételét.

¹²⁸ „Összehasonlítva a felnőttével a csecsemő feje, mely a testhossz egy negyedét teszi ki, túl nagy, miközben ezzel szemben főleg az alsó végtagok túl kicsiknek tűnnek. (...) Habár még minden szervrendszernek nőnie kell, egyúttal bonyolult átalakító folyamatok zajlanak, mindenek előtt, ami a nagysági arányok egymáshoz való viszonyát illeti. Ennél kiderül egy fölérendelt polaritás. A fejlődésében már előrehaladott fejnek a növekedési gyorsaságát tekintve, folyamatosan visszafogottságát kell tanúsítania. (...) Arányát tekintve egy negyedről a (...) teljes hossz egy nyolcadára kell, hogy összehúzódjon. A lábaknak ezzel ellentétben aránylag gyorsabban kell nőniük és nyúlniuk. (...) A mellkasi rész és a karok ezzel szemben egy közvetítő szerepet töltenek be, mivel ezek a kezdetől fogva – az arányokat tekintve – leginkább megfelelnek a későbbi nagyságrendnek.” W. Bühler, uo., 184f

először közvetlenül egymás mellett, majd – kezdve az embrióval – az egymás után következő különböző növekedési szakaszokban (100.¹²⁹, 101.^{130, 131.} á.).



100. á.



101. á.

A testi fejlődés individuális eltéréseinek és különbségeinek ellenére az emberi fiziológia fejlődési menetében egy általános, alapvető növekedési gesztus ill. szerkezet ismerhető fel, mely hasonlóképpen mutat fel szimmetrikus és aszimmetrikus elveket is.¹³² Mindkét elv

¹²⁹ Lásd: W. Bühler, uo., 186, O. J. Hartmann, *Dynamische Morphologie* c. könyvéből (Frankfurt, 1959).

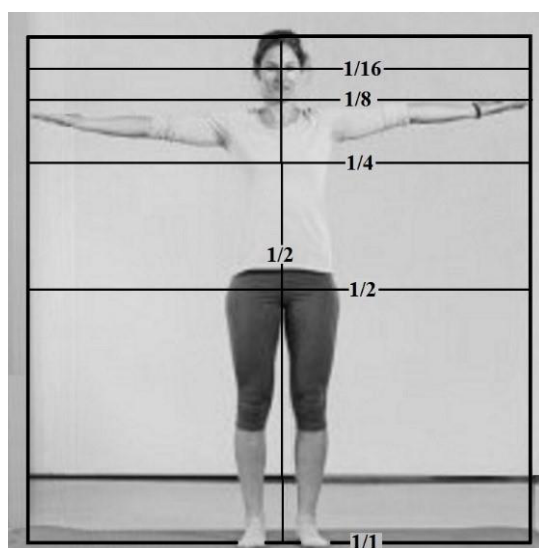
¹³⁰ Ábra: Armin Husemann, *Der musikalische Bau des Menschen – Entwurf einer plastisch-musikalischen Menschenkunde*-ből (Stuttgart, 1986), 36 (az á. Stratz, Medawar, Scammon és Calkins alapján)

¹³¹ „Az újszülöttek növekedése úgy alakul, hogy a fej kétszer, a karok háromszor, a törzs négyszer és a lábak ötször nagyobb nagyságot érnek el.“ A. Husemann, uo., 37, idézet: C. H. Stratz, *Der Körper des Kindes und seine Pflege* (Stuttgart, 1903).

¹³² Itt is érvényes a szimmetrikus és aszimmetrikus arányok természetben benne foglalt eltéréseinek a teljes fejezet kezdetén bemutatott aspektusa.

összekapcsolódásánál és áthatásánál egy sajátos arány-irányvonal szolgál alapul, melynek lényeges morfológiai jellemzőit a következőkben vázoljuk fel.¹³³

A szimmetrikus alapkoordináták az alkat **1:1** arányait képzik először, melyek a függőleges testmagasság alpmértékei, úgy, mint a vízszintes kar - fesz távolság által adóttak: a magasságnak és a szélességnek azonos kiterjedése van. Ehhez csatlakozik az **(1:2)** arányú test-középpont, mely a függőlegességben a kétoldalú-szimmetrikus alak elképzelt tükörtengelyére utal; a függőleges és egyidejűleg vízszintes középpont csecsemőknél a köldök pozíciójára esik, az érett felnőtteknél pedig a nemi szervekre (101. á.).¹³⁴ A szimmetrikus tagolódás folytatása az **1:4** aránnyal egyrészt a szegycsont helyéhez vezet (Mesosternum); másrészt pedig a fej arányviszonyaihoz is, az újszülöttnél még **1:4**-et tesz ki, a felnőttél csupán **1:8** az egész testhosszon.¹³⁵ Az **1:16** arány végül a fej felső és alsó arc részre való tagolódásában található meg újra. (102. á.).¹³⁶



102. á.

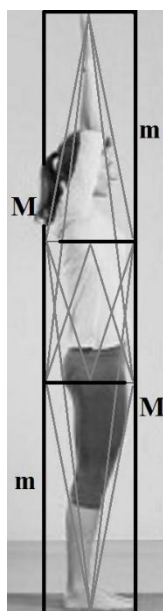
¹³³Az emberi arányok példáinak választéka a tematikusan kiválasztott látószögre korlátozódik, melyből bemutatható és felvázolható az aszimmetrikus arányok az elemi szimmetrikus arányokkal való előrehaladó-felező kölcsönhatása. További arányok (mint 1:3, 3:4, 1:6 vagy 1:10 stb.) szándékosan figyelmen kívül hagyottak.

¹³⁴A köldök és a nemi szervek a születés előtti-és utáni funkciójukkal az ellentétesen egymást kiegészítő, összetartozó pólusokat mutatják, melyek a növekedést és a szaporodást teszik lehetővé és ezeket egymással összekapcsolják. A felnőtt test felfelé kinyújtott karjaival a köldök a test közepének pozícióját veszi fel.

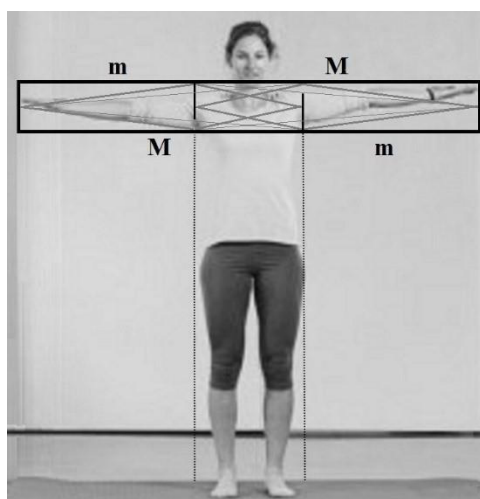
¹³⁵A fejnagyságának növekedése ezzel szemben ismét reciprokként viselkedik: lásd: 128. lábjegyzet.

¹³⁶Ezen kívül további szimmetrikus kapcsolatokat mutatnak fel a fejlődő szervezet időarányai. Például így áll be a légzés pulzushoz való kapcsolata a gyermekkor közepétől az **1:4** arányra. – Az emberi fiziológia legkülönbözőbb időbeli arányai és ritmusai és azok fejlődése az antropometrikus kontextusban szintén egy olyan alapvető szerepet játszanak, mint a kiválasztott, kizárólag térbeli arány-aspektusok, mégsem lehet, a már kezdetben megemlített előzmények miatt viszont mégsem dolgozhatók itt ki. Mindenesetre lényeges – a későbbi zenei összefüggések megfigyeléseinek és interpretációinak tekintetében is – hogy a kronobiológiában alapvetően csak egészs szám os-racionális számarányok ismertek, melyek az emberi fiziológiát az időbeli ritmikájának hivatkozásában alkotják.

Ugyanígy megfigyelhető a felnőtt fiziológiájának markáns tagolódási jellemzőin az aranymet-szés aszimmetriája. A függőlegesen kinyújtott karok által meghosszabbított testmagasság így elmozdítja a nemi szervek és a középső szegycsont addigi szimmetrikus pozícióját egy arany arányos, aszimmetrikus kontextusba (103. á.). Az alkat bipoláris kiterjedésével összefüggésben itt a függőleges síkban egy centrálisan - összetett forma jön létre. A vízszintes ugyanezt az elvet mutatja fel: itt a maximális fesztávolság és a törzs vállízületnél lévő szélességéhez való aránya éppúgy egy arany arányban lévő centrálisan-összetett összefüggést képez az arany arány tagolódásának segítségével (104. á.).



103. á.

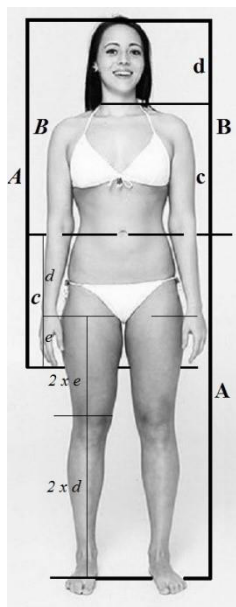


104. á.

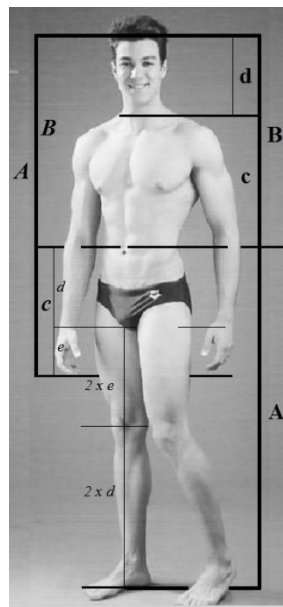
Az egyenesen álló testen – mindkét kiterjedésnél ugyanúgy – arányosan haladó többszörös arányok találhatóak (105, 106. á.).¹³⁷ A teljes magasság ($A+B$) a derék ill. a köldök pozíciójához $M : m$ (itt $A : B$) arányban, növekvően viselkedik. A nyak kezdeténél lezárt felsőtest ($c : d$) által a B testterület egy további tagolódása történik meg, ezzel az alsó test ugyanúgy aránylik a felsőhöz, mint a felsőtest a fej területéhez. A főtagolódás csökkenő az A arány (a karok vége) ujjvégekhez való aránya miatt. Ennek megfelelően ez a könyök ízületénél ($B : c$) valamint a kéznél ($d : e$) is arányosan folytatódik. A $d : e$ tagolódási pont

¹³⁷ Az aránykapcsolatok nőknél és férfiaknál részben csekélyen különböznek; de a különbségek elviekben nem mérvadók, mint azt a példaszerűként bemutatott, mértékarányokban nem rendkívüli képek is mutatják.

egyidejűleg a lépés kezdetét is mutatja, melyből a felső és az alsó comb a térdízületnél tagolódik $2 \times e : 2 \times d$ arányba.

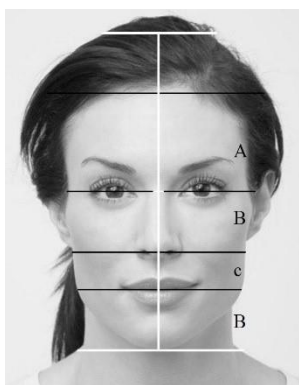


105. á.

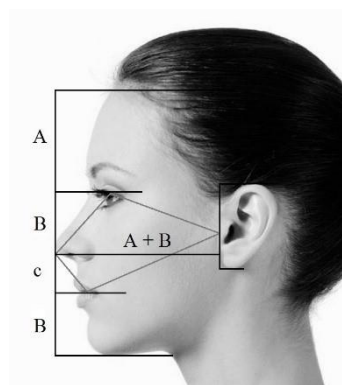


106. á.

A fej arányviszonyait részletesen szemlélteti a frontális á. (107. á.), egy, a szimmetrikus szerkezet aszimmetrikus arányokkal való egybefonódást. A fiziognómia középpontjában a kétoldalú szimmetria függőleges tengelye mellett a szemek vízszintes felező látótengelye is megtalálható. A fej optikai és lelki középpontja egyúttal arány arányok része is: a homlok végétől a szemekig tartó arcresz (A) a középen lévő orr arcterületéhez (B) úgy aránylik, mint ez az orrnyílás és a száj (C) távolságához. Ugyanez a $B : c$ arányviszony jelenik meg fordítottan az arc alsó harmadában, az áll, száj és az orrnyílás között. – Egy másik fej profilnézete (108. á.)



107. á.



108. á.

nemcsak ezeket a leírt arányokat igazolja, hanem ezt kiegészítve, az orrcsúcs és a fültő közötti oldaltávolság (itt $A + B$) által, egy, a szem – orr – száj – fül arányos összefüggésére is utal, mely a térbeli elrendezése miatt az arany metszés arányaiban adott.

Az orr, szemek illetve a száj kifelé orientált, háromszög formájú érzékterületeivel szemben a fülek, mint egyedüli felső érzékterületek, szembetűnően a fej hátsó területén vannak, a látótengely alatt, aszimmetrikusan helyezkednek el. Ez megfelel a hallószerv teljesen más észlelési fókuszának, valamint az azzal összekapcsolódó, belső, fiziológiai funkcióinak. – A fül a logaritmikus görbe- és spirális formájában egészen a csigáig a természetes zenei hang akusztikai törvényszerűségeit másolja le, amely a maga részéről egy racionális rezgésarányt, továbbá logaritmikus húrosztások produktumát mutatja.¹³⁸ – Ennek az érzékszervnek individuális, jellegzetes formai sokszínűségén belül egyidejűleg a külső fül (109. á.) leképzett, alak tipikus-logaritmikus görbéit lehet az arany spirális képzésének (csékély eltérésű) egyedi jelenségeinek, vagy az emberi fül egy általános ősi-formájának is tekinteni.

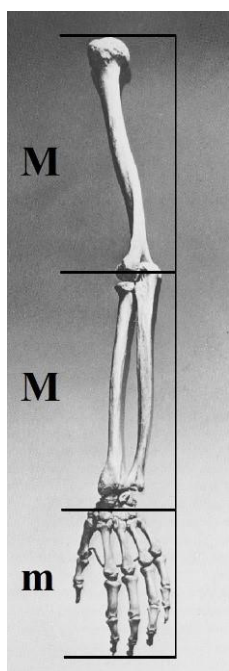


109. á.

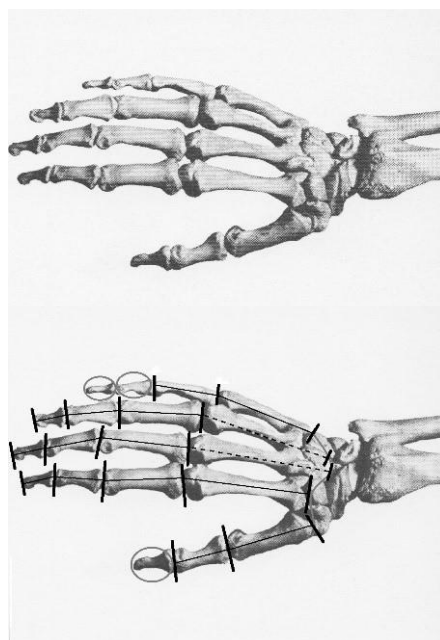
A példasor zárásaként még meg kell, említsük a kéz arány arányos összefüggéseinek az kezdetben hangsúlyozott jelentőségét. Mint ahogy kifejtésre került, a kéz arányai a karon létesített aranymetszésbeli arány kapcsolatainak további folytatásait mutatják, mivel egy elágazó és egyben csökkenő, kifutó tagolódást követnek. (105, 106 á., és 110. á.). A 111. ábrán megjelenített

¹³⁸„Az emberi belső fül csigája (...) minden törvényszerűség szerint alkotott, mely a hangok területe, a zeneiség és a saját fizikai működése, azaz az akusztika területe között uralkodik. A belső spirálmenetben, mely az úgynevezett helicotrema-val határos, a mély hangok és az általuk létrehozott relatív lassú rezgések csendülnek fel; a külső spirálmenetben pedig a magasabb hangok és a gyors rezgések. E módon a csiga teljesen a zenei-akusztikus törvényszerűséggel által formált.“ Ernst-Michael Kranich, ”Von der musikalischen Wesenheit des heranwachsenden Menschen”, - Erziehungskunst (Évsz. XLVI, 11.füzet, 1982 november), idézet: Benedikt Burghardt, *Die Obertonreihe – Eine Betrachtung harmonikaler Phänomene* (Stuttgart, 2013), 67.

jobb kéz csontjainak tagolódása részletesen felismerhető a singcsonthoz és az orsócsonthoz csatlakozó kéztőcsontoknál, a kézközépcsontoknál, valamint az ujjak felső-, középső- és alsó tagjainál (a hüvelykujjnál csak felső és középsőnél). A szemléltetést egyre kisebb arányok és az ujjak különböző hosszúságai itt jóllehet nem vezetnek egy aránymetszésig tartó össz-arányig, de az alkarból kiinduló arányképzést messzemenőleg és túlnyomórészt meggyőzően folytatják. Csupán a hüvelykujjak periférikus végződésein és a kisujjon veszik el az arányok pontossága, a csekély mértékben hosszabban kialakult tagok javára.



110. á.



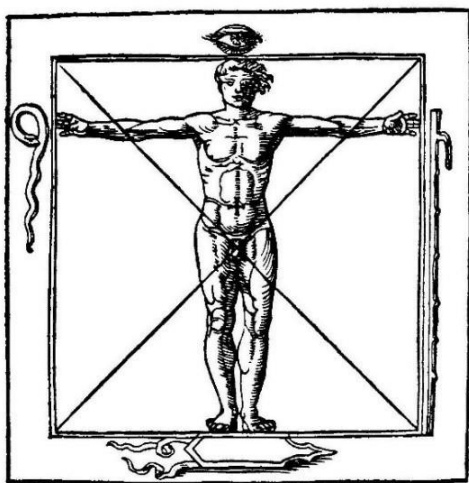
111. á.¹³⁹

Az ezzel nagy vonalakban vázolt emberi alkat arány-alaprajza egy, a szimmetrikus illetőleg az aránymetszésben álló arányok egy alapvető egymásra hatását mutatja, mely összefüggően felöleli a lényeges tagolódási momentumokat. Mindkét elv hasonló módon konstitutív. Itt ezek – az alapvetően poláris racionális, ill. irracionális tulajdonságaik mellett – egy sokrétűen-komplex szintézisben jelennek meg, mint összetartozó, egymást kiegészítő részek.

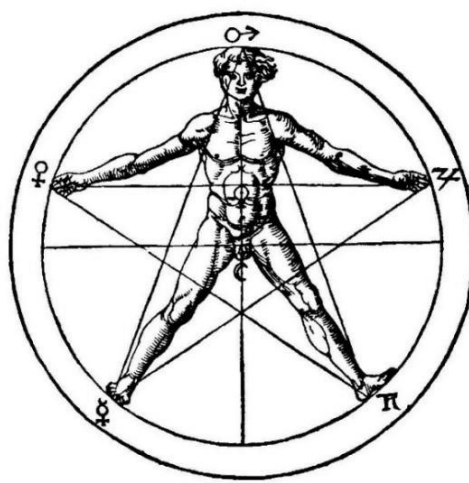
¹³⁹ A tagoló választóvonalak közötti valamennyi vonal pontos arány arányoknak felel meg a szomszédos oldalhosszúságokra való vonatkozásban; a bekarikázott tagok eltérések miatt kimaradnak a mindenkori aránysorozatból. A középső-és gyűrűsujjra rajzolt szaggatott vonalak egy arány vonatkozási pontra utalnak a kéztőcsontok területén; a hüvelykujjnál, mutatóujjnál és a kisujjnál ezzel szemben a kéztő hosszúsága aránymetszésben áll a következő taggal.

Mialatt a szimmetrikus pólus a megfelelés és egyensúly által szilárdságot és stabilitást szavatol, az arany arányok komplementer, aszimmetrikus pólusa változtathatósága és mozgalmassága által közvetíti az alak dinamikus feszültségét. Ennél a középső képződmények – az egész testen az ivarszervek, a fejen a látótengely – kvázi metszéspontokat állítanak fel az innen szimmetrikusan vagy aszimmetrikusan tovább haladó aránykapcsolatok által, melyeken mindkét elv érinti, illetve áthatja egymást.¹⁴⁰

Agrippa von Nettesheim az emberi testet már a 16. század kezdetén szimbolikusan-példaszerűen, mint *Homo ad quadratum* (112. á.) és *Homo ad circulum* (113. á.) jelenítette meg.¹⁴¹ Az önmaguknak megfelelő magassági és szélességi arányok, valamint az azokból következő testközéppont tényleges arány-előjelei mellett, az emberi test szimmetrikus rendezettségéhez, racionálishoz, földi arányokhoz való kötöttségét a *Homo ad quadratum* négyessége jelképezi. A *Homo ad circulum* esetében ezzel szemben az ötösség konfigurációja a pentagrammához és a körhöz való vonatkozásaival az irracionálisan-aszimmetrikus lendületbe hozó (pentagramma), valamint a kozmikus mindent felölelő, örök szellemi (kör) ellentétes nézőpontját jeleníti meg.



112. á.

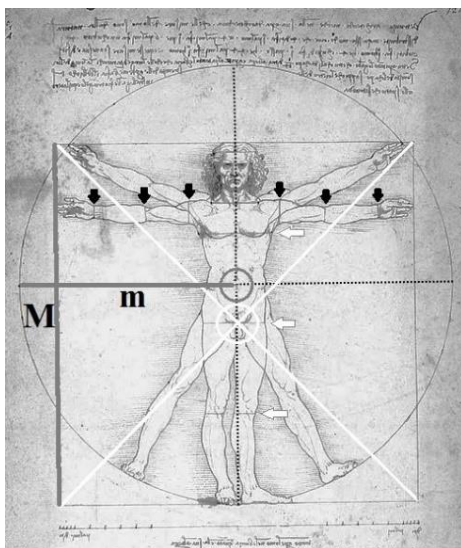


113. á.

¹⁴⁰Az aranymetszés közép - képzéséhez kapcsolódó aszimmetria példaszerűen szemlélteti az 1.3. fejezetben bemutatott Fibonacci-sor nem folyamatos felépítésének aspektusát: Az első csoportosítás ott a kiinduló (0), 1 és 2 számokon, mint szimmetrikus kiindulópontokon alapszik, melyet a második 3, 5, 8, 13 stb. számcsoporthoz, mint célzott irányultságú mint aszimmetrikus előrehaladás a Φ értékre követ; ugyanígy mutatkozik itt meg az említett pontos arányok 'elillanása' – ott túl a háromjegyű számterületen említve – a periférikus formálási területen növekvő eltérések formájában.

¹⁴¹ Heinrich Cornelius Agrippa von Nettesheim, *De occulta philosophia sive de magia* / "Über die okkulte Philosophie oder die Magie" (Köln, 1510/33).

Leonardo da Vinci híres rajzában, a *Vitruvius tanulmányban* mindkét elvet egy alakban kapcsolja össze (114. á.).¹⁴²



114. á.

Ennél a racionális és egyben irracionális egyesítést a kör négyszögesítéseként mutatja be – ámde nem teljesen egybevágóan, úgy, hogy két középpont adódik: a négyzet közepében találhatóak a nemi szervek, a kör középpontjában ezzel ellentétben pedig a köldök.¹⁴³ A négyzet középpontjához csatlakozóan Leonardo da Vinci a függőleges tengely mindkét oldalára szimmetrikusan felező tagolódást; a karok vízszintes tengelyénél viszont a centrálisan-összetett arány arányokat rajzolta be. A négyzet körhöz való viszonya (**M**-négyzet oldallal az **m** körsugárhoz) aránymetszésben definiált, mely ezzel, mint egy összekötő-formáló elv határozható meg négyzet és kör között.

Leonardo és Agrippa is – akik részükről a görög-római kultúra forrásaihoz nyúlnak vissza – az emberi test itt kifejtett szimmetrikus-aszimmetrikus arány-irányvonalai koncepciójának reneszánsz előfutárjai.

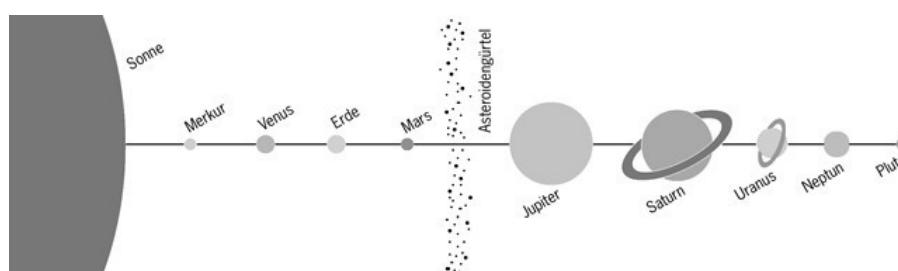
¹⁴² Leonardo da Vinci (1452-1519) 1478-tól terjedelmes anatómiai tanulmányokat folytatott, melyeket grafikáiban részletesen feljegyzett; a *Vitruvius tanulmány* 1485/90 körül jön létre és 1509-ben jelenik meg Fra Luca Pacioli *Divina Proportione* c. könyvében. Grafikai alakításában a római Vitruvius építómesterre hivatkozik, aki építőművészeti tanainak III, 1.3 könyvében az emberi test szimmetriájának és arányainak mértani alapjait fogalmazza meg: „Továbbá természetese a köldök a test közép-pontja. Tudniillik, ha egy ember szétvetett karokkal és kezekkel fekszik a hátán, és a körző hegyét a köldök helyéhez tesszük és egy kört rajzolunk, akkor a kör megérinti mindkét kéz ujjainak végét és a lábujjak végét is. Ha nevezetesen a talpaktól a fejtetőig mértéket veszünk, és ezt a mértéket a kinyújtott kezekre alkalmazzuk, akkor ugyanaz a szélesség és magasság adódik, mint a síkban, melyek a szögmérő szerint négyzetesen adóttak.” – német fordítás: A. Hausmann, uo., 244f

¹⁴³ „Kiindulva Vitruvius oldalra kinyújtott karú *homo quadratus* -ából, Pacioli is, mint *centro de tuttossito* írta le a köldököt; lásd: *Divina Proportione*, Traktat über Architektur, 1.fej. Pacioli kortársa, Mario Equicola megkülönböztette egy test közepét (a nemi szervek magasságában) és a *centrumát* (a köldök magasságában). Lásd: Equicola, *Di natura d'amore*, 143. o.” – A. v. d. Schoot, uo., lj. 31, 157

2.3 Arany arányok a bolygórendszerben

A Földet körülvevő planetáris kozmosznak nem mérhető időbeli és térbeli dimenzióban vannak olyan létrejövő makro-organizmusai, melyeknek összefüggései és mozgásai egy sokoldalúan strukturált ritmust mutatnak fel. A mi Naprendszerünk, melynek korát 4,5 milliárd évre becsülik, a Nappal együtt elliptikusan keringő bolygókkal együtt képez egy stabilan mozgásban lévő rendszert. Itt a bolygók távolsága és keringési pályája periodikusan ismétlődő nagyságoknak felel meg, melyeknek ritmikus összjátéka sokrétű matematikai kapcsolatokat mutat.¹⁴⁴ E komplex, racionális-szimmetrikusan és egyben irracionális-aszimmetrikusan alkotott szám-és formavilágon belül szintén előfordulnak az aranymetszés arányai; ezek különféle módon jelennek meg, tér- vagy időbeli jelenségekként.

A Naptól kiindulva a Merkúr, Vénusz, Föld és a Mars alkotják a belső bolygók csoportját, a Jupiter, Szaturnusz, Uránusz, Neptunusz és a Plútó¹⁴⁵ a külső bolygókat; közöttük pedig az aszteroida öv¹⁴⁶ (115. á.)¹⁴⁷ található.



115. á.

¹⁴⁴ Lásd ehhez t.k.: Thomas Michael Schmidt, *Zeitstrukturen im Planetenensystem* (Leipzig, 1996); Hartmut Warm, *Die Signatur der Sphären* (Hamburg, 2004²); Klaus Podiersky, *Fremdkörper Erde* (Frankfurt a. M., 2004).

¹⁴⁵ Az először csak 1930-ban felfedezett Plútó bolygó, mely kisebb, mint a Föld Holdja, pár évvel ezelőtt még a naprendszerünk kilencedik és legkülső bolygójának számított. A 'bolygó' fogalmának a *Nemzetközi Csillagászati Unió* (IAU) 2006-an, Prágában történt nemzetközi újra definiálása által a Plútó az úgynevezett törpebolygókhoz tartozik.

¹⁴⁶ A *Titius–Bode-szabály* (1766) által képletbe rendezett bolygó-sorrend a Mars és a Jupiter között egy hiányzó bolygót jelzett, melyet a 18. sz. vége óta rendszeresen kerestek. Aszteroidák és törpebolygók (jelenleg több, mint 400.000 sokaságát találták a 2,0-tól 3,4-ig terjedő CsE területén, melyet kisbolygó-vagy aszteroidaövnek neveznek; ez egy belső (2-2,5 CsE), középső (2,5-2,8 CsE) és külső övre (2,8-3,4 CsE) tagolt.

¹⁴⁷ Az ábra itt csak a bolygók felsorolását mutatja, a tényleges távolsági arányaik figyelembevétele nélkül. Ezek (a Naptól kiindulva) arányosan növekednek, úgy, hogy ebben az ábrázolásban nem lehet őket adekvátan megjeleníteni. Ehhez a következő kiindulási adatok: A Merkúr naphoz való közepes távolsága kb. 0,4 CsE – a Plútó közepes távolsága kerek 40 CsE 100-szor távolabb van a Naptól. Ugyanígy: A belső bolygók köre, a Naptól az aszteroidaövig mintegy 2-3 CsE-t ölel fel a Jupiter Naphoz első legközelebbi és a Plútó naptól legtávolabbi pontja kerek 45 CsE, azaz: a planetáris külső terület mintegy 15-22,5-szörösen jobban kitágult, mint a belső terület.

A bolygók elliptikus keringési pályáin központi külső, ill. fordulópontok helyezkednek el, a Naphoz legközelebb eső pont (Perihélium) és a naptávolpont (Aphélium); e két pontból határozható meg a Naphoz való közepes távolságuk. A bolygók közepes távolságai az arany metszés összefüggésében, mint feltűnően koherens arányok jelennek meg. Az arany arányok ezen kívül a négy belső és a négy külső bolygót is felölelik; sajátos összefüggéseik kizárólagosan a mindenkori rákövetkező-szomszéd bolygók kapcsolataiból vezethetők le.¹⁴⁸

Ha a Naptól kiindulva megszámozzuk a bolygók sorrendjét, a következő számrendszer jön létre: Merkúr = **1** / Vénusz = **2** / Föld = **3** / Mars = **4** (belső bolygók), Jupiter = **5** / Szaturnusz = **6** / Uránusz = **7** / Neptunusz = **8** (külső bolygók). E hozzárendelés alapján két csoport rajzolódik ki: a páratlan és a páros bolygók. A Naphoz való közepes távolságuk összegei a következőképpen alakulnak:¹⁴⁹

Merkúr (**1**) = 0,387 CsE (57,909 millió km) + Föld (**3**) = 1 CsE (149,598 millió km) összesen 1,387 CsE (207,507 millió km). – Vénusz (**2**) = 0,723 CsE (108,209 millió km) + Mars (**4**) = 1,524 CsE (227,941 millió km) összesen 2,247 CsE (336,15 millió km). A két összeg aránya a következőképpen hangzik: 1,387 CsE : 2,247 CsE $\cong$ 0,167 és (0,12%-os eltéréssel) megfelel az arany aránynak.¹⁵⁰

Jupiter (**5**) = 5,203 CsE (778,322 millió km) + Uránusz (**7**) = 19,192 CsE (2871,068 millió km) összesen 24,395 CsE (3649,39 millió km). – Szaturnusz (**6**) = 9,543 CsE (1427,607 millió km) + Neptunusz (**8**) = 30,068 CsE (4498,187 millió km) összesen 39,611 CsE (5925,794 millió km).

¹⁴⁸ A Plútó törpebolygóként csekélyebb térfogatától eltekintve (a Föld Holdjának mintegy 1/3-a), az erősen excentrikus elliptikája és keringési pályájának rendkívüli dőlése miatt összehasonlítva a rendszer többi bolygójával eltér azoktól, miáltal a nyolc bolygó csoportosítása ténylegesen következetes összefüggést mutat (ld. 116. á., 59. o.).

¹⁴⁹ Az itt levezetett számítások alapjául a bolygók közti távolságok következő számos táblázata szolgál. A CsE (Csillagászati egység) itt a Föld Naphoz való közepes távolságát jelzi (=149.598.000 km) és a bolygótávolságok definíciójának alapegységének számít. – Az itt a harmadik tizedeshelyig végrehajtott kerekítésekkel a lényegesen nagyobb km-számok és a kisebb CsE-számok arányában látszólag csekély eltérések jönnek létre, melyek a bemutatott példák összefüggésében mégsem játszanak tényleges szerepet.

bolygó	Perihélium (napközelpont)	Aphélium (naptávolpont)	közepes távolság	sziderikus keringés (1 Nap keringés/ d=nap)
Merkúr	0,308 CsE (46,002 M.km)	0,467 CsE (69,817 M.km)	0,387 CsE (57,909 M.km)	87,969 d
Vénusz	0,718 CsE (107,473 M.km)	0,728 CsE (108,945 M.km)	0,723 CsE (108,209 M.km)	224,701 d
Föld	0,983 CsE (147,104 M.km)	1,017 CsE (152,092 M.km)	1 CsE (149,598 M.km)	365,256 d
Mars	1,381 CsE (206,657 M.km)	1,666 CsE (249,224 M.km)	1,524 CsE (227,941 M.km)	686,980 d
Jupiter	4,952 CsE (740,775 M.km)	5,454 CsE (815,877 M.km)	5,203 CsE (778,322 M.km)	4332,589 d
Szaturnusz	9,013 CsE (1348,322 M.km)	10,072 CsE (1506,821 M.km)	9,543 CsE (1427,607 M.km)	10759,227 d
Uránusz	18,306 CsE (2738,509 M.km)	20,078 CsE (3003,666 M.km)	19,192 CsE (2871,068 M.km)	30688,477 d
Neptunusz	29,794 CsE (4457,197 M.km)	30,343 CsE (4539,236 M.km)	30,068 CsE (4498,187 M.km)	60182,291 d
Plútó	29,654 CsE (4436,164 M.km)	49,316 CsE (7377,644 M.km)	39,485 CsE (5906,846 M.km)	90544,186 d

Számértékek: H. Warm, uo., 392

¹⁵⁰ A CsE-összegek aránya 0,6172674; az eltérés 0,11866 %. – Az arany arány így hangzik: 2,247 CsE (336,15 M. km) x 0,618 = 1,388646 CsE (207,741 M.km).

Az összegek aránya $\underline{24,395 \text{ CsE} : 39,611 \text{ CsE} \cong 0,161}$ (0,35%-os eltéréssel) szintén megfelel az arany aránynak.¹⁵¹

Ennek megfelelően minden páratlan bolygó összege egy felülrendelt arányban alakul valamennyi páros bolygó összegéhez (0,33%-os eltéréssel):

$$\begin{aligned} 1/3/5/7 \text{ bolygók } (0,387 + 1 + 5,203 + 19,192 \text{ CsE}) &= \underline{25,782 \text{ CsE}} \text{ (3856,987 millió km)} \\ 2/4/6/8 \text{ bolygók } (0,723 + 1,524 + 9,543 + 30,068 \text{ CsE}) &= \underline{41,858 \text{ CsE}} \text{ (6261,944 millió km)} \\ \underline{25,782 \text{ CsE} : 41,858 \text{ CsE}} &\cong \underline{0,616}.^{152} \end{aligned}$$

A nyolc bolygó Naptól számított közepes távolsága exponálisan kiterjedő tér-arányokat mutat, melyek összefüggésben állnak az aranymetszéssel. Ez a belső és külső bolygókra önmagukban is vonatkozik, valamint azok összegére is. Ezeknek a számkapcsolatoknak egy különleges sajátosságaként, a páros és páratlan bolygócsoportok összekapcsolódását mutatja.

Ezen kívül egyes bolygókapcsolatok konstellációiban arany arányok megjelenései lépnek fel:

- A belső bolygóknál a Merkúr Naphoz való távolsága $\underline{0,387 \text{ CsE}}$ (57,909 millió km), a Föld közepes távolsága $\underline{1 \text{ CsE}}$ (149,598 millió km); mindkét szakasz úgy aránylik egymáshoz (1,33%-os eltéréssel), mint **m** az **M + m**-hez.¹⁵³

- A Föld naptávolpontja (Aphélium) $\underline{1,017 \text{ CsE}}$ (152,092 millió km), a Mars aphéliuma $\underline{1,666 \text{ CsE}}$ (249,224 millió km); mindkét szakasz (1,22%-os eltéréssel) megfelel az **m : M** aránynak.¹⁵⁴

- A külső bolygóknál a Neptunusz Naphoz való legközelebb eső távolsága (Perihélium) $\underline{29,794 \text{ CsE}}$ (4457,197 millió km), az Uránuszé $\underline{18,306 \text{ CsE}}$ (2738,509 millió km); itt is egy **m** az **M**-hez kapcsolatot találhatunk (0,58%-os eltéréssel).¹⁵⁵

- A Neptunusz naptávolpontja (Aphélium) $\underline{30,343 \text{ CsE}}$ (4539,236 millió km), a Plútóé $\underline{49,316 \text{ CsE}}$ (7377,644 millió km); mindkét távolság úgyszintén **m : M** arányként viselkedik

¹⁵¹A CsE-összegek aránya $\underline{0,6158642}$; az eltérés 0,34560 %. – Az arany arány így hangzik: $39,611 \text{ CsE}$ (5925,794 M.km) x 0,618 = $\underline{24,479598 \text{ CsE}}$ (3662,1406 M.km).

¹⁵²A CsE-összegek aránya $\underline{0,6159396}$; az eltérés 0,33340%. -Az arany arány így hangzik: $41,858 \text{ CsE}$ (6261,873 M.km) x 0,618 = $\underline{25,868244 \text{ CsE}}$ (3869,8375M.km).

¹⁵³A CsE aránya ennek megfelelően $\underline{0,3870974}$; az eltérés 1,33440 %. – Az 1 CsE arany aránya (149,598 M. km) így hangzik: $0,618 \text{ CsE}$ (92,451564 M. km) : $\underline{0,382 \text{ CsE}}$ (57,146436 M. km).

¹⁵⁴A CsE aránya $\underline{0,6104441}$; az eltérés 1,22264 %. – Az arany arány így hangzik: $1,666 \text{ CsE}$ (249,224 M.km) x 0,618 = $\underline{1,029588 \text{ CsE}}$ (154,02043 M.km).

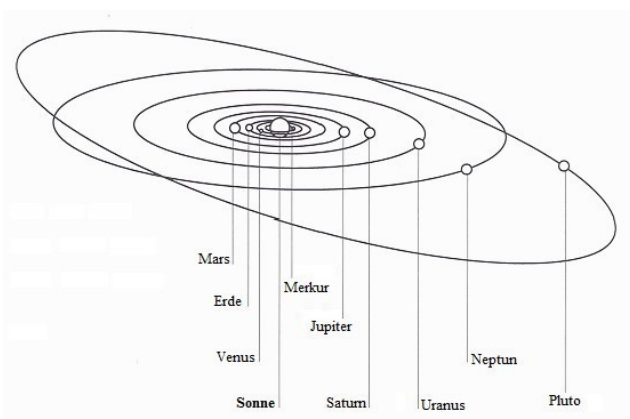
¹⁵⁵A CsE aránya $\underline{0,614419}$; az eltérés 0,57945 %. – Az arany arány így hangzik: $29,794 \text{ CsE}$ (4457,197 M.km) x 0,618 = $\underline{18,412692 \text{ CsE}}$ (2754,5477 M.km).

(0,44%-os eltéréssel).¹⁵⁶

- A Jupiter Naphoz való legközelebbi távolsága (Aphélium) 5,454 CsE (815,877 millió km-el) az aranymetszés nagyobb, **M** szakaszát képezi, melyhez az aszteroidaöv külső határa a ~3,4 CsE (~508,877 millió km) távolságával a kisebb szakaszt, **m**-et mutatja (0,87%-os eltéréssel).¹⁵⁷

Azokat az összefüggéseket, melyek a planetáris tér távolsági arányait a felosztás, kiterjedés és rendezettség szempontjai szerint csupán punktuálisan-statikusan ragadják meg, a bolygórendszer idő-relációi egészítik ki; ezek különböző periodikus-ritmikus folyamatai képzik le a kozmosz dinamikusan tevékenykedő erőit.¹⁵⁸

A Nap gravitációs terében különböző keringési ciklusok (116. á.) vezetnek a változatos idő-arányok kapcsolati területéhez.



116. á.

A belső bolygók területén az aranymetszés vonatkozásai itt a Merkúr, Vénusz és a Föld, valamint a Hold szomszédos bolygók között mutathatók fel:

-A Föld Nap körüli keringési ideje 365,256 nappal úgy aránylik a Vénusz Nap körüli keringési idejéhez, a 224,701 naphoz, mint **M** az **m**-hez (0,46%-os eltéréssel).¹⁵⁹

¹⁵⁶ A CsE aránya 0,6152769; az eltérés 0,44063 %. – Az arany arány így hangzik: 49,316 CsE (7377, 644 M.km) x 0,618 = 30,477288 CsE (4559,3839 M.km).

¹⁵⁷ A CsE aránya 0,6233956; az eltérés 0,87307 %. – Az arany arány így hangzik: 5,454 CsE (815,877 M.km) x 0,618 = 3,370572 CsE (504,21198 M.km).

¹⁵⁸ Aránylag átmeneti ritmusok mellett –, mint pl. a bolygók saját forgása – a kozmoszban található idő-arányok szintén roppant nagy festsávolságokat ölelnek fel, melyek pl. Merkúr 88 napos egyszeri Nap körüli keringésétől, ugyanannak Neptunusz körüli kerek 165 éves keringési idejéig nyúlnak; sőt, a Plútónak egy teljes Nap körüli keringéshez 248 évre van szüksége. – Miközben a jóval kijebb forgó Neptunusz közepes keringési gyorsasága 19.440 km/h, a legbelsőbb bolygó, a 172.440 km/h -es közepes gyorsasággal kerüli meg a Napot. Ebbe a spektrumba a többi bolygó kifelé növekedő keringési idővel és ennek megfelelően csökkenő gyorsaságokkal sorolódik be.

¹⁵⁹ A keringési idők a köv. arányban állnak: 0,6151877; az eltérés 0,45506 %-ot tesz ki.

- A Vénusz 224,701 napos és a Merkúr 87,969 napos keringési idejéből (2,49%-os eltéréssel) az **M + m** aránylik az **m**-hez arány képződik.¹⁶⁰

- A Merkúr keringési ideje továbbá egy különleges aránykapcsolatban áll a Föld Holdjának ritmikájával. Ha a Merkúr keringési időtartamát megfelezzük (87,969: 2 = 43,9845 nap), így ez a Hold Föld körüli keringési idejéhez (szinódikus hónap - 27,322 nap) egy **M : m** -hez arány arányt képez (0,51%-os eltéréssel); avagy: a Merkúr keringési időtartama (csekély eltéréssel) arany metszésben áll a Hold keringési idejének kétszeresével.¹⁶¹

A Merkúr, Vénusz, Föld és a Hold, mint szomszédos, valamint a Naphoz legközelebb eső égitestek, tekintve kölcsönös viszonyukat, keringési kapcsolataikban az arany metszéssel való hasonlóságot mutatnak fel.

A Föld, Nap és a Hold ritmusában továbbá más összefüggések is vannak, melyek a Fibonacci - számsor kölcsönös kapcsolati kontextusában állnak:¹⁶²

Egy év időtartam alatt a Föld 365,26 napon át egyszer körüljárja a Napot (sziderikus keringés), mialatt a Hold a Földet 12-szer kerüli meg (12 x 29,53 nap [szinódikus keringési idő /H_{syn}] = 354,37 nap). Ezáltal a Nap a Föld és a Hold ritmusukban (10,89 nap eltéréssel) érkeznek meg egymáshoz közelítő azonossághoz:

$$12 \times H_{\text{syn}} (354,3672 \text{ n}) \approx 1 \text{ Föld Nap körüli keringési ideje } (365,256 \text{ n}) / (\text{diff. } 10,89\text{n/év}).$$

A következő táblázat a három égitest előre haladó ritmikus kapcsolatát mutatja be, melyek holdperiódusok (13 H_{syn} és 12 H_{syn}) váltakozó száma miatt, úgymint a Fibonacci-számsorhoz való többszörös arányképzés miatt egy kiegyenlítődés felé tartanak.¹⁶³

1 x 12 H_{syn}	≈ 1 Föld Nap körüli keringési ideje / (diff.: 10,89n)
1 x 13 H_{syn} + 2 x 12 H_{syn} = 37 H_{syn}	≈ 3 Föld Nap körüli keringési ideje / (diff.: 3,14n)
2 x 13 H_{syn} + 3 x 12 H_{syn} = 62 H_{syn}	≈ 5 Föld Nap körüli keringési ideje / (diff.: 4,62n)
3 x 13 H_{syn} + 5 x 12 H_{syn} = 99 H_{syn}	≈ 8 Föld Nap körüli keringési ideje / (diff.: 1,48n)
5 x 13 H_{syn} + 8 x 12 H_{syn} = 161 H_{syn}	≈ 13 Föld Nap körüli keringési ideje / (diff.: 6,10n)

¹⁶⁰ A keringési idők a köv. arányban állnak: 0,3914935; az eltérés 2,48521 %.

¹⁶¹ Mindkét keringés aránya: 0,6211733; az eltérés 0,51348 %.

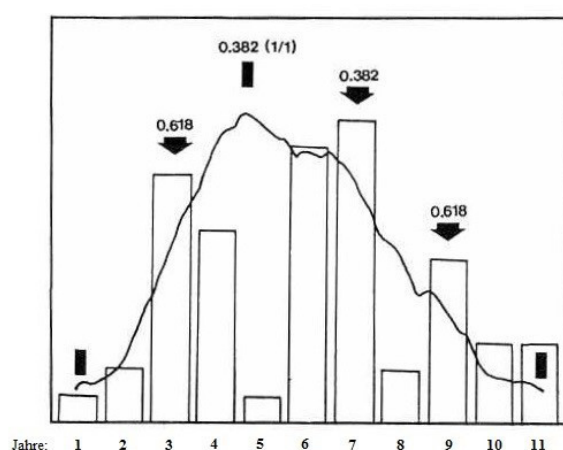
2 x 27,322 = 54,644 // 87,969 x 0,618 = 54,364842.

¹⁶² E kifejtések Hartmut Warm egy utalását követik. – Az alkalmazott számértékek kerekítettek.

¹⁶³ A különbségek először folyamatosan kisebbek lesznek, azután mégis növekednek; miközben az arányok ehhez kapcsolódva abszolút nagyobbak lesznek, százalékosan viszont azonosak maradnak.

Egy különleges, további időjelenség az újabb megfigyelések szerint a Nap saját ritmusában fordul elő, melynek aszimmetrikusan történő periódusai többszörös összefüggésben állnak az aranymetszéssel:¹⁶⁴

A Nap nem folyamatos aktivitási ciklusokban heves gázkitöréseket (anyagkitöréseket) vált ki a mágneses tere által, melyek a felületén napfoltokat okoznak. Ezek a foltok egy ciklust alkotnak, átlagosan 11,05 évente, az úgynevezett napfoltciklust. Azonban mindkét jelenség, a gázkitörések periódusa, valamint a napfoltciklus nem egyidejűleg zajlik le. A következő diagram¹⁶⁵ 11 éves szakaszokban mutatja be a napfoltciklusokat vonalakkal mutatva, ellentétben a gázkitörési periódusokkal, melyek éves oszlopokban ábrázoltak (117. á.).



117. á.

A napfoltok és a Nap gázkitörései különösen azokon a pontokon mutatnak kifejezett extrémításokat, melyek a **11,05 : 6,83 : 4,22 : 2,61 : 1,61** arany számsorral megegyeznek. A napfoltciklus lineáris leforgása az első évben egy minimumnál kezdődik és a maximumát 4,22 év után éri el (a diagramban: 0,382 az 1/1-ből), hogy aztán később a következő 6,83 év leforgása alatt előre tartó hanyatlással a minimum értékhez térjen vissza. Az emelkedés és a hanyatlás idő-relációja összességében úgy viszonyul egymáshoz, mint **m** az **M**-hez. A gázkitörések periódusai egy ettől egészében elkülönülő ritmikát mutatnak fel, melyek három különböző maximát mutatnak: az első maximum 2,61 évnél, a második, legmagasabb maximum 6,83 évnél, a harmadik, legalacsonyabb maximum pedig 8,44 évnél található.

¹⁶⁴A kifejtések itt a német asztronómus, geofizikus és klimatológus Theodor Landscheidt vizsgálatainak alapszanak, akinek a fő kutatási terepe a napaktivitás prognózisának területén a napciklusokon alapult. Lásd továbbá: <http://bourabai.kz/landscheidt/golden.htm>

¹⁶⁵ Forrás: <http://bourabai.kz/landscheidt/consider.htm> / Fig.14

E periódusok menete összességében komplexebben, sokrétűbben és dinamikusabban alakul; a napfoltok lineáris folyamatát ismételtén áttöri.¹⁶⁶ Míg a legmagasabb maximum (6,83 évnél) a 11,05 év teljes időtartamát $M : m$ -ben osztja fel; addig az idő szakasz az első maximum által osztódik fel $m : M$ arányban (2,61 a 4,22 évhez). A legmagasabb maximum (6,83 év) utáni időszakasz a ciklus végéig a harmadik maximumnál (8,44 évnél) is felosztódik még egyszer m és M -re (1,61 az 2,61 évhez).

A kezdő szakasz a záró szakaszhoz szimmetrikusan aránylik, mindkettő egyenként 2,61 évig tart. A két ciklus egy további, átfogó szimmetriai aránya továbbá a gázkitörések első két maximumának időszakasza ($\rightarrow$ 4,22 év) és a napfoltciklus csúcsponti alakulása által jön létre, mely felszálló fázisában szintén 4,22 évet ölel fel (transzlációs-szimmetria).

Mindkét ciklus egy viszonylag komplex rendszerét alkotja olyan időbeli-kontrapunktív és többszörös arany arányokkal rendelkező folyamatoknak, melyek pontosan a bolygórendszer centrumában fordulnak elő és – a Föld klíma- és bio-időjárásai kapcsolatainak bizonyítható összefüggései mellett¹⁶⁷ – egészen a teljes Naprendszerre kihatnak.

Ezzel a planetáris teljes szerkezetben is számos alakban jelennek meg az arany arányok: a Nap imént leírt sajátos ritmikájának törvényszerűségei mellett, bolygópárok kölcsönös tér- és időbeli kapcsolatainál, valamint kisebb vagy több csillagzatot átfogó csoportoknál figyelhetők meg. A bemutatott példák alapján a planetáris világon belül szintén felismerhető az arany-metszés, mint egy formálási elv, mely nem csak egyedül a kozmikus egyedi jelenségeket, hanem különbözően összefüggő rendszerek képzését is érinti.

Minimális tolerancia nélkül itt sem találhatóak arányok: az arány formaalkotó gesztusához mindig egy ‘rugalmas pillanat’ társul, többé, vagy kevésbé csekély eltérések formájában, mely az összrendszer egy nyilvánvalóan szükségszerűen konstitutív részeként a folyamatos stabilitáshoz járul hozzá.¹⁶⁸

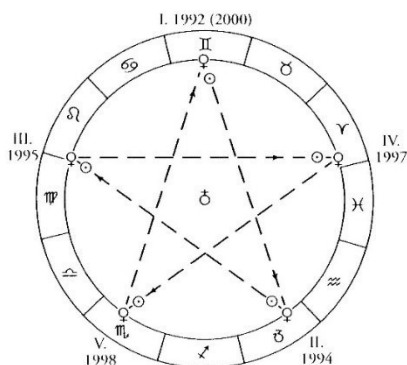
Az itt bemutatott, kozmoszban található tér- és időbeli aspektusok körét a következőkben egy, az arany geometria specifikus, ennek megfelelő példaként hozott jelenségeire vetett lezáró áttekintés egészíti ki.

¹⁶⁶ Ezen kívül mindkét ciklus alapvetően ellentétesen viselkedik, mivel a minimális és a maximális napfolt-fázisok is (1 / 4,22 / 11,05 év) a legcsekélyebb napszélkitöréseket (protuberanciákat) mutatják fel.

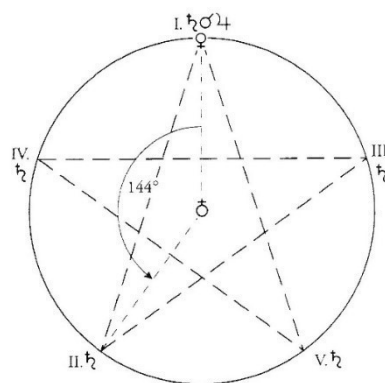
¹⁶⁷ Lásd t.k. Axel Tilleman, *Sonnenstürme gehen mit einem erhöhten Herzinfarktrisiko einher* (Bild der Wissenschaft, 16.02.2008) cikkét a: http://www.wissenschaft.de/home/-/journal_content/56/12054/57563_link alatt.

¹⁶⁸ Lásd ehhez a 3.1. fejezet, 66.o. kifejtéseit.

A Földtől tekintve (geocentrikusan) a Vénusz és a Nap 583,92 napos ciklusban találkozik össze.¹⁶⁹ A Vénusz e szinódikus ritmusának menete¹⁷⁰ az állócsillagok körében egy 144,48°-os szöget zár be, és öt szinódikus hónap után újra egybeesik a kiindulási ponttal. A Nap és a Vénusz találkozása (2,48°-os szögeltéréssel) 8 Föld-év alatt megy végbe, közel 5-ször.¹⁷¹ Az állatöv öt egybeesési helyén így egy pentagramma sarokpontjai jönnek létre, mely hagyományosan ‘Pentagramma Veneris’-ként ismert és maradt fent (118. á.).¹⁷²



118. á.



119. á.

Ennek megfelelően a külső bolygók területén ugyanez az elv megtalálható, a Jupiter és a Szaturnusz (119. á.) keringési pályáinak arányában, itt viszont ez egy sokkal nagyobb időtartamot ölel fel. Egy Jupiter-Szaturnusz egybeesésből kiindulva (I. pozíció), a Jupiternek 4332,589 nap keringési időre van szüksége, hogy ugyanarra a pontra visszatérjen; azonos időtartam alatt a Szaturnusz 10759,227 napos keringési idejével megközelítőleg a táv 2/5-ét tette meg, ezzel (a II. pozícióban) egy 144,97°-os szöget zárva be. A Szaturnusz a Jupiter minden egyes keringésével a körkerületének 2/5-ével halad előre (III. IV. és V. pozíció) és két teljes keringés után jut el egy újabb találkozáshoz a Jupiterrel (I. pozíció). A 2 Szaturnusz-keringés így 5 Jupiter keringésnek¹⁷³ felel meg és egy megközelítőleg hatvan éves ciklus lefolyása alatt megteremtik a pentagramma geometriai formájának azonos konstruktív sarokpontjait.¹⁷⁴

¹⁶⁹ Együttállás: két csillag Földdel ugyanazon vonalon való együtt állása.

¹⁷⁰ Szinódus: egy égitest ideje, míg újra eléri ugyanazt az elongációt (a Nap, Föld és az égitest közti szög).

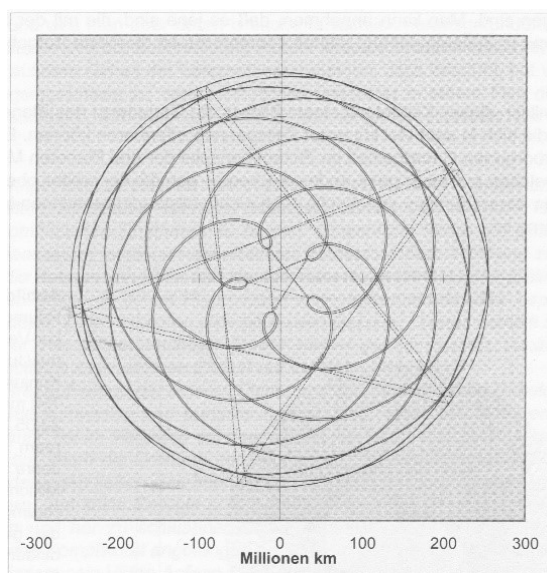
¹⁷¹ $365,256 \text{ n (Föld)} \times 8 = 2922,048 \text{ n} \approx 583,92 \text{ n (Vénusz}_{\text{syn}}) \times 5 = 2919,6 \text{ n / elt.: } 2,448 \text{ nap.}$

¹⁷² A 118. ábrán a Vénusz 1992 - 2000 közötti években való felső együttállásai a következő adatokkal vannak szemléltetve: I – 1992. június 13., II – 1994. január 17., III – 1995. augusztus 20., IV – 1997. április 2., V – 1998. október 30., VI – 2000. június 11. Forrás: W. Bühler, uo., 115f

¹⁷³ Szaturnusz: $10759,227 \text{ n} \times 2 = 21.518,454 \text{ n} (= 58 \text{ év } 333,606 \text{ n})$ – Jupiter: $4332,589 \text{ n} \times 5 = 21.662,945 \text{ n} (= 59 \text{ év } 112,841 \text{ n})$ / elt.: 144,491 nap. A szög eltérése egy teljes ciklusban 4,8°.

¹⁷⁴ Forrás: W. Bühler, uo., 122f

E két pentagrammán kívül, melyek planetáris csillagképi kapcsolatokon alapszanak, geometrikus formai összefüggések is keletkeznek a kozmoszban, melyeknek a bolygópályák nagyobb mozgási-struktúrája szolgál alapul.¹⁷⁵ Tekintetbe véve az arany geometriát, itt ismételtén a Vénusz jelenik meg: Mialatt a Föld nyolc év alatt kerüli meg a Napot ($365,256 \text{ n} \times 8 = 2922,048 \text{ n}$), a Vénusz **13**-szor kerüli meg a Napot ($224,701 \times 13 = 2921,113 \text{ n}$).¹⁷⁶ Ezáltal a Vénusz keringési pályája **5** belső hurokban¹⁷⁷ teljeseedik ki, melyek – megfelelően az arany aránynak, melyben a Vénusz a Föld és a Nap egymással áll – egy feltűnően harmonikus, 'virág-geometriát'¹⁷⁸ teremtenek, valamint az ötágú csillag formáját is megjelölik (120. á.).¹⁷⁹



120. á.

Az idő leforgása, mely itt számtanilag és mértanilag is egyaránt strukturált, erőkapcsolatok egy láthatatlan hálóját képezi a kozmikus térben, amely az érintett csillagokat egy dinamikus és egyben folyamatos-stabil kölcsönös kapcsolatba rendezi.

¹⁷⁵ Lásd ehhez: Joachim Schultz, *Rhythmen der Sterne* (Dornach, 1963), valamint Hartmut Warm publikációit a <http://www.keplerstern.de/signatur-der-sphaeren/> oldalon.

¹⁷⁶ Az eltérés csekélysége itt rendkívüli: a különbség (egy 8 éves ciklusban) kevesebb, mint 1 nap (0,935 n).

¹⁷⁷ „Egy bolygó látásmódjából a hurkok képződése az állócsillagok állandó égboltjával szemben a különböző sebességek alapján jön létre. A belső bolygó gyorsabban kerüli meg a napot, úgy, hogy a felszínén lévő megfigyelő számára a külső bolygó a közeledésnél először látszólag lassulónak hat, a megelőzés menete, azaz a konjunkció időpontja alatt az irányt változtatja és azt követően egy növekvő távolság mellett ismét a szokott mozgásához tér vissza.” – Hartmut Warm, uo., 106f

¹⁷⁸ Hasonló kozmikus megjelenési formákra és jelenségekre való utalást nyújt G. Dóczi is, a galaktikus spirálisminták organikus növekedési mintáival való összehasonlítás. Lásd: G. Dóczi, uo., 99

¹⁷⁹ „A Vénusz-Föld hurok a Vénusz szemszögéből, időtartam 15,987 év (10 konjunkció). A pentagrammák a konjunkciós-és oppozíciós állásokat (kívül) mutatják.” H. Warm, uo., 106 – A Nap és a Vénusz mozgásmenetének egy animációját az interneten lehet megtalálni a <https://johncarlosbCsEz.wordpress.com/2014/01/04/the-pentagram-of-Venus/> oldalon.

3. Összevetés és reflexió

Az előző példák sorával jelenségtanilag egy ívet zártunk be a természet, az ember és a kozmosz között, mely ív az aranymetszés legkülönbözőbb idő-és térbeli megjelenési formáit hozta közös kapcsolatba. A kiválasztott jelenségek és azok bemutatása alapján az válik mindenekelőtt világossá, hogy az aranymetszés sem egy pusztán elméleti-absztrakt, sem pedig bármilyen formában spekulatív értelmezési mód, hanem egy konkrét formáló eszme és mód, melynek megvalósulása, mint matematikailag, mint a formai esztétikában az élet összes területén relevánsan megjelenik.

A kivétel nélkül mindenütt jelenlevő geometrikus formák, számnagyságok és aránykapcsolatok kezdetben mind matematikai megjelenési módként magyarázva bukkantak ismét fel; és mint variáltan alakuló benne rejlő formai ötletek manifesztálódtak.

A következőkben metaszintek sorozata nyílik meg, melyek háttérében az aranymetszés elve nem csupán egy egyedüli gesztust vagy számnagyságot mutat be, hanem dimenziókat átfogó, komplexen összefüggő és sokrétűen tagolt életrendszerek egy szignifikáns, valamint értelmes alapkövét is szemlélteti.

3.1 Aranymetszés a mikro-és makrokozmosz között

A mikro- és makrokozmosz kapcsolatának óriási fesztségváltása példaszerűen megjelenik a rózsacsésze- és virágleveleinek geometriájánál (53. á. 28. o. ill. 71. és 72. á. 34. o.) a Föld és a Vénusz ill. a Jupiter und Szaturnusz pentagrammális csillagkép arányainak összehasonlításánál. (63. o., 118., 119. á.). A két megjelenési forma között lévő mérhetetlen nagy távolság dacára – túl téren és időn – egy nyilvánvaló alaki identitás mutatkozik meg. Ez a morfológiai rokonság egy fölérendelt formai-, valamint számszerű megegyezést jelez, mely minden további bemutatott jelenséget is érint és összekapcsol egymással.

E megegyezésnek geometriai vagy számtani strukturálásának formáival két, eredetileg el-lentétes kiindulópont szolgál alapul: az egyszeri irracionális Φ érték és a racionális számokból összetett Fibonacci-számsor. Azonban mindkettő – alapvetően poláris jellegük ellenére – ekvivalensen testesíti meg a természet birodalmában és a világűr élő, képző folyamataiban,

formálódásában megjelenő aranymetszés elvét.¹ A kölcsönös relativitást, valamint az e mögött álló racionalitás és irracionalitás elvének elemi összetartozását szemléletesen mutatták az aranymetszés növény- és állattanban, valamint az emberi alak formálódásának kontextusában hozott példák.

A világűrben, az égi mechanizmusok frekvenciaarányaiban is egy különleges szerepet játszik mindkét elv, melyet P. H. Richter és H.-J. Scholz fizikusok a következőképpen magyaráztak:²

1978-ban John Greene plazmafizikus numerikus számolások alapján demonstrálta, hogy kvázi periodikus aranymetszésbeli mozgások frekvencia arányként, zavaró hatások ellenére is a lehető legnagyobb stabilitást képesek felmutatni. A kísérleti matematika eszközeivel megerősítette azt, amit Vladimir Arnold és Jürgen Moser matematikusok 1963-as híres alapelvéből már sejteni lehetett. Ugyanez az eredmény ma elsősorban a plazmafizika és a részecskegyorsítás számára érdekes, mégis hagyományosan az égitestek mozgásának mechanikájához tartozik. Az erőtan, hosszú utat téve meg olyan nevekkel jelezve, mint Newton, Lagrange, Hamilton, Poincaré, Kolmogoroff, Arnold, Siegel és Moser, még ha más megfogalmazásokkal is, de újra felfedezte a Kepler-i "szférák harmóniájának" jelentőségét.

Figyelembe véve a bolygópályák zavaró tényezőkkel szembeni stabilitását ill. érzékenységet, ez a következőket jelenti:

Mindazok után, amit időközben a racionális és irracionális számokról tudunk, már nem csodálkozunk, hogy az aranymetszés, vagy általánosságban a nemes számok, itt is különleges szerepet játszanak. Hasonlóképpen, mint a levélállás fenomenológiájában, úgy van, hogy minden szám közül a legfeltűnőbb a racionális (...) és a legfeltűnőbb irracionális számok (pont a nemes-számok) dominálnak a történésekben. A "legracionálisabb" frekvenciakapcsolatok stabil és instabil rezonanciákat jellemzik, az "irracionálisak" ezzel ellentétben a zavaró tényezőkkel szembeni érzékenységgel bíró kvázi periodikus mozgásokat.³

¹ Az első kiinduló tételnél az arány aszimmetriája ismeretesen irracionálisnak definiált, a másodiknál ezzel szemben egy racionális, a célértékre megalkotott (ill. 'irányult') megközelítő értékek által konfigurált perspektívája, mely ezekhez konzekvensen közeledik. – P. Weibel ezt a problématerületet a 'Zahlenkunde und die Kunst' című esszéjének keretén belül magyarázza: „A pitagoraszai álom vége: (...) A Fibonacci-sor összekötő hidat képez két kibékíthetetlen ellenfél között, az aranymetszés, mit irracionális törték sorozata és a harmónia, mint racionális törtek sorozata között. (...) Harmónia, aranymetszés és a Fibonacci-sor sok pontban érintik egymást, de alapvetően mindegyikük önmagában áll, ha épp nem ellentétben egymással. Ezek képzik, ill. ezek következnek a matematika első alapvető kríziséből. Láttuk, hogy a harmónia egészszámos hangközarányokból áll, melyek, mint a Fibonacci-számok egy egészszámos arányban állnak egymással, egy számtani arányban (arithmos jelentése: egész szám). Az aranymetszés olyan szakaszokból alkotott, melyeket nem lehet pontosan két egész szám arányából kifejezni, nem összemérhetők, de felrajzolhatók, mértani arányuk van. A Fibonacci-sor az a számsor, mellyel a legjobban lehet az aranymetszés folyamatos osztását megjeleníteni (egészszámos racionális törtekben).“ Peter Weibel, "Kuriosa der Zahlenkunde und die Kunst – kurz gefaßt und leicht faßlich dargestellt", Rainer E. Burkard, Wolfgang Maas, Peter Weibel, *Zur Kunst des formalen Denkens* (Wien, 2000) könyvében, 49. o.

² Peter. H. Richter/ Hans-Joachim Scholtz, "Der Goldene Schnitt in der Natur – Harmonische Proportionen und die Evolution" fejezete Bernd-Olav Küppers (Hg.), *Ordnung aus dem Chaos* (München/Zürich 1987, 1991³), 199ff könyvében.

³ uo., 203

F. Cramer kémikus és génkutató a káoszelmélet kutatásának keretein belül használja ezt a tényállást, a káosz és a rend törvényeinek világűr béli kérdéseinél és az aranyszám sajátos irracionalitását itt egy faktor ‘rend és káosz közötti univerzálisan harmonikus stabilitásának’ tulajdonítja.⁴

A racionalitás és az irracionalitás így azokat a szinteket mutatja be, melyekből az aranymetszés elve egy részről alapvetően levezethető és ellentétesen definiálható; ezenfelül jelentős, sőt részint kiemelkedő szerepet játszik a mikro- és makrokozmosz racionális, valamint irracionális formálását és funkcionalitását tekintve.

Az aranymetszés különböző konkrét megnyilvánulásainak egy további hátterét a szimmetria és az aszimmetria elvei képzik. Alapvető együttélésüket, valamint felülrendelt értelmüket L. Tarassow a következőképpen értelmezi:⁵

Szimmetria és aszimmetria úgy össze vannak nőve, hogy azokat, mint egy fogalom két oldalát kell, hogy figyelembe vegyük. Világunk nem pusztán szimmetrikus. Szimmetrikus-aszimmetrikus világ. (...) A dolog lényege abban áll, hogy a szimmetria és aszimmetria egysége dialektikusan ellentétes kategóriák egysége. Hasonló például a lét és megjelenés, szükségszerűség és véletlen, lehetséges és valódi egységéhez. A szimmetria és aszimmetria két dialektikus ellentéte elválaszthatatlanul összefügg.

Az arany arányokban alakuló megjelenési formák természetszerűen elsődlegesen a specifikus aszimmetriájukban rajzolódnak fel; de ugyanakkor egy kifejezett szimmetriai-összeegyeztethetőséget mutatnak fel, mely a növénytani, állattani, antropometrikai, valamint kozmikus jelen-

⁴ „Az elliptikus pályák a rend centrumaiként (stabilitás, rendszeresség) tekinthetők. Ezek a bolygók, vagy holdak pályái, melyek lényegében zavartalanul rajzolják meg a köreiket. Hiperbolás pályák tekinthetők a káosz centrumainak (instabilitás, megjósolhatatlanság), ezek az üstökösök pályái, melyek hirtelen bukkannak fel a világűrben. Ha ezeket a középpontokat egymással szembeállítjuk, hatáskörük egy nagyon kusza kapcsolatba kerül. Kölsönösen áthatják egymást és még nagyító alatt sem találhatók éles határok közöttük. A nagyítás minden fókán újra és újra kibontakozik a rend és a káosz versengése. Ennél mindkettő relatív egyensúlya – globálisan tekintve – a mindenkori rendszer nem-lineáriságának erősségétől függ.

A nem-lineáriság növekvő erősödésével egyre több elliptikus pálya esik szét, a káosz egyre erősebben kibontakozik. A sok keskeny és elsőként alig felismerhető káosz-sáv néhány szélesebbé nőnek össze. Végül a nagy káoszterületek közötti elválasztó vonalként csak kevés kanyarulat marad, és valamikor az utolsó is felbomlik. És ennek az utolsó kanyarulatnak – majdnem rejtélyes módon – az aranymetszéshez van köze. (...) Valóban található egy harmónia a rend és a káosz határán. E kijelentések megértésének kulcsát az úgynevezett körülfordulási számok adják. Attól függően, hogy ezek racionálisak, vagy irracionálisak, a lineáris ábrázolásnál a viselkedésük periodikus vagy kaotikus. (...) A ‘legiracionálisabb’ pályák reagálnak a legérzékenyebben a nemlineáris zavarra, mialatt a ‘legiracionálisabbak’ elliptikus kanyarulatként a legtovább fennmaradnak. (...) Az arany szám, vagy közeli rokonai (...) a ‘legiracionálisabbaknak’ számítanak és a káosz betörésénél a legtovább kellene kitartaniuk. Ez számítógépes kísérletekben megerősítést nyert, és mégpedig függetlenül az ábrázolás részleteitől. Ez helyesnek bizonyult igazi Poincaré-féle követőfüggvényeknél is, ahogy azokat az összetett inga összefüggésében vitatták. Az arany körülfordulási szám e tulajdonságában nyilvánvalóan az egyetemes harmónia egy darabkája rejtőzik.” – Friedrich Cramer, *Chaos und Ordnung – Die komplexe Struktur des Lebendigen* (Frankfurt, 1993), 169ff

⁵ Lev Tarassow, *Symmetrie, Symmetrie! – Strukturprinzipien in Natur und Technik* (Moskau, 1982, Heidelberg, 1993), 218

ségeken azonos módon látható. A szimmetria képző itt ún. ‘centrális-összetett forma’, különlegessége mellett, az a sajátosság lép fel, hogy az aranymetszés szignifikáns ‘folyamatos osztásának’ következményeként a szimmetrikus kapcsolatok száma ennek megfelelően ‘folytonosan’ növekszik.⁶ az ‘önhasonló sokszorozódás elve’ az arany tagolódásnál áttérjed az ezzel egyidejűleg még létrejövő szimmetrikus belső kapcsolatokra is. Ily módon az aranymetszés is összekötő kapcsolatot hoz létre szimmetria és aszimmetria között és lehetővé teszi megfelelő metszéspontokon átmenetileg a két elviekben ellentétes formáló erő szintézisét.⁷

Az aranymetszés formaképzésének szempontjából – az egészre vonatkozó tagolódás és ezzel egy test vagy organizmus kialakítása – minden területen megjelent a tágulás (nyújtás, növekedés, feldúsítás) és a behatárolódás (gátlás, torlódás, redukció) ellentétes törekvések jellemző aszimmetrikus kölcsönhatása. A bővülő és összehúzódó erőhatások polaritása, mely minden élőnek sajátja, az arany arányok kontextusában specifikusan dinamikusnak mutatkozik meg. F. Cramer a természet növekedés és gátlás feszültségi mezőjét ‘visszacsatolási folyamatnak’ írja le, melyből a Fibonacci-számárányok is és az arany szögmérvények is keletkeznek. A növényvilág spirális szerkezetének tekintetében a következőket fejt ki:⁸

A spirálisok azonban egy szinten is lehetnek, mint pl. sok fészekvirágzatúnál (...). Régóta ismert, hogy az ilyen spirálisoknak(...) feltűnő szerkezetük van. Az mutatkozik meg ugyanis, hogy a csomópontok száma a spirálisok egy bizonyos sorozatában a Fibonacci-sornak engedelmeskedik (...). Ebben az úgynevezett 137,5°-os „aranyzög” foglaltatik benne. (...) A Fibonacci-karaktert, vagy az aranymetszést minden növekedési feltétel mellett megtartja, nem függ az érintett gyümölcs vagy virág nagyságától, hosszúságától vagy vastagságától. A Fibonacci-sor felbukkanását és az aranyzög megtartását nem statikus jelenségként, hanem mint egy visszacsatolt növekedési folyamat eredményeként szabad értelmeznünk. (...) Egy síkban történő növekedés esetében (a napraforgó fészekvirágzatában) a spirális egy centrumtól való tágulással fejlődik ki, mialatt a spirális szár esetében történő növekedés egy hossz tengely mentén zajlik le. A csomópontok kiszámolásakor mindkét esetben minden egyes spirálisban megtalálható az aranyzög, vagy a Fibonacci-számsor. És ez a tendencia a természetben valóban egy általános törvény.

⁶ A folytatólagos felosztás aranymetszésben nem csak egy konzekvensen elkülönülő aszimmetriához, hanem folyton újabb szimmetrikus kapcsolatokhoz is vezet. A Fibonacci-számsor példáján az aszimmetrikus arányok vízszintesen és függőlegesen történnek, a szimmetrikusak átlósan.

$$\begin{array}{cccc}
 21 & \rightarrow & 13 & \rightarrow & 8 & \rightarrow & 5 & \rightarrow & 3 \\
 \downarrow & / & \downarrow & / & \downarrow & / & \downarrow & / & \\
 13 & & 8 & & 5 & & 3 & & \\
 \downarrow & / & \downarrow & / & \downarrow & / & & & \\
 8 & & 5 & & 3 & & & &
 \end{array}$$

⁷ Lásd ehhez a ‘középképzés’ említett aspektusát az emberi testnél, (54. o.), valamint a ‘négyzetes-körös koncepciót’ Leonardo da Vinci *Vitruviuis-tanulmányában* (55. o.).

⁸ F. Cramer, uo., 194-197

A 'növekedés és gátlás' kölcsönhatásának szempontjához:⁹

Minden növekedés értelmezhető egy belső verseny-jelenségként. Egyes aktivátorok vagy növekedési faktorok elindítják egy bizonyos elem vagy rügy növekedését. Másrészt viszont a növekedés szomszédos konkuráló jelenségek által akadályoztatott is. Ez megtörténhet a növekedési pontnál lévő anyagcsere természetes inhibitorai által, vagy a növekedéshez szükséges tápanyagok konkurenciája miatt. [H. Meinhardt, A. Gierer, *Application of a Theory of Biological Pattern Formation based on Lateral Inhibition*, J. Cell Sci. 15 (1974), 321-346; A. Gierer, H. Meinhardt, *A Theory of Biological Pattern Formation*, Kybernetik 12 (1972), 30-39] – Itt is visszacsatolt rendszerekről van szó, melyeknél két érték kooperál vagy konkurál egymással. (...) Még nem tudjuk pontosan, mi is valóban a „növekedési nyomás” és a „szomszédos gátlás”. Biokémiai növekedési-és gátlási faktorai lennének? A gátlás egy kontaktnyomás lenne szomszédos rügyek között? Bármilyen legyen a folyamat biokémiai természete, ez kétségtelenül egy visszacsatolt folyamat.

A nem egyenlő osztás eljárási eredményeként mindkét növekedési-és gátlási jelenség azonos értelemben áll az aranymetszésbeli kibővülés és összehúzódás úgy visszacsatolásként, mint folyamatként is értendő kölcsönös viszonyához. A nagyobb résznek (**M**) kiterjedő-folyó, összekötő-növekedő tulajdonsága a kisebb rész (**m**) koncentráló, csoportosuló, csökkentő és behatároló jellemzőivel szemben nemcsak látszólagosan képez különböző nagyságban osztott méreteket, hanem ennek megfelelően alapvetően – különböző kvalitásokat is mutat, melyeknek értelme és célja ebben az esetben is az 'ellentétesség kiegészítésében' mutatkozik meg.¹⁰

⁹ uaz, uo., 197,199

¹⁰ Az arany kapcsolatok egy tisztán mennyiségi vizsgálata folyamatosan egy vitális 'kapcsolati-történet' felszínén mozog és csupán egy tárgy külső-megvalósulását ragadja meg. Azon kívül érvényes, a mindenkor 'benne rejlő morfológiai nyelv' a 'mennyiségek az immanens minőségek kifejezései' aspektusa alapján való felkutatása és értelmező megértése. –W. Bühler is utal rá a aranymetszésről való elmélkedésében, tekintetbe véve a major és a minor ez irányba történő fogalomképzését: „A mértani és matematikai területén biztosan teljesen jogos a majort és a minort, mint egyéni nagyságokat és egymáshoz való arányukat pusztán mennyiségileg és számtanilag meghatározni. De az isteni arány gazdag átszőttiségében, a százféle megjelenési formájával a felosztásának minőségi kérdése merül fel. Vajon vannak-e a minor és a major fogalomképzésén belül olyan kiegészítő tulajdonságok és gondolati dimenziók, melyeket kevésbé vesznek figyelembe? Tényleg elég-e –, mint ahogy oly gyakran történik –, egy rovar, például egy bogarat vagy egy lepkét, (...) a folytonos osztás rácsába – megelégedve ezzel – besorolni és úgy szólván „rányomni annak a bélyegét”? (...) Egy pusztán séma (...) mégis csupán csak egy legelső lépés lehet, mely egy elmélyültebb vizsgálatot idéz elő. Nincs-e a rövidebb részben, tehát a minorban valami olyasmi, mint egy összehúzódás és a majorban, mint a kibővülés tendenciája? (...) A mi nézetünk szerint az aranymetszésbeli felosztás életben található jelenségeinél folyton a polaritás fölrendelt eleméről van szó. Ez aztán természetesen mindig az egész által közvetített és felémelt, de a legkülönbözőbb minőségeket és területeket tartalmazza.” – W. Bühler, uo., 468f

A visszacsatolt ellentétesség, folyamatos növekedés, úgymint a funkcionális organika koordinátáinak együttműködéséből az ‘individuális eltérések’, mint toleranciák vagy maradványértékek ismét okozatosan érthetővé válnak; következésképpen, mint természettől adott és szükségszerű kísérő jelenségekként lépnek fel és egy lényeges alkotóelemet mutatnak be. A stabilitásuk mellett ugyanúgy a flexibilitásukat is biztosítják, és ezzel a matematikailag kialakított rendszerek életteli határvidékét képezik.¹¹

Az általánosan átfogó törvényszerűségek nézeteit tekintve, melyek egy (többek között matematikai) a mikro-és makrokozmosz közötti kapcsolatra vezethetők vissza, ezek a jelenkorban részint távol állnak egymástól és gyakran poláris ellentétei egymásnak.¹² Ennél az aranymetszés egy teljesen jellegzetes vita tárgyát adja,¹³ mely példaképpen a biológiában a mechanisztikus és a formai alapok dualizmusában mutatkozik meg. A két alapvető ellentétességet A. van der Schoot tematizálja, egy a 90-es években S. Douady és Y. Couder által végrehajtott növényi szervkezdeményeken (promoridákon) való kísérlet alapján:¹⁴

Stéphane Douady és Yves Couder pár éve ehhez egy döntő kísérletet vittek véghez.¹⁵ A primoridák ‘viselkedését’ élettelen anyaggal szimulálták, azáltal, hogy folyékony fémcseppeket egy szilikonolajos csészébe csepegtettek. A cseppek úgy váltak mágnesessé, hogy egymást taszították, és a lehető legnagyobb teret próbálták megtalálni maguknak. Az mutatkozott meg, hogy a minta, melyet a cseppek a nehezen folyó olajon keresztül vezető útjukon leírtak, a botanikából ismert spirális formáknak feleltek meg. A minták variálódhattak, aszerint, hogy mennyi idő telt el az egymást követő cseppek között, mégis olyan „parastichák” képződtek ugyanolyan módon az aranyszög $137^{\circ} 30' 28''$ szövéhez közeli sokrétűségben, mint a napraforgómagoknál és a tobozok pikkelyeinél. Itt tehát az aranymetszés egy mechanikus folyamat eredménye volt anélkül, hogy szó lehetett volna genetikai információról. Ezzel kézenfekvőnek tűnik, hogy a napraforgók, az ananász és a tobozok sem genetikai programot követnek a Fibonacci-szerkezetük kialakításánál, hanem gépiesen reagálnak olyan hatásokra, melyek a közvetlen környezetükben minden új elemre kifejtik hatásukat. Az aranymetszés valóban természetes tényállásként igazolja magát, még ha nem is a priori (tényeket megelőző tudás) által meghatározott formai okok alapján, hanem mechanikus

¹¹ Az eltérésekkel, különbségekkel, vagy maradványértékekkel való bánásmódot ennek következtében nem lehet félremagyarázni ‘a priori komolytalan stratégiaként’; ezzel ellentétben – tekintve lehetséges (vagy szükséges) eltéréseket – az individuális, tárgyban benne rejlő törvényszerűségek konkrét összefüggéseiben válnak érthetővé és ezzel egy ugyanígy elegendő, valamint érthető plauzibilitást mutatnak fel.

¹² Ez egyrésztől általánosan az átmeneti-idő jelenleg növekvő, kulturálisan alapvető globális jelentéskrisisével állhat összefüggésben; másrésztől itt hagyományozottan ellentétes álláspontok pozicionálódnak, melyek tekintettel az ‘anyag és szellem összefüggésének létezésére’ a legkülönbözőbb fogalmi szempontokból valamint alapvetően szerteágazó nézetekből származnak.

¹³ Az idevonatkozó kiadások sokasága mellett lásd ehhez még t.k.: Henny Jahn, *Weltformel Lambda* (Darmstadt, 2009), 212-218, valamint a *Goldener Schnitt, einer der größten Irrtümer der Kunstgeschichte?* (Internet-Blog, 2012), https://www.youtube.com/watch?v=_oFqaps9jpM, és: Rudolf Haase, “Der mißverständene Goldene Schnitt”, írását a *Der meßbare Einklang – Grundzüge einer empirischen Weltharmonik* (Stuttgart, 1976), 127-136 vagy: Wolfgang Sieberth, *Verkannte Bedeutungen des Goldenen Schnitts* (Wien, 1975; nem kiadott kézirat) művekben.

¹⁴ A. v. d. Schoot, uo., 208f

¹⁵ S. Douady/ Y. Couder, *Phyllotaxis as a Physical Self-Organized Growth Process* (1991/92) – Lásd: <http://cognitn.psych.indiana.edu/rgoldsto/complex/Douady%20&%20Couder.pdf>

hatások befolyása miatt. (...) A phillotaxisban az aranymetszés nem egy olyan forma, melyet a természet szab ki, hanem egy olyan forma, mely csak egy természetes folyamat alapján jön létre.

A mechanikus és a formai látásmód ellentétének szempontjából ehhez egy kiértékelés kapcsolódik:¹⁶

Mechanikus szemszögből itt egy teljesen korrekt gondolatmenetről van szó. De a formalista szemszög sem feltétlenül kell, hogy veszítsen. Mivel itt végül is az arany arány folyamatosságának és ezzel együtt formai tulajdonságainak köszönhető, hogy a természet a primoridák fejlődésénél éppen ezeket a formákat részesíti előnyben és nem pedig másokat. Ezek a tulajdonságok az arany arány részei, függetlenül a természettől, melyben manifesztálódnak.

Van der Schootnak végül sikerül a két alapelv dualizmusát dialektikusan összekapcsolnia:¹⁷

Ezt a problémát az általános fogalmak állásának kérdésével hasonlíthatjuk össze, mely a középkori filozófia kérdéyeit mozgatta. Abolardus e problémára való megoldásának¹⁸ hasznossága e kérdés összefüggésében igazolható: az aranymetszés a phillotaxisban nem a természet szerint formálódik (forma ante naturam), sem pedig annak következménye (forma post naturam). Annak rendje és módja, ahogy az olyan primoridák, mint a levelek, napraforgómagok és a tobozok pikkelyei megtalálják helyüket, a természet b e n áll fenn (forma in natura).

Van der Schoot az ellentétes alapvetések egyesítésével áthidalja a hozott polarizáló szemléleteket és új ismeretek, valamint megalapozott és mozgalmas gondolkodásmód alapján egy mérvadó konstruktív kiindulási- és kapcsolódási pontot alkot az aranymetszés jelenségének felülrendelt összefüggések megvizsgálásához.

¹⁶ uo., 209

¹⁷ uo., 209

¹⁸ „Petrus Abaelardus (Abelard Péter) (1079-1142) megpróbálta a realisták és a nominalisták közötti univerzális fogalmak státuszáról szóló filozófiai vitát úgy elsimítani, hogy azt a tézist állította fel, ami szerint ezek a valóságban sem a dolgokból nem indulnak ki (universalia ante res – legfeljebb Isten szellemében), sem pedig csak a dolgok által valósulnak meg (universalia post res – legfeljebb az emberi felismerésben), hanem a dolgokban, önmagukban léteznek (universalia in rebus).“ A v. d. Schoot, uo., 209

3.2 ‘A matematika, mint a természet nyelve’

A bevezetőként az aranymetszés természetben, embernél, és a kozmoszban található megjelenési formáihoz említett ‘a természet mint alkalmazott matematikai elképzelés’ elve, egy az aranymetszés jelenségének általános hátterét jeleníti meg, amely fölrendelt az előtte szemlélt síkoknak. Racionalitás és irracionalitás, szimmetria és aszimmetria, a poláris - formáló elv (növekedés és gátlás), valamint a benne rejlő eltérések máris kimondatlanul feltételezik egy ‘matematikailag kódolt nyelv’ nézőpontját. A következőkben a történelmi – hagyományozott, valamint a jelenlegi nézetek szempontjából reflektálunk és világítjuk meg közelebbről ezt a nyelvet.

A ‘természet matematikájának’ kérdése külső világunk alapvető újkori matematikai megfoghatóságának kérdésével áll összefüggésben. A természet szempontjából egyrésztől fenomenológiailag – , mint azt az itt hozott példák mutatják – pozitívan válaszolhatók meg; másrésztől egy történelmileg adott, valamint a jelenkorban érvényesnek elismert koncepciót mutat meg.

Galileo Galilei e szavakkal fogalmazta ezt meg 1623-ban: „A természet könyve a matematika nyelvén íródott és betűi a háromszögek, a körök és más geometriai alakok, melyek nélkül teljességgel lehetetlen lenne, akár csak egy mondatot is megértenünk, melyek nélkül sötét labirintusban vesztenénk el magunkat.“¹⁹

A 20. század kezdetén a biológus és matematikus D’Arcy Thompson konkrét természeti jelenségekkel magyarázza el ugyanezt a koncepciót:²⁰

Egy tok növekedéséhez a legegyszerűbb törvényt vehetjük alapul, mégpedig, hogy ez ugyanazokban a változatlan arányokban szélesedik és nyílik; és a természet törekszik ennek a minden törvény közül a legegyszerűbbnek engedelmeskedni. A tok, úgy, mint a benne lévő élőlény, növekszik, de *formáját nem változtatja*; és e konstans növekedési arány, vagy formahasonlóság léte a lényeges az ugyanolyan szögű spirálisoknál és alapként használható azok definíciójához.(...)

(...) a matematika nyelvét (...) alkalmazhatjuk arra, hogy egy csigaház formáját, egy szarv tekeredését, egy levél körvonalát, egy csont szerkezetét, egy csontváz felépítését, a hal vagy madár áramvonalas formáját, egy rovar finom anyagú szárnyát általánosságban kifejezzük, leírjuk és definiáljuk.

¹⁹ Galileo Galilei, *Il Saggiatore* (1623), Edizione Nazionale, Bd.6 (Florenz, 1896), 232

²⁰ D’Arcy Thompson, (ered.: *On Growth and Form* Cambridge 1917/1966³); ném.: *Über Wachstum und Form* (Basel, 1975/ Frankfurt a. M., 1983), 223, 328

O. Hagenmaier a kristály képződmények, valamint a növény- és állatvilág morfológiai méretarányainak vizsgálataiból ezt így összegezte (1949): „Úgy tűnik, mintha a természet azon fáradna, hogy olyan közel kerüljön az ideális matematikai alapformához, amennyire csak lehetséges.”²¹

A káoszelmélet kutatásának szemszögéből F. Cramer a következőket állapítja meg (1988):²²

Az élet szerkezete és lefolyása egymásra hatnak, hálózatok. (...) ...a növényvilág sok formája visszavezethető matematikai kapcsolatokra, mint pl. a fenyőtobozok, vagy a fészekvirágzatúak spirális mintája. (...) Ha egy hal ősi formáját egy koordináta-rendszerbe rajzoljuk, ebben a koordináta-rendszerben szabályos változtatásokkal más halfajok is levezethetők. Ezek a változtatások lehetnek a szögben, az az eltorzításban, vagy mértékek megváltoztatásában. Ebből minden alkalommal új fajok jönnek létre. Vagy másképp kifejezve: a különböző halfajok egy közös mintához vezethetők vissza. Ebből azt tanuljuk meg, hogy a természet formái nem független szerkezetűek, vagy tetszőlegesek, hanem szabályos módon összefüggenek egymással. Az építési terveknek vannak alaplínei, mely sokrétűen variálhatók.

Minden kijelentés, különbözően árnyalva, de tartalmaz utalásokat matematikai elemekre, valamint törvényszerűségekre, melyeknek együtthatása képi a természet nyelvét. Háromszögek, körök, spirálisok, szögek, valamint arányok és állandók itt az úgynevezett nyelvi-elemek, melyek a szám és a forma felülrendelt szintjéhez tartoznak. A természet időbeli kontextusban létrejövő és végbe menő formálása ezzel sokrétűen szerkesztett folyamatokban, valamint hálózatszerű összefüggésekben válik matematikailag megfoghatóvá.

Galilei látásmódja a ‘természetbeni nyelvi-komplexumról’ mindenek előtt, mint egy kép jelenik meg: az egyes természeti jelenségek egy összefüggő ‘könyv’, mely ‘betűi’ geometriai alapformák képeiben lépnek fel.²³ Hagenmaier egy alapvetően ugyanígy, egy, azonos irányultságú magyarázatot ír le, anélkül, hogy bármi közelebbit kidolgozna. Mialatt Thompson az ő fenomenológiai megközelítési módja alapján részletes matematikai visszakövetkeztetésekhez jutott el, Cramer ezeket egyrésztől tovább viszi, de ezeken kívül analitikus és szintetikus értelmezésben tematizálja egy matematikailag megalapozott, dinamikus morfológiai felfogás messzemenően legfontosabb szintjét.

²¹ Otto Hagenmaier, *Der Goldene Schnitt – Ein Harmoniegesetz und seine Anwendung* (München, 1984⁵), 21

²² F. Cramer, uo., 18

²³ Az a módszer, mellyel e könyvből a betűkkel ‘egész mondatokat’ (vagy többet) is megérthetünk, Galilei nem említi meg; csupán az ‘önmagunk sötét labirintusban való elvesztésének’ képét, az elemek nem ismeretének következményeként.

A matematikus E. Behrends 2009-ben az ugyanehhez a témához tartott előadásában („A természet nyelve-e a matematika?“) szintén a világos befejezéshez jut el: „Ma a természettudósok szilárd meggyőződése, hogy a természet könyve a matematika nyelvén íródott. Ez a nyelv persze sokkal bonyolultabb, mint ahogy azt Galilei gondolta.“²⁴

P. Weibel ‘számismeret’ c. esszéjében különböző szempontokat mutat be a ‘természet könyvének’ és annak ‘nyelvének’ való differenciált megértéséhez, melyek a szám és a forma felülrendelt területeihez kapcsolódnak. A geometriai-formai szempont tekintetében a következőket vezeti le:²⁵

Benoit Mandelbrot a természet „fraktális geometriájával“ (...) kapcsolatos vizsgálatainak is szintén célja, az alakformálódás sajátosságainak és szabálytalanságainak matematikai leírása. A „matematikai szörnyek“, ahogy a fraktálokat nevezte, egy részét képezik minden növekedés geometriájának, minden formájában a természetnek (felhők, hegyek, erdők, tengerpartok), melyek különösen szabálytalannak tűnnek, de a gyakorlatban szimmetriához hasonló formálódással szemben alulmaradnak. (...) Fraktális objektumok szukcesszív alkalmazási- és pótló folyamatok során jönnek létre, ill. átformálódásokkal.

(...) Az esprit de la géométrie a fraktális tárgyakkal egy új közelségbe jut a természet növekedéséhez, pl. a növényekhez. (...) Przemlaw Prusinkiewicz és Aristid Lindenmayer a „a növények algoritmikus szépségét“ mutatták meg. A matematika nyelve még soha ilyen jól nem írta le a növények fejlődését.²⁶

A szám, mint számtani nézőpont, Weibelnél egy szemantikailag kapcsolódó gondolatot kap, melyet ‘numerikus érzékenységnek’ nevez:²⁷

Egy ún. numerikus szenzibilitás világ más arányainak modellezéséhez a számarányokat és azok tulajdonságait veszi alapul. (...). A numerikus érzékenység minden dolgok mögött a numerikus kódot keresi: a szám, mint minden dolog mértéke, mint ahogy azt Pitagorasz megfogalmazta.²⁸

²⁴ Ehrhard Behrends, *Ist Mathematik die Sprache der Natur?* (Hamburg, 2010), 61 – Hamburgban, 2009. 11.6-án, a matematikai társaság őszi konferenciájának keretein belül tartott előadása; a G. Tischel által átdolgozott előadásváltozat különnyomása a: Mitteilungen der Mathematischen Gesellschaft in Hamburg, XXIX. kötetben, 2010 – http://page.mi.fu-berlin.de/bhrnds/publ_papers/sprachedernatur_hamburg.pdf

²⁵ P. Weibel, uo., 56, 58

²⁶ P. Prusinkiewicz/ A. Lindenmayer, *The Algorithmic Beauty of Plants* (New York, 1990); Benoit Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature* (New York, 1983), német.: *Die Fraktale Geometrie der Natur* (Basel, 1987). – Lásd ehhez még: Lawrence Edwards, *The Field of Form* (Edinburgh, 1982), német.: *Geometrie des Lebendigen* (Stuttgart, 1986), valamint: George Adams/ Olive Whicher, *The Living Plant and the Science of Physical and Ethereal Space – A Study of the Metamorphosis of Plants in the Light of Modern Geometry and Morphology* (Stourbridge, 1949), német.: *Die Pflanze in Raum und Gegenraum – Elemente einer neuen Morphologie* (Stuttgart, 1979²).

²⁷ P. Weibel, uo., 34, 36f

²⁸ Weibel e helyen még további ókori matematikusokat is idéz:

A minden és a semmi lényege (...) a numerikus kód által meghatározható. a genetikai kód is alulmarad a numerikussal szemben. Szaporodás és öröklődés engedelmeskednek ennek a numerikus kódnak.

A numerikus szenzibilitásnak a világ más arányaihoz a számarányok szolgálnak modellként.

- A számarányok, mint
1. segédeszközei a mű szerkezetének, magyarázat.
 2. természet és a szám kapcsolata. A szám, mint a természet mértékrendszere.
Szám törvények, mint a világ törvényei, bolygók mozgása stb.
 3. Számok és jelenségek, mint pl. színek vagy szavak párhuzamai
 4. Fizikai, biológiai, szociális és fiziológiai alapelvek manifesztációi, melyek a harmóniáért, rendért stb. felelősek.
 5. Titkos összefüggések kinyilatkoztatásai (kriptanalízis, szó-és számmissztika, új testamentum, numerológia)

Kidolgozásának végén Weibel végül összefoglalja: „A természet nyelve a gyakorlatban egy nyelvvé lesz, egy formális nyelvvé. Szimmetria, önhasonlóság, fraktálok, stb. egy olyan formális nyelv elemei lesznek, mely a növekedés és az ön-szerveződés dinamikus lefolyásának megértésére szolgál.“²⁹

E nyelv emberi észlelését és felfogását figyelembe véve E. Behrends a következőket jegyzi meg: „A matematika segítségével sok terület határait átléphetjük (...). A matematikát ezért néha az ember egy további, kiegészítő érzékeként nevezik.“³⁰

Hogy a matematika végül mennyire mutatja magát bizonyítható tényként ,ante naturam‘ vagy ,post naturam‘ itt csak analóg módon elgondolható, mint előbb: azon a módon, ahogy a természeti jelenségekben és folyamatokban számok és formák láthatóan vagy bizonyíthatóan képmásukat találják, úgy a matematika a természet b e n áll (in natura).

„Töredék Philolaos-tól (...): „A természet a világrendben határtalan és határképződarabokból illesztett össze, úgy a világrend, mint egész és mint minden benne lévő dolgok is.“ – „És ténylegesen minden, amit az ember felismerhet, az szám.“ (...) „Mivel a dolgokból semmi sem lenne világos senkinek, sem a dolgok magukhoz való kapcsolatában, sem az egymáshoz való kapcsolatában, ha a szám és annak léte nem lenne.“ A püthagoreusok azt állították, hogy „minden dolog lényege a szám“ (Arisztotelész). A püthagoreusok számára az egység a páros és a páratlan is volt, levezethető volt a határosból és a határtalanból is. Arisztotelész szerint a püthagoreusok feltételezték, hogy a végtelen a párossággal azonos. Mivel ez önmagát feloszthatja és a páratlantól a dolgok határolják a végtelenséget.“ – uo., 34f

²⁹ uo., 59

³⁰ E. Behrends, uo., 67

3.3 Az arany arány – Eszme és jelenség

Az arany arány eszméjének és jelenségének lényegi szempontjait épp az előző, matematikához tartozó fejezetben, valamint az aranymetszés megjelenési formáinál (2.1 – 2.3 fejezetek) általánosan és alapvetően magyaráztuk, valamint példákon konkrétan levezettük. Ehhez kapcsolódóan a következőkben még két további sík nyílik meg, melyeknek a két kategória fölérendelt összefüggésében állnak egymással. Az egyik szint, tekintve a különleges arany osztást, az ‘osztás-és formálás ős-elvének’; a másik a matematikailag ‘archetipikus formai-eszmék’ kapcsolatának és az aranymetszés azzal összekapcsolt specifikus formavilágának felel meg.

J. W. v. Goethe kevés szóval írja körbe ennek az eszmének az elsőként nevezett szintjét: „Az egyé váltat felezni, a felezettet egyesíteni, ez a természet léte.”³¹ Ezzel kapcsolódik a püthagorasz koncepcióhoz, mely szerint: „...Egység és kettősség, mint rend és változás állnak szemben egymással, ahol a harmónia kettejük integrációjából megvalósítandó.”³² Ez újra Hérakleitoszra hivatkozik, aki:

...az egység az ellentétekből-elképzelés szellemi szerzőjének számít. (...) Amikor Arisztotelész kijelenti, hogy a természet úgy valósítja meg a harmóniáját, hogy a nem egyenlőt (ami a fajfenntartás számára feltétel is) összekapcsolja, a ‘sötét Hérakleitosz’ aforizmáira hivatkozik: egész és nem egész, összhang és széthúzás, konszonancia és diszszonancia és a mindenből egy, vagy egyből minden kapcsolatai.

Éppen e megfogalmazás alapján lehet az egység és a kettősség dualizmusát, mint az *egység a különbözőségben* különleges esetét szemlélni. (...) Itt két elem játszik, melyek nem (csak) egymás mellett, hanem (ezenfelül) egymással szemben állnak – tehát *polaritásról* van szó, egy fogalomról, mellyel kifejezhető a kapcsolódás az ellentétességben, mely korai megfogalmazásra lelt Hérakleitosz *ellenálló harmóniájában*.³³

Van der Schoot kifejtései felölelik a témához lényeges alapfogalmak és azok egymáshoz való kapcsolatának teljes körét. Magyarozatában a találóan jellemző „Az egység és a kettősség egysége”³⁴ cím alatt fejti ki ezeket. Ezzel egyidejűleg az elméleti előfeltételek is adottak, az arany osztás egyesszámú gesztusainak egy további belső jelentés-szintjének megértéséhez. Az arany arány nemcsak egy speciális osztási-kapcsolatot jelenít meg (a nem egyenlően nagy tagok

³¹ J. W. v. Goethe, Zur Farbenlehre, § 739, idézve: A. v. d. Schoot, uo., 307f

³² A. v. d. Schoot, uo., 306

³³ uaz, uo., 306f

³⁴ uo., 306

és az egység között), hanem ezenfelül még egy, a formatagolódás és formálás ősi eszméjének típusát is: az aranymetszés elve egyedülálló módon teljesíti a sokféleség az egységben ill. az egység a sokféleségben formai esztétikai koncepcióját; és egyidejűleg a polaritás aspektusa –, mint kvalitatív ellentétekből összetett ‘egység’ – valamint a harmónia – a különbözőség integrációja által – valósul meg benne.³⁵ Ezzel az aranymetszés, a konkrét formai gesztusai és alkalmazása mellett egy, a természetes élet és formálódás archetipikus reprezentatív formálási eszméjének fölérendelt jelentéséhez tartozik.³⁶

A jelenség második síkján az aranymetszést nem csupán mint elszigetelten álló értéknagyságot tekinthetjük, hanem ezen kívül az általános ‘matematikai archetipikus nagyságokhoz’ való vonatkozásában is szemlélhetjük.³⁷ Itt az egyszeri, eredeti gesztusainak alakjában (mint egy, a sok osztó-és aránylehetőség közül) jelenik meg. Jellemző formavilágának egyes kategóriái csak a geometriai-formai, valamint a ritmikai-aránybéli archetípusok háttéréből válnak igazán láthatóvá: a Φ -érték egyéni útján kialakított ‘arany’ háromszög, az ‘arany’ téglalap, valamint az összes ‘ősforma’, melyek a speciális ‘arany kontextusba’ helyezettek.³⁸

Az aranymetszés formavilágának szerkezeti tagolódása különösen a növény- és állatvilág (2.1. fejj.) példacsoportosulásainak alapján szemléltethető. Pozicionálása a ‘matematikai ősformák- és nagyságok’ egyszerű, valamint messzemenően differenciáltabb és komplexebb formáit képi le. Egyidejűleg az arany arányok művészetben való alkalmazásának matematikai és természetes ‘üledékét’ teremti meg.

³⁵ A ‘harmónia’ tehát nem egy állítólagos ‘jólhangzás’, hanem a különbözőségek fölérendelt és megkülönböztetett, egy kiegyensúlyozott, valamint ‘meg-felelő’ kapcsolatba-helyezéseként definiálható.

³⁶ Az arany arány itt kiemelt, egyedülálló megkülönböztető sajátosságáról Johannes Kepler szavaira asszociálhatunk, amikor az aranymetszés elvét “értékes drágakővel” azonosítja: „A geometriának két nagy kincse van: a Pitagorasz-tétel és az aranymetszés. Az első értéke felér az arannyal, a másik drágakőre emlékeztet.” (*Harmonices mundi*, 1609)

³⁷ Így például minden lehetséges ‘egyéni’ háromszög formáinak sokasága mögött (mint pl. az egyenlő oldalú, derékszögű, vagy egyenlő szárú háromszögnél) archetípusként a háromszög általános eszméje és formája áll. Ugyanez érvényes a mértani formák (szakaszok, felszínek, háromszög, téglalap, kör, szög, spirális stb.) területére is és az ennek megfelelően szimmetrikus vagy aszimmetrikus irányra és a számtani konfigurációs lehetőségekre is. Itt a nem osztható vagy osztható számok általános készletéből (és az azzal összekötött, a nulla szám *egységének*, *kettősségének* vagy *semlegességének* elveivel – mint egyetlen reális szám, mely se nem pozitív, se nem negatív – ellentétben az eggyel vagy mínusz eggyel, stb.) egy a ‘specifikus nagyság, vagy kapcsolati sorozat’ lép elő, mely a mindenkor számösszefüggést (racionális és irracionális mérték szerint) ‘egyénilag’ konfigurálja.

³⁸ ‘A természet matematikai nyelvével’ összefüggésben F. Cramer a ‘speciális alak általános formájának’ összefüggését már az egyénilag különböző hajfajták példájával – mérték- vagy szögváltozásokkal, illetve a háló-koordináták torzítása által egyszeri módon konfiguráltan – vázolta fel (73. o.).

3.4 Az aranymetszés esztétikájáról

Az aranymetszés esztétikájáról való reflexió mindenekelőtt két, különböző állításra irányul: egyrésről a fogadtatásának történetére, másrésről a fenomenológiai-logikus állításra. A következőkben mindkettőre vázlatosan tekintünk, ezzel megkísérelve egy aktuális esztétikai helyzetmeghatározást.

A. van der Schoot a történelmi eredetet tekintve egy terjedelmes és mélyreható vizsgálatában 2005-ben így foglalja össze:³⁹

Jóllehet, olyan leletekkel és ténymegállapításokkal mindig számolnunk kell, melyek által a rekonstruált történelmi képünk más fordulatot vesz, ma ismert források alapján meg kell, hogy állapítsuk, hogy ugyan a külső és belső arány matematikai értelemben vett osztása már az antik görögök óta ismert és ez aránynak a reneszánszban *isteni arányként* egy traktátum volt szentelve, de az aranymetszés, mint *esztétikai ideál* a 19. század egy találmánya. És ez mégis egy ideál, mely úgyszólván visszaható erővel vetül ki a történelemre visszamenőleg: esztétikai ideálként egyidejűleg *klasszikus* ideálnak is számít az aranymetszés, mely mindig a képzőművészetekkel és főként az ókori építészettel és a reneszánszsal hozható összefüggésbe. De ez 1854 előtt nem történt meg.^[40]

Egy másik helyen kiegészítésül megállapítja:⁴¹

(...) hogy egy olyan szellemi klímában, melyet a poláris gondolkodás és a harmónia utáni vágy uralt, melynél az empirikus tudomány gyakorlásának előfeltételei miatt egyidejűleg a pontosságra és a mérhetőségre való igény jelent meg, az aranymetszés formai tulajdonságai alapján különlegesen megfelelő volt arra, hogy összekösse az egymással konfliktusban lévő igényeket.

Végül a következőkre jut: „...hogyan (...) az aranymetszés a 20. században is egy romantikus gondolkodási forma maradt, mely ideális arányként nem területekből, vagy korszakokból *vezethető le*, hanem olyan területekre vagy korszakokra *vetíthető ki*, melyeknek sajátja ez az ideálkép.”⁴²

Eddig a történész. – Fenomenológiai állításokból az aranymetszés esztétikáját illetően egy ettől eltérő sík és megfigyelési mód nyílik meg. Tekintettel az *egység* és a *különbözőség*

³⁹ A. v. d. Schoot, uo., 284

⁴⁰ Itt van der Schoot az aranymetszésről szóló Zeising-i írás megjelenési évére hivatkozik.

⁴¹ uaz, uo., 316

⁴² uaz, uo., 330f

specifikus-benne foglalt polaritására itt következetesen az esztétikai állítások egy alapvető dualitása jelenik meg. A két pólus, kiindulási-és célpontként konzekvensen vezet alapvetően különböző perspektívákhoz: mialatt az egyik az egység, mint a különbözőségek feloldásának egyengetője, a másik a 'két pólus feszültségének intenzitására' fókuszál.⁴³ Ezzel az esztétikus felfogás és értelmezés két, történelmileg is messze ható síkja kötődik össze, melyek alakjukban és kiterjedésükben hasonlóan racionálisan - ill. irracionálisan orientáltak.⁴⁴

Az egység elsőbbségével különösen a 'harmónia', a 'meg-egyezés', 'meg-felelés' (egy kvázi 'fölérendelt szimmetria' értelmében), valamint 'kon-szonancia' – mint magasabb értelem és cél – állnak előtérben. Konzekvensen összekapcsolódnak egy többnyire ideális 'esztétikus érték' tekintetében a racionális 'meg-ítélés', gondolkodás és döntés kvalitásaival, és ezzel egy e szerinti 'szépség-tartalommal'. – Ezzel szemben a különbözőség perspektívája az ellenállás-szembenállás világos körvonaláival jellemezhető, valamint egy (kvázi aszimmetrikus) 'ellent-mondásként' és 'disz-szonanciaként', melyből – mint felsőbb értelem és cél – az "átmenet, mint az Új helyszíne" jelenik meg.⁴⁵ A 'meg-ítélés' az irracionális-nem össze-mérhető értékekkel és kifejezési formákkal zsonglörködik, mialatt a gondolkodás létező-benne rejlő 'kiszámíthatatlanságokat' ölel fel és a döntés főképpen a meglévő 'valóságtartalmat' veszi fontolóra.

Az első koncepció a hagyományozott püthagoraszi ideálon nyugszik – Filolaosz szavaival: „A harmónia biztosan ellentétekből jön létre, mivel a harmónia a tarka különbözőségek és egybehangzások többszólamúságban létrejövő eggyé válása.”⁴⁶ – és a nyugati kultúra fejlődésének áradatában egészen a 20. századig előnyben részesített feltételét mutatja be, mely elsődlegesen határozza meg az esztétikát. A második koncepció korai indoklását Hérakleitosz irracionálisan-orientált poláris gondolkodásában találhatjuk.⁴⁷ Ennek a nyugati kultúra fejlődésében – nem utolsósorban a keresztény életmód és kultúra magától értetődő belevésődéseinek alapján is – egy esztétikailag csak később fejlődő és mindig csak 'kiegészítően-megtúrt oldalfülkés' szerep jut.

⁴³ Lásd A. v. d. Schoot, uo., 244

⁴⁴ Ez a görög mitológiában az *apollói-dionüszoszi polarításra* is kihatott, melyet Friedrich Nietzsche filozófiájában feldolgozott, valamint a nyugati kultúra fejlődésének kontextusában megfigyelt.

⁴⁵ Az 'átmenet, mint az Új helyének' fogalma Erna Aeschl a „Harmonie in der Natur? – Optimales Leben gibt es nicht“ című cikkében a: *Der Harmoniegedanke gestern und heute (Peuerbach Symposium 2002, Linz/Donau, 2003)*, 122c. művéből.

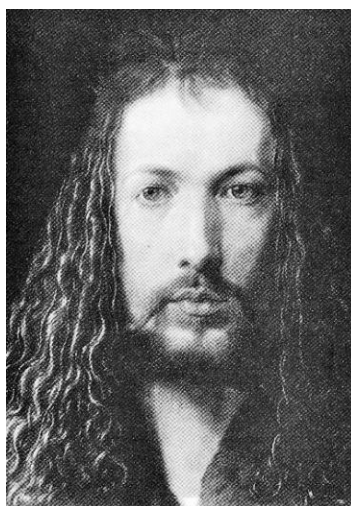
⁴⁶ Idézet: A. v. d. Schoot, uo., 33

⁴⁷ Lásd az idézetet a 76. o.-n.

A 20. században ez a feltevés az aranymetszést illetően egy újabb kapcsolódási kísérletet talál J. Benjafield pszichológus munkáiban. Ő, az alapvetően fordított nézőpontjával: „We believe that the Golden Section fits the way we normally make distinctions“⁴⁸ pillantásunkat a különféleség-szembeállítottság felé és ezzel a különbözőség perspektívája felé irányítja. T. W. Adorno is egy hasonló irányzatot követ „esztétikai elméleteinek“ keretein belül, melyben többek között kifejti: „A természet szépsége a nem-azonosság nyoma a dolgokon, az univerzális identitás varázsában.“⁴⁹ – vagy mint egy másik helyen: „a disszonancia az igazság a harmóniáról.“⁵⁰ F. Cramer is ezt az esztétikai nyomot követi a maga módján új művészeti fogalomként a „törékeny szépség“ koncepciójával. Ennél a formaalkotó aszimmetria árnyalt megfigyeléséből fejleszt egy szépség-fogalmat, melyet az „átmenet, mint az Új helye” értelmében – mint egy „keskeny vonalon való vándorlást” ért a „feloldódás és a megdermedés közötti kockázat mezsgyéjén”:

Lehet, hogy a „szépség” nemcsak egy, az elfogadás és egyezmény kérdése, hanem egy, a dolgokban és a világban benne rejlő tulajdonság? (...) Akkor a szépséget nemcsak szubjektív észlelésként értelmezhetnénk, hanem egy, ennek az észlelésnek az alapjául szolgáló, matematikailag megindokolható törvényként is a rend és a káosz matematikailag rögzíthető határán?

(...) Ismert Albrecht Dürer híres önarcképe (...): egy szép fiatal férfi hullámozó hajfürtökkel és ápolt bajusszal úgyszólván egy szépségideál. Megengedtem magamnak egy fotót készíteni a portréről, azt középben megfelezní, és mindkét felét úgy összetenni, hogy két arc jöjjön létre, egy, a kettős bal, egy pedig a kettős jobb arccal. (121-123. á.)



121 – 123. á.

⁴⁸ John Benjafield, Christine Davis, „The Golden Section and the Structure of Connotation“, *The Journal of Aesthetics and Art Criticism* Vol.36, No. 4 (1978), 423-427

⁴⁹ Theodor W. Adorno, *Ästhetische Theorie* (Frankfurt a. M., 1973), 114

⁵⁰ uaz, uo., 168

A két kép feltűnően különböző; mivel nemcsak Dürer arca, hanem minden emberi arc is aszimmetrikus. Ezen kívül mindkét, mesterségesen előállított kép borzasztóan unalmas. Minden izgalmasság eltűnt az arcról, és minden érdeklődés lankad az arcon. Nem a beteljesedett harmónia, nem a tökéletesség a művészet.

(...) A szépség nyilvánvalóan akkor a legmegkapóbb, a legtisztább, ahol a káosz határához nyomul előre, ahol a rendet önként teszi kockára. A szépség egy keskeny úton való vándorlás két szakadék között: az egyik oldalon minden rend káoszba való felbomlása, a másik oldalon a szimmetriába és rendbe való megdermedés között. (...) Csak ezen a veszélyes úton jön létre és teremődik meg a szépség.⁵¹

Cramer kifejtéseiben nem kifejezetten hivatkozik az aranymetszés irracionális aspektusára, de kimagaslóan magyarázza meg azt és ezáltal alapvetően egy szempontot ajánl az 'arany elv' modern, kibővített esztétikai értelmezéséhez és értékeléséhez.

A hagyományozott, a 19. század szemléletéből kiinduló 'arany esztétika', melynek (elsődlegesen) az egységre kiigazító feltevése elvből azt a veszélyt rejti magában, hogy egy csupán 'megfeleltető-szimmetrikus gondolkodás variánsát' mutatja, – reflektálatlanul – vezet egy végül pragmatikusa-elvonatkoztatott, sablonosan-egyszerűsítő, valamint pusztán 'kézművesen alkalmazott szépség-esztétikához'. – A másik oldal, mely nézete szerint a különbözőségekből, mint egy dialektikus-ellentétes rendelkezésből indul ki, a (feloldódó) összefüggések veszteségének lappangó rizikója mellett magába zárva mindenek előtt egy jelenlévő, a dinamikus feszültség-játékra kielezett észlelést és gondolkodást helyezi kilátásba. Az egyéni formaképzés (a részletes 'ki-formálás' segítségével) így egy a kreatívan ható erők szemléletévé válik, mely messzemenően példás jelentőséggel bír a művészeti-teremtő formálásnál.

⁵¹ F. Cramer, *uo.*, 203ff

4. Arany Metszés és zene

A munka második része az arany metszés különböző zenei síkokon való alakító formáival foglalkozik, összekötve ezzel az eddig bemutatott térbeli-időbeli világ és az időbeli-térbeli észlelés és megélés egymással kiegészülő fenomenológiáját.¹ Mindkét területet, a látható és a hallható területét és annak formavilágát is a tagolódás és alakulás egy idő-alakban levő azonos konstitutív alapelvei, valamint egy lényegbeli, benne foglalt számszerűség formálja. W. Heisenberg mindkét világ matematikai gyökerét, mely felett az időbeli eleven formálódás történik, a platóni atomtan perspektívából szemlélteti: „A jelenségek utolsó gyökere tehát nem az anyag, hanem a matematikai törvény, a szimmetria, a matematikai forma.”² – Ehhez kapcsolódóan a zenei-időbeli jelenségek formáló alakulása a természetes megjelenési formák kontextusában itt ekvivalens kiegészítőként értelmezett.

A zenében az arany metszés egyrészről a természetszerűen meglévő hangzás- és ritmusformák szintjén nyilvánul meg: a felhangsor jelenségében és az elemi skálaképzésben és ütemtanban; másrészről pedig az arany formálás változatos formai gazdagsága megmutatkozik az egyszólamú népdalokban és többszólamú zeneművekben is. Itt egy, a természettel alapvetően rokon formavilág figyelhető meg, mely a 20. század egyes műveiben különösen egyénien formáltan és kidolgozottan jelenik meg.

A természet zenéhez való általános-alapvető szempontjainak megvizsgálása (4.1) és a téma-specifikus vizsgálati szempontok és módszerek megtekintése után (4.2) az arany metszés formavilága az alapvető zenei struktúrákban (5. f.), valamint a nép- és műzenéből kiválasztott példák segítségével (6., 7. f.) tárul szemünk elé.

¹ Ehhez Hans Kayser zenetudós kifejti: „Milyen kapcsolatban áll a fülünk a másik fontos érzékszervünkkel, a szemmel? Itt a harmóniatanból egy kölcsönhatást állapíthatunk meg, mely önmagában olyan egyszerű, hogy csodálkoznunk kell, hogy sehol nem található említése a szakirodalomban, mely azonban épp két érzék funkciójának megállapításából kiindulva kap egy egzakt reciprocitást, és ezzel ezen szervek egymásra vonatkozását e legalább egy szempontból magyarázza. (...) A hang jelenségének tapintható-mérhető oldala, a hangok száma perspektivikus, az akusztikusan hallható hangérték mégis ekvidisztáns, azaz egyenközi, mint ahogy azt minden zongorabillentyűzeten található oktávok távolsága is bizonyítja. A szemnél ezzel szemben ugyanez a jelenség megfordul. (...) Az optikai fenomén tapintható mérhető oldala, az, amit látunk, itt egyforma, ekvidisztáns, az optikus benyomás viszont, az, ahogyan azt mi látjuk, perspektivikus. (...) A szem és a fül tehát funkcionálisan egy kölcsönhatásban álló reciprocitásban állnak.” – Hans Kayser, *Akroasis – Die Lehre von der Harmonik der Welt* (Basel/Stuttgart, 1984), 54f

² Werner Heisenberg, *Schritte über Grenzen – Die Plancksche Entdeckung und die philosophischen Grundfragen der Atomlehre*, Max Planck 100. születésnapja alkalmából, 1958. 4.25-én, Berlinben tartott előadás (München, 1971, 1984), 23.

4.1 Szempontok a zene természetéhez

A zene természeti-síkjához mindenekelőtt a felhangsor ad egy központi, valamint jelentős kulcsot; rezgésarányai kvázi a végtelenségig osztják részekre és tagolják, valamint differenciálják a felcsendülő hang térét. Tekintettel a tagolásra és a formálásra, az egzakt matematikai számarányok alapján egy archetipikus hangzásképet vázol fel.³

Anton Webern a *Der Weg zur neuen Musik* előadásaiban a nyugati zene jelenkorig való fejlődésében a felhangsort veszi kiindulópontnak. Az ő a természet, a hang és a művészet összefogásáról alkotott szemszögét a következő gondolatokban foglalja össze: „A hang a törvényes természet, a fül érzékére való vonatkoztatásban. (...) A művészet az általános természet egy produktuma, az emberi természet különleges formájában.” Továbbá kifejti: „Ahogy a természetbúvár azon fáradozik, hogy törvényszerűségeket találjon, ugyanúgy kell nekünk is törekednünk arra, hogy megtaláljuk azon törvényszerűségeket, melyek által a természet az ember különleges alakjában válik produktívá.”⁴ Az ember csak az edény, melybe az öntetett, amit az ‘általános természet’ kifejezni szándékozik.”⁵ A megfigyelések menetében Webern a hangrendszerek felhangsor törvényszerűsége alapján való fejlődésének segítségével mutatja meg az ‘új zenéhez való utat’: „A diatonikus sort nem *feltalálták*, hanem *megtalálták*. Az tehát már adott és a levezetése számunkra nagyon egyszerű és világos volt: a három szomszédos, rokon hang ‘erő-paralelogrammájának’ felhangjai képzik a skála hangjait. Ezek tehát épp a legfontosabb felhangok (...) – valami teljesen természetes, nem pedig beleképzelte dolgok – (...).”⁶

Ebből a perspektívából a ‘konszonancia’ és ‘disszonancia’ kategóriáinak körüljárásához a következőket jegyezi meg: „A felhangok sora gyakorlatilag végtelenként jellemezhető. Egyre finomabb differenciáltság képzelhető el, és e szempont szerint a negyedhangos zene és hasonló törekvések ellen nem lehet mondani semmit. (...) De a hang természetéből adódóan az út teljesen helyes.”⁷ Ezzel (Arnold Schönbergre hivatkozva) jut el egy bővített konszonancia- ill. disszonancia-fogalomhoz: „...hogyan konszonanciát és disszonanciát lényegükben nem lehet egymástól megkülönböztetni, hogy tehát nem egy lényegi, hanem csak egy fokozati különbség

³ Lásd ehhez: Benedikt Burghardt, *Die Obertonreihe – Eine Betrachtung harmonikaler Phänomene* (Stuttgart, 2013).

⁴ Anton Webern, *Der Weg zur Neuen Musik – Acht Vorträge*, 1933 (Wien, 1960), 15

⁵ Uo., 11

⁶ Uo., 16

⁷ Uo., 16

van, mely náluk fennáll.”⁸ Webern, tekintve a természetes hangot, igazolja: „De ha valaki egy lényeges különbséget feltételez konszonancia és disszonancia között, annak nincs igaza, mert a hangok, ahogy azokat a természet megteremtette, a hangi lehetőségek egész területét magukban foglalják (...).”⁹

Az előadások további menetében Webern a zenei formaadás témájának szenteli magát. A zenei gondolatok megjelenítéséhez négy alapvető törvényszerűséget vesz szemügyre: „A zenei gondolatok megjelenítéseinek vonatkozásában természetesen hamar felléptek törvényszerűségek. Ilyen törvényszerűségek azóta vannak, mióta zene létezik... – Hogy jelentek meg zenei gondolatok a természettől adott anyag által?”¹⁰ Itt említi meg a megfoghatóságnak, mint „minden megjelenés legfelsőbb elvének, a „szakaszonként megkülönböztethető kontúrok” értelmében való tagolódásnak, a fő- és mellékes dolgok világos elválasztódásának, valamint egy világos összefüggés képződésének szempontjait. „Az összefüggés a gondolatok megfoghatóságának szolgálatában áll! – A zene művészetének legkülönbözőbb korszakaiban a legkülönbözőbb módokon vették számításba ezt az elvet.”¹¹ Schönberg hasonlóan fejezi ki magát, tekintettel a művekben található részek egészhez való viszonyára, az általa értelmezett formai alakulás az organizmus képe felé hajlik: „...hogyan a műalkotásnál ez úgy viselkedik, mint minden egyes tökéletes organizmusnál. Olyannyira homogén az összetételében, hogy minden apróságban kitárja a legigazibb, legbelsőbb lényét. Ha egy zenedarab valamelyik részének (...) egy ütemét halljuk, képesek vagyunk az egészet megérteni.”¹²

A kezdődő 20. század áttörő történelmi szituációja elkerülhetetlenül vezette Schönberget és Webernt a szakmai életrajzuk és a zene alapstruktúráinak alapvető újra értelmezéséhez. Ezen belül interpretálták és figyelembe vették azt az újbóli felismerést, hogy a zenei hangnak a művészetben természettől adott részesedése van. Webern a zene természetes gyökereire való eszmélésének keretein belül a zenei nyelv haladó fejlődési folyamatát, mint egy, a hang természetéből eredő utat szemléli; a keletkező műalkotásokat ugyanakkor – itt Goethére hivatkozik – „az emberi természet különleges formájában megjelenő általános természet” eredményének tekinti. Webern és Schönberg a zenei formaadáshoz és- alakításhoz vett alapvető kiindulási pontjai ezen kívül olyan kritériumokat definiálnak, melyek a természet példás

⁸ Uo., 16

⁹ Uo., 16

¹⁰ Uo., 17

¹¹ Uo., 19

¹² Arnold Schönberg, „Das Verhältnis zum Text“, *Stil und Gedanke* (Frankfurt 1992), 12 – *Der Blaue Reiter* (München, 1912) első kiadása; ang. *Style and Idea* (New York, 1950); ném. *Stil und Gedanke. Aufsätze zur Musik* (Frankfurt, 1976).

organikus elvére támaszkodnak; ezért ezek így ugyancsak kevésbé *feltaláltaknak*, mint inkább *megtaláltaknak* értelmezhetők. – Webern nem utolsósorban a természet és a zene közös síkjait érinti a természetes hangsorra való hivatkozásával, melyek alatt az anyag- és hangzasképzés felszíne matematikai számalakok konfigurációjaként jelenik meg. Ugyanazon a módon, mint ahogy a ‘matematika, mint nyelv’ a természet alapjául szolgál, a zenében az elrejtett számszerűség egy, a ‘benne rejlő matematikai nyelvre’ és ezzel egy a természetben és a zenében közös egy-gyökerűségre utal.

A természet és a zene fölérendelt kapcsolati síkjai mellett tekintsünk még meg egy további síkot, a zenész és a természet (lehetséges) kapcsolatát, Olivier Messiaen 1958-as brüsszeli előadása alapján. Messiaen madártani-zenei tanulmányai egy rendkívül egyéni és eredeti hidat képeznek természet és zene között, mely alapján a világkiállítás megnyitóján tartott beszédében a zenészi inspiráció kérdésének összefüggésében a következőket fejtette ki:¹³

De az inspiráció nem az akarat gyümölcse. És ha minden elveszve látszik, ha az ember már nem talál több utat, ha már tényleg nem tudja, mit mondhatna (...), mely mesterhez forduljon, mely démonhoz könyörögjön, hogy kitaláljon e szakadékból? Tekintettel oly sok egymással ellentétes iskolát túlélt stílusra és egymásnak ellentmondó idiómákra, nincs olyan ember általi zene, mely beleférkőzhetne a kétségbeesett ember bizalmába. Ott a végtelen természet hangjai beleavatkoznak. Mivel magyarázhatnánk, hogy sok zenész ezt el tudta felejteni, miután a festők és a költők folyvást tőle tanultak? (...)

A természet különböző módokon hallható. (...) Ahogy Bartók a népdalok gyűjtéséért átbarangolta Magyarországot, úgy barangoltam én hosszú éveken át Franciaország provinciáin, hogy felírjam a madarak énekét. Ez egy szörnyű és végtelen munka. De ez adta meg számomra újra a jogot, hogy zenész lehessenek. Mily öröm egy új éneket, egy új stílust, egy új tájat felfedezni! (...)

Ezer lehetőség van, a szondát a jövőbe küldeni... Minden komponistának csak azt kívánom, ne felejtse el, hogy a zene az idő, mint ahogy a mi saját életünk is az idő része, és hogy a természet mindig szép, mindig nagy, mindig új, folyvást kimeríthetetlen színekben és hangzásokban, formákban és ritmusokban, a teljes fejlődés elérhetetlen példája, igen, hogy a természet a legnagyobb példakép.

Zárásként Messiaen összefoglalja: „Ritmikus technika, újra megtalált inspiráció, köszönhetően a madarak énekének: ez az én élettörténetem.”¹⁴ Ebben ez olyan zenealkotást valósít meg, mely természetet, hangzást és a művészetet összefüggően és kreatívan egységesíti.

¹³ Olivier Messiaen, „Vortrag in Brüssel“, a *Musik-Konzepte* 28 – Olivier Messiaen, kiad. Heinz-Klaus Metzger és Rainer Riehn (München, 1982), 5f

¹⁴ Uo., 6

4.2 Vizsgálati megközelítések és módszerek

Tekintve az aranymetszés a zenében speciális fókuszát, a 20. század közepétől különböző vizsgálati megközelítések állnak rendelkezésünkre, melyeknél főként egyes zene-művekről,¹⁵ összefüggő művek komplexumairól, vagy ciklusairól,¹⁶ ill. zeneszerzők műveinek összességéről¹⁷ van szó; mások áttekintésként meglévő eredményeket,¹⁸ vagy témához tartozó diskurzusokat¹⁹ rendszereznek, ill. ezeket mintegy aktuális kritikus átvizsgálásnak vetik alá.²⁰

¹⁵ Az itt nevezett címek egy választékot nyújtanak: Derek W. Haylock, „The golden section and Beethoven's fifth“, *Mathematics Teaching* Nr. 84 (1978), 56f; Allan W. Atlas, „Gematria, Marriage Numbers, and Golden Sections in Dufay's 'Resvellies vous'“, *Acta Musicologica*, Vol. 59, Fasc. 2 (1987), 111-126; Pierre Saby, „Organisation formelle dans 'Nuits' de Iannis Xenakis: Traces du Modulor?“, *Nombre d'Or et Musique*, kiad. Jean-Bernard Condat (Frankfurt, 1988), 139-145; Roy Howat, „Architecture as drama in late Schubert“, a *Schubert Studies*-ban, kiad. B. Newbould, London Ashgate Press (1998), 168-192; Jan Wilbers, *Musikalische Rhetorik in Bachs Matthäuspassion* (2006), <https://de.scribd.com/document/217209209/Pasion-San-Mateo-Analysen-No-1-11-12-S-167-187>; azonkívül: 7. fejt. (129. o., 2. ljt.) és 7.1, 7.2, 7.4, 7.6 és 7.12-16. fejezetek.

¹⁶ Marcus van Crevel, *Jacobus Obrecht - Missae VII. Maria zart* (The Hague, 1964); Elinor J. Perry-Camp, „Temporal proportion: a study of sonata forms in the piano sonatas of Mozart“, Dissz. Florida State University 1968; Paul Larson, „The golden section in the earliest notated Western music“, a *Fibonacci Quarterly* Vol. 16, Nr.6-ban (1978), 513ff; Margaret V. Sandresky, „The golden section in three Byzantine motets of Dufay“, *Journal of Music Theory* Vol. 25 (1981), 291-306; Allen A. Dorfman, „A Theory of Form and Proportion in Music“, Dissz. University of California 1986; Kenneth P. Kirk, „The Golden Ratio in Chopin's Preludes, Opus 28“, Dissz. University of Cincinnati 1987; Joonas Kokkonen, „Les sonates pour piano de Mozart et la Section d'Or“, *Nombre d'Or et Musique*, kiad. J.-B. Condat (Frankfurt, 1988), 111-116; Jussi Jalas, „Sibelius's symphonies and the golden section“, *uo.*, 117-120; John F. Putz, „The Golden Section and the Piano Sonatas of Mozart“, *Mathematics Magazine* Vol. 68, Nr. 4 (1995), 275-282; Irina Guletzky, „The Mirror-Symmetry, the Fibonacci Series and the Golden Section in the Renaissance Mass Composition“, *Symmetrie: Culture and Science* Vol. 9, Nr. 2-4 (1998), 231-247; Irina Soussidko, „Mikrotektonik und Goldener Schnitt – Debussys 24 Préludes für Klavier“, *Musik & Ästhetik*, 6. évt., 24.füzet (2002), 5-19; Jennifer Cruz, „The Aesthetic Relevance of the Golden Section in The Well-Tempered Clavier by J. S. Bach: The Relationship between Form, Temporal Flow, and Proportional Balance“, Dissz. University of Cincinnati 2007; Felix Pachlatko, *Das Orgelbüchlein von Johann Sebastian Bach* (Dissz. Universität Utrecht 2014/Marburg, 2017), 194, 255-270.

¹⁷ Lendvai Ernő, „Bevezetés Bartók forma-és harmóniavilágába“ (1953), *Béla Bartók – Weg und Werk*, kiad. Szabolcsi Bence (München, 1972), 105-149; *ua.*: *The Workshop of Bartók and Kodály* (Budapest, 1983); Roy Howat, *Debussy in proportion – A musical analysis* (Cambridge, 1983); David Neumeyer, „Tonal, Formal and Proportional Design in Hindemith's Music“, *Music Theory Spectrum* Vol. 9 (1987), 93-116; Brian Trowell, „Proportions in the Music of Dunstable“, *PMRA* 105 (1979), 100-141; Courtney S. Adams, „Erik Satie and Golden Section Analysis“, *Music and Letters* Vol. 77, Nr. 2 (1996), 242-252; Tushaar Power, „J. S. Bach and the Divine Proportion“, Dissz. Duke University 2001; Valeria Zenowa, *Zahlenmystik in der Musik von Sofia Gubaidulina* (Moskau, 1999, Hamburg, 2001).

¹⁸ J. H. Douglas Webster, „Golden Mean Form in Music“, *Music & Letters* Vol. 31, Nr. 3 (1950), 238-248; Clive B. Pascoe, „Golden Proportion in Musical Design“, Dissz. University of Cincinnati 1973; Jonathan Kramer, „The Fibonacci Series in Twentieth-Century Music“, *Journal of Music Theory* Vol. 17, Nr. 1 (1973), 110-148; James A. Rothwell, „The Phi Factor – Mathematical Proportions in Musical Forms“, Dissz. University of Missouri 1977; Michael R. Rogers, „The Golden Section in musical time: Speculations on Temporal Proportion“, Dissz. University of Iowa 1977; Newman W. Powell, „Fibonacci and the Gold Mean: Rabbits, Rumbas and Rondeaux“, *Journal of Music Theory* Vol. 23, Nr. 2 (1979), 227-273; Roy Howat, „Debussy, Bartók et les formes de la nature“, *Nombre d'Or et Musique*, kiad. J.-B. Condat (Frankfurt, 1988), 125-138; Carsten Bethmann, „Goldener Schnitt und Fibonacci-Zahlen in der Musik nach 1945“, szakdolgozat, Universität Hildesheim 1994; Hartmut Moeller, „Goldener Schnitt“, *Musik in Geschichte und Gegenwart* (1995²), 1493-1503; Charles Madden, *Fib and Phi in Music – The Golden Proportion in Musical Form* (Salt Lake City, 2005).

¹⁹ J.-B. Condat (kiad.), *Nombre d'Or et Musique* (Frankfurt, 1988); Dénes Nagy, „Golden Section(ism): From Mathematics to the theory of Art and Musicology“, *Symmetrie: Culture and Science* Vol. 7, Nr. 4 (1996), 337-448, Vol. 8, Nr. 1 (1997), 74-112

²⁰ Rudolf Haase, „Der mißverständene Goldene Schnitt“, *Aufsätze zur harmonikalen Naturphilosophie* (Graz, 1974), 127-136; Roy Howat, „Bartók, Lendvai and the Principles of Proportional Analysis“, *Music Analysis* Vol. 2, Nr. 1 (1983), 69-95; Ernő Lendvai, „Remarks on Roy Howat's 'Principles of Proportional Analysis'“, *Music Analysis* Vol 3, Nr. 3 (1984), 255-264;

Egyes vizsgálatok mellett, melyek egy kompozíció belső számszerkezetének rejtett gemátrikus-szimbolikus tartalmat interpretálnak, a legtöbb – mindig különböző megbízhatósággal és jelentőséggel – egy fölérendelten érvényes, a természetből (vagy a képzőművészetből is) levezethető formálási elvnek az igazolását követi, ami ezen felül a tisztán zenei-logikus formai összefüggésekben, ill. azokon belül eredményes.

A leginkább meggyőző vizsgálati eredmények esetében – itt is gyakran belejátszik a tolerancia elve – egy alapvető és ilyenformán virulens probléma igazolhatóan tudatos, vagy feltehetően intuitív alkalmazásának kérdését veti fel, hogy ez egy analízis hitelességének ill. megtámadhatóságának elsődleges értékelési kritériumaival szemben előnyben részesül. Így nem csodálkozhatunk, hogy – a 20. század 50-es évei után a tudatosan kidolgozott és konzisztensen strukturált művek komponálási elképzeléseinek tekintetében – az ”aranymetszés 15.-19. század közepéig való tudatos zenei alkalmazását”, mint alapvetően ”kérdésesnek”, - vagy – egyes esetben – csupán ”véletlenszerűnek” és ezzel ”nem jelentősnek” becsülik és értékelik.²¹ – Ebben az összefüggésben, az összes megnevezett vizsgálatból kihagyott a népdalok területe, melyet ebben a munkában először alkalommal szemlélünk meg behatóan, a zenei-intuitív formaképzés általános és alapvető értékelésének egy egészen új és döntően tisztázó megítélési alapját nyújtja.

Az ékesszólóan relativáló állítás következményeként egy további problématerület tárul fel: „...a zene mesterművei – és a legtöbb AM-t (aranymetszést) kutató vizsgálat csak a ‘nagy zenének’ szenteli magát – sokrétűségük és több-dimenzionalitásuk által mindig elegendő ‘anyagot’ szolgáltatnak, hogy majdnem minden kívánt módon számhalmazokat képezhessünk belőlük”²². Ebből a látószögből végül a zeneművekben található összes numerikus struktúra ennek megfelelően tetszőlegesen összeállítható és nyilvánvalóan szabadon interpretálva értelmezhető; ez persze ott, ahol egy felállított szám-sablonnak nincs említésre méltóan releváns vonatkozása a kompozíciók zenei struktúráira és művek gesztusaira, a tényleges, hallható és megtapasztalható mű alakjának beállítása nyilvánvalóan nem történt meg, az ily módon létesített analízisekben többnyire saját magukat fejezik ki.²³

Werner Keil, „Gibt es den Goldenen Schnitt in der Musik des 15. bis 19. Jahrhunderts? – Eine kritische Untersuchung rezenter Forschungen”, *Augsburger Jahrbuch für Musikwissenschaft*, Vol. 8 (1991), 68f; Ruth Tatlow, „The Use and Abuse of Fibonacci Numbers and the Golden Section in Musicology Today”, *Understanding Bach I* (2006), 69-85; János Kárpáti, „Axis Tonality and Golden Section Theory Reconsidered”, *Studia Musicologica Academiae Scientiarum Hungaricae*, T. 47, Fasc. 3/4, (2006) 417-426.

²¹ W. Keil, uo., 68f

²² W. Keil, uo., 69

²³ Példaként utaljunk itt C. Bethmann kommentárjaira a kortárs művek aranymetszés-analíziseihez, ahol t.k. (G. Ligeti ‘Continuum’ művéhez) így szól: „Az egész akkor válik teljesen rejtélyessé, amikor az általa nevezett ütemeket vizsgáljuk: így nem változik pl. a 48., 57. vagy 94. ütemekben semmi, mindkét rendszer változtatás nélkül megtartja a mintáit! Olyan fontos fordulópontok viszont, mint a 87. ütemben, ezzel ellentétben Sabbe rendszerébe nem számítanak bele. Egy ilyen módon magas hibaarány Sabbe konstrukcióját teljesen önkényesnek fedi fel – a kontinuumhoz nincsen köze.” – C. Bethmann, i.h., 75f

A kutatás pillanatnyi állásánál kevés értelme lett volna, „konvencionális” elemzéseket AM-elemzésekkel kiváltani. Egy Bach fűgában a téma felépítésének és a kontrapunktok, a témabelépések pozícionálása és az átvezetésekhez való csoportosításaik, a tonális centrumok és az alkalmazott kontrapunktikus művészetének vizsgálata némelyeknek triviálisnak és „otthon kisütöttek” tűnhet; mégis egy ilyen eljárás még mindig sokkal több zenei tartalmat fed fel, mint amire az összes, itt vizsgált AM-analízisok képesek voltak.

A kapcsolódó népdal példánál és a 16 mű vizsgálatánál követett fenomenológiai analízis szempontjai ugyanazon kiindulási pontnak a mentén orientálódnak, mely a művek központi formálási szempontját elsődlegesen a zenei szerkezeti kontextusuk által ragadja meg. Az arány szempontok ezzel összekötött kiértékelése formális felépítésük, lefolyásuk és összefüggésük jelentőségét tekintve nem egy „pótlást” jelenít meg, hanem egy kibővített és kiegészített elemzési szempontot tesz hozzá.

A népdaloknál, valamint a terjedelmes zeneműveknél is alkalmazott mérési módszerek az elemzésekben átveszik az ebben az összefüggésben szokásos eljárási módokat. A legegyszerűbb a mindenkor, zeneileg értelmesen megragadható alapüktetésből, mint számegységből indul ki, mely a (nyolcad-, negyed- vagy félértékként) időbeli lefolyását (legtöbbször) változatlanul rendezzi és tagolja. Egy következő síkon ugyanolyan hosszú ütemegységeket, melyek súlypontjai által arányos kölcsönhatások tapasztalhatók meg; egymáshoz való viszonyukban értelmezhetünk (kiszámítható ütem- vagy tempóváltások itt a megfelelő arányban számolódnak át). Ezeknek az eszközöknek az összessége teljesen elegendő a népdalok elemzéséhez. A komplexebb többszólamú műveknél, ahol az ütemváltások nagy száma, ill. a nem megfelelően kiszámítható tempó átmenetek miatt az arányos kapcsolatok jelentősen veszítenek körvonalalaikból, egy áttérés történik meg az időhossz másodpercnyi egységeinek segítségével való számítására.^{25, 26}

²⁴ W. Keil, i.h., 69f

²⁵ Lásd itt: a két Bartók-analízist (7.6 és 7.9 fej.), valamint az ott kifejtett utalást Bartók műveinek kronometrikus feljegyzéseiről való saját kezelésére.

²⁶ Ebben az összefüggésben Lendvai analízisének egyik alaptétele nem az ütemek számából, hanem a zenei impulzusokból (vagy motivikus” hullámokból”) indul ki, zeneileg mindenképpen érdekes, de itt nem kerül további kifejtésre. Lásd ehhez: E. Lendvai, *Symmetrien in der Musik*, 21.

Florian Heesch a zenei-arányos sík tudatos felfogását – és ezzel a konkrét jelentőségét is – tekintetbe véve figyeli meg és kommentálja Sofia Gubaidulina interpretáló gyakorlatát: ²⁷

Sofia Gubaidulina zeneszerzői munkásságában alkotó szerepet játszanak makroritmikus arányok (...) A létrehozott arányoknak folyvást köze van a zenei dramaturgiához és összefüggenek más zenei paraméterek formálásával; azok soha nem konstruktívan öncélúak. Én úgy hiszem – egyrészt saját hallási tapasztalat, másrészt az analízisok alapján –, hogy a számrendszerek zenei konvertálásának ez a módja hallható. Bár az eddig nem tartozik az általános zenei képzettséghez, hogy hallás után felismerjük, hogy egy makroritmikus arány az aranymetszéshez közeledik.

Itt természetesen megfontolandó, hogy egy zenemű dramaturgiája és építészete – és ezzel az arányos relációi sem – foghatók fel közvetlenül egy egészként, úgy, mint a látható térbeli, vagy a síkbeli művészetekben, hanem időbeli egymásutániségben csupán, mint összkép jönnek létre. Mégis, az itt megemlített, irracionálisan-aszimmetrikus arányok ugyan azon a módon érthetőek, mint a megfelelő, egyszerűbb, szimmetrikus arányok.

Az aranymetszés zenetudományi diskurzusokban egy sokoldalú, valamint ellentétes téma-területet tár fel, melyet különlegesen jól példázva szemléltetnek Lendvai, Howat és Kárpáti Bartók műveinek elemzése kapcsán folytatott harcias dialógusai,²⁸ – és amely – olyan kortárs művek bőségének egyidejű keletkezése mellett, melyekben az arany arány egy központi, valamint inspiráló szerepet játszik – a 20. század végéig (!) a formatan idevonatkozó, mértékadó műveinek területéről mégis legnagyobb mértékben kirekesztett volt.²⁹ Csak 2011-ben jelenik meg Reinhard Amon (”Lexikon der musikalischen Form”³⁰) és Andreas Holzer (”Zur Kategorie der Form in neuer Musik”³¹) publikációban az aranymetszés formáló elve, a két műben részletesen bemutatott zenei formális gondolkodás kánonjának önálló és magától értetődő részeként.

²⁷ Florian Heesch, „Die Konsonanz des Goldenen Schnitts“ – Zahlenordnungen in Kompositionen von Sofia Gubaidulina“, a *MusikTexte* 93-ban (2002. május), 41

²⁸ Lásd ehhez a nevezett szerzők publikációira való hivatkozást a 20. lábjegyzetben.

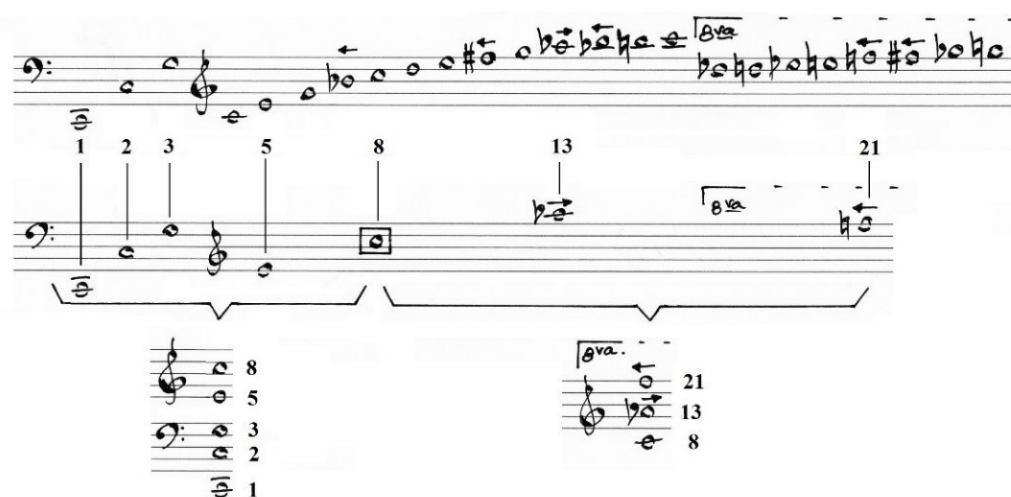
²⁹ Ez alatt különösen a német nyelvű területeket értjük; megnevezve itt Altmann (1960), Lemacher-Schroeder (1962), Erpf (1967), Stockmeier (1967), Leichtentritt (1911/1971⁸), Ratz (1968/73), Kühn (1987), valamint de la Motte (1999) népszerű formatani tételeit. A Riemann *Musiklexikon*ban (Sachteil, 1967) vagy Kühn *Kompositionsgeschichte in kommentierten Beispielen* (1998) c. művében sem bukkan fel az aranymetszés; Heinrich Moeller aranymetszésről szóló szaktanulmánya először 1995-ben jelenik meg az MGG-ben.

³⁰ „A zenei forma lexikona“

³¹ „Az új zene formájának kategóriáról“

5. Fibonacci-számok elemi zenei struktúrákban

A részhangok felhangok területén való pozicionálása egy sor zeneileg értelmes hanghálózatot mutat fel, melyekhez az oktáv számainak teret tagoló gesztusai (1, 2, 4, 8, 16 stb.) vagy a zenei evolutív prímszámsorozat (1, 2, 3, 5, 7, 11),¹ mellett a Fibonacci-sor egyjegyű konfigurációja (1, 2, 3, 5, 8) is tartozik.² Ezzel a felhangsor természetes tonális hangzási bázisának rezgésarányait öleli fel; a tovább haladó Fibonacci-arányok mikrotonális hangokhoz ill. hangzási formákhoz vezetnek. (1. kottapélda)



1. kottapélda

Egy további, zeneileg konstruktív összefüggést képez a hangköztávolságok aránya a 2, 3, 5, 8; Fibonacci-sorozat segítségével, a félhangtávolságokból, mint legkisebb mértékegységből kiindulva jön létre egy anhemitonikus-tetraton hangsorozat (2. kpl.).³



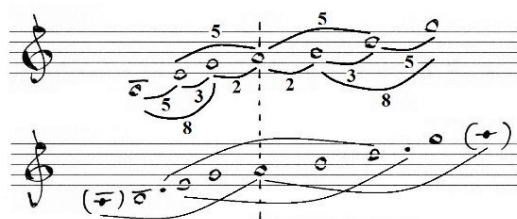
2. kpl.

¹ Lásd ehhez: Peter-Michael Riehm, „Vom Logos der Musik“, Peter-Michael Riehm, *Vorträge zur Musik*, könyvét, kiad. Torsten Brandes és Benedikt Burghardt (Stuttgart, 2014).

² A Fibonacci-sor egyjegyű számainak területén a legnagyobb aránypár (5:8) természetesen az, amely az arany számértékhez a legközelebb áll. A 0,625 értékével az eltérés (jó 1 %-kal a 0,618 értéktől) egy tolerálható nagyságnak felel meg; a kisebb, pontatlanabb arányok ‘erre az arányra irányultnak’ értelmezhetők.

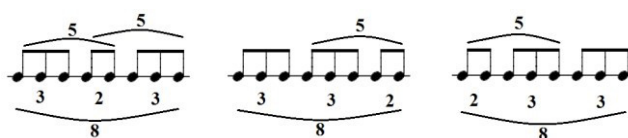
³ E zenei rész egy variánsa a 2 + 3 + 3 félhang nem-tengelyszimmetrikusan kialakított csoportosításnak felelne meg, melynek fölérendelt 5-ös és 8-as arányai mégis változatlanok maradnak.

A pentatónia egy bővülése ugyanebből a szimmetrikus képességből származtatható; a 2, 3, 5 és 8 arányok a középponttól (a¹) képzik úgy felfelé, mint ahogy lefelé is haladva, egy úgyszintén anhemitonikus öthangú skálaanyagot (3. kpl.).^{4, 5}



3. kpl.

A hang térbeli tagolódása mellett ugyanaz a zenei időbeli lefolyás síkján található alapvető arányképzés tűnik fel. Egy 8 (ugyanolyan hosszú) egységet átfogó idő-forma keretein belül az összefüggő felosztások 2-es és 3-as csoportokban a nevezett aránykapcsolatok 2 : 3 : 5 : 8 arányait képezik le; a 3 + 2 + 3 vagy 3 + 3 + 2 ill. 2 + 3 + 3 -as egységek lesznek a variánsok következményei (4. kpl.).



4. kpl.

A 2-es és 3-as egységek kölcsönhatásában előforduló ritmika az elemi szimmetrikus variánsok egy aszimmetria felé hajló kiegészítését, valamint kibővülését mutatja (2-es és 4-es csoportokban); ez az egyszólamú népdalok területén a sokrétű alakformálódásban fordul elő (ld. 6. f, 124-126. o.).⁶

⁴ Itt Kárpáti Jánosnak a Lendvai E. Bartók -interpretációjához fűzött kritikus megjegyzését kell, hogy megemlítsük, melyben egy sor további pentaton skála Fibonacci-struktúra nélküliségére (ill. csak részlegességére) utal. Az itt bemutatott pentaton skála-variánsok ebben az összefüggésben épp, mint azok tekinthetők, melyek ténylegesen, teljesen a Fibonacci- kontextusban állnak, egyidejűleg viszont csak egyet mutatnak meg a gazdag pentaton skálaképződésekből. – Kárpáti János, „Axis Tonality and Golden Section Theory Reconsidered“, a *Studia Musicologica Academiae Scientiarum Hungaricae*, T. 47, Fasc. 3/4, Bartók's Orbit. The Context and Sphere of influence of his work. Proceedings of the International Conference held by the Bartók Archives, Budapest (22-24 March 2006). Part I. (2006. szept.), 423. o.

⁵ Ebből a tonális törvényszerűségből kiindulva, további Fibonacci-skálaformák fejleszthetők, melyek mint elemi hang-rendszerek mégsem fordulnak elő 'természet adta módon'. Ehhez modelleket egyéni kompozíciós kidolgozásokban találhatunk, pl.: (Bartókra hivatkozva) Lendvai Ernőnél, *Symmetrien in der Musik*, (Kecskemét/Wien, 1995), 30-36; Wolfgang Hofmannnál (ld. 7.12 fej.), valamint Karl Schiskénél a sorképzés-technikai összefüggésben (7.13 fej.).

⁶ A kapcsolódó népdalpéldák sorában egy olyan dallam kerül bemutatásra, melynek ütemarányai a 13-as Fibonacci számot is elérik (54. kpl., 126. o.).

6. Az arany metszés formái az egyszólamú népdalok dallamaiban

A nemzetközi népzene fennforgó példagyűjteménye egyszólamú dallamok (kizárólag énekelt dallamok) választékát mutatja be az arany arány kontextusában.¹ Témája szerint egy hidat képez az előző, matematikai alapeszmék, az annak megfelelő, természeti, biológiai és kozmikus jelenségek, valamint a hozzákapcsolódó fejezetben következő, többszólamúságban komplexebb, individuálisan megalkotott zeneművek vizsgálata között. A közel ötven példát felölelő gyűjtemény egyrészt a Bartók Béla által fogalmazott nézetből, mint egy konkrét nyomkeresési módszerből indul ki: „A népzene egy természeti jelenség...Formái ugyanazzal az organikus szabadsággal bontakoztak ki, mint azt más, élő organizmusok teszik: a virágok, az állatok...“;² másrészt pedig megnyitja és lehetővé tesz egy pillantást vetnünk a népi éneklés kollektív-emberi, zenei-kulturális üledékére, egy eddig messzemenően figyelmen kívül hagyott új kiindulási pont, az arany metszés zenében való alkalmazásának és észlelésének szempontjából. A kiválogatott dallamok segítségével világossá válhat, hogy az arany metszés aszimmetrikus sajátossága a zenei-ösztönös formálódás területén nemcsak természetes módon van jelen, hanem igen sokoldalú variációs lehetőségben is elérhető.³

A többnyire számtalan generáción át örökített népdalokra általánosan az a jellemző, hogy az egykori élő énekvariánsok kontextusában egyúttal egy ismételhető, azonosnak meg-maradó ideális forma szerint énekelték ill. játszották azokat; bennük az emberek egy eredeti, messzemenően fantáziadús és léttel teli alap muzikalitása tükröződik. – Az idők folyamán kikristályosodott, tipikusan nemzeti színezetek hasonló módon különböznek egymástól, mint ahogy (hasznóan, mint a nyelvi sokszínűségnél is) egy átfogóan összekötő, specifikusan ’emberi megegyezést’⁴ is felmutatnak. – A nyelvi-szövegi, valamint a zenei-dallami formálás mindig egybefonódó szintjei formálisan – a dal tartalmi ábrázolása vagy mondandója

¹ Ehhez közel 1000 nemzetközi népdal megtekintése történt meg, melyek közül 48 dallam mutatott fel hivatkozásokat az arany metszésre. A statisztikai összefüggéseket tekintve, a népdalok változatosságának keretein belül egy ’a dallami formálás különleges módjának’ jelentőségéhez jutunk. – Ezek tíz különböző nemzetre oszlanak fel, melyek mennyiségileg nagyon különbözően képviseltek. A magyar népdalok szemmel látható többsége itt véletlennek tekinthető; csupán a tervezett kutatás kiválasztott és behatárolt fókuszát tükrözik vissza.

² Lendvai Ernő: *Symmetrien in der Musik*, 25

³ Jelenlegi ismereteim szerint (2016 október) az arany metszés az egyszólamú népzeneben témájához eddig még nincsenek zenetudományos vizsgálatok. Az egyetlen tematikusan rokon tanulmány P. Larsontól származik, és az arany metszéssel a gregorián egyszólamú dallamokban foglalkozik. (Paul Larson, „The Golden Section in the Earliest Notated Western Music“, *The Fibonacci-Quarterly Vol. 16* (1978), 513ff.) Larson a cikkben bemutat egy tulajdonképpen ígéretes feltevést; mégis az ő a konkrét zenei előadási gyakorlatról túlságosan elvonatkoztatott és emiatt alapvetően kérdéses módszere inkább vezet töredékszerű feltevésekhez, mint megalapozott, továbbvivő ismeretekhez ill. eredményekhez.

⁴ Ld. a kapcsolódó kifejtéseket a 127. oldalon.

szempontjából – gyakran szoros kapcsolatban vannak eredeti nyelvtipikus elbeszélési formákkal. A dallami-energetikai áramlás a növekedésben, tagolódásban és formálódásban ezzel szemben a tisztán zenei folyamatok formáit is leképezi, melyek – a ritmikai áramlásban, kiterjeszkedésben, koncentrációban és kiéleződésekben, valamint az elhatárolódás gesztusaiban, csökkentésben és visszavezetésben – a természetes-organikus folyamatokra hasonlítanak, ill. válnak velük azonossá.

Alapvetően (és túlnyomó többségben) a népdalok formálódásának folyamatait elsődlegesen a szimmetriaalkotó formálógesztusokban figyelhetjük meg; ezek a zenei ‘meg-feleltetés’ egy alapszintjét mutatják, egy kvázi archetipikus, dialogikus elvet. Ehhez kapcsolódóan – egyenként, de teljesen szabadon, szimmetriai kötések nélkül – hasonló természetes változatosságban képződnek az aszimmetrikusan alakított elbeszélő formák, melyekben szintén feltűnnek az arany arányok. E dallamformák a túlnyomóan egyszerű, de a többszörös arany tagolódásaikkal is, valamint a főképpen egyjegyű Fibonacci-számarányok alkalmazásával is a formális tagolódás egy alapvető, elementáris fokának felelnek meg. A többszólamú művek kapcsolódó területén ez hasonló módon mutatkozik meg, de ott természetesen egyrészt terjedelmesebben dimenzionált, másrészt pedig abból kiinduló, komplex szerkezetekig és folyamatokig jutó fejlődéseket tapasztalhatunk.

A kiválasztott népdalok sokrétű változatosságot nyújtanak, melyekben arany arányok alkalmazását láthatjuk: így például egy dalszöveg szerkezete egy aranymetszésbeli egyszerű tagolódást mutat fel a strófától a refrénig tartó, nem egyenlő arány képében; ugyanez a tagolódás (egy, két, -vagy többrészes formánál) elsődlegesen a dallami felosztás által meghatározható. Egy energetikailag aszimmetrikusan adott dallammenet a csúcs- ill. fordítópont felé való fejlődése közben gyakran keresztez egy négyrészes, szimmetrikusan kijelölt formális keretet; ez az elv az, mely messzemenőleg más, terjedelmes dallami elbeszélőformákat is jellemez. Egyes daloknál az aranymetszés tagoló gesztusa egy specifikus dallami sajátsággal, vagy egy tonálisan dúszított hangzás kontextusával áll összefüggésben. Azontúl két-vagy többszörös arany dallamtagolódásként, valamint centrálisan-összetett alak-geometria formájában is megjelenik. A Fibonacci-soron alapuló számstruktúrák a fennforgó dalok választékában mindenk előtt azok ritmikai-metrikai rendjét, valamint ütem, -vagy frázisarányait ⁵ alakítják ki.

⁵ Némely dallamok nyilvánvalóan formailag azonos vagy hasonló morfológiai alaplíniát mutatnak fel, analóg megfelelések vannak a növény- vagy állatvilágban; ezekre a megfelelő helyeken még történik külön utalás.

6.1 Egyszerű dallamtagolódás aranymetszésben

A következő gyűjtemény nagyobb részét az aranymetszésbeli egyszerű tagolódás népdalpéldái alkotják. Az arany arányos alakulás ezen alapvető formája zeneileg nyilvánvalóan azokat a változatokat mutatja meg, melyek leginkább megfelelnek, ill. eleget tesznek egy természetes népdalszerű énekmodnak. Itt a formáló környezet is változatosan mutatkozik meg: a szó és a hang kapcsolatában, szimmetrikus és aszimmetrikus elemek variálódó kölcsönhatásában, de a kizárólag aszimmetrikus folyamatok formáiban is.

Az "Összegyültek az izsapi lányok" ⁶ (5. kpl.) kezdetű magyar népdalt egy elsődleges, a szövegből kiinduló tagolódás határoz meg, melyet annak megfelelő dallami gesztusok követnek. Itt a kétrészes dallammenet – a dúdolt és a hirtelen felkiáltó, hangzó szótagok kontrasztos váltakozása mellett – különösen a 6. ütemben fellépő dinamikai ellentét által tagolódik arany arányba (8 : 5 : 3 ütemek, ill. $\frac{16}{4} : \frac{10}{4} : \frac{6}{4}$).⁷ Tonálisan ezt alátámasztja ill. igazolja az első öt, tonika felé orientálódó ütemhez (a-moll/eol) kapcsolódó, dominánsnak ható ütemekkel szembeni viszonya.⁸



5. kpl.

Az első rész díszítetten és kibővülten folyó elbeszélő dallamában az azt követő rész szorosan vett záróhangra való vezetésével szemben újra megtalálhatóak az előző fejezetben részletesen kifejtett major/minor polaritás zeneileg-dallamilag tipikus tulajdonságai. – Egy hasonló dallamfolyamat szolgál alapul a következő, három részes vend balladának, mely dallamvonalának fejlődésénél éppúgy illeszkedik a szövegi tagolódáshoz, ill. az elbeszélő múlthoz,

⁶ Borsy István, Rossa Ernő, Járdányi Pál, *Tiszán innen, Dunán túl – 150 Magyar Népdal* (Budapest, 1953/ 1970), 91 – A minden népdalhoz tartozó, részben kitáguló strófasorozatok itt a terjedelem és a bemutatás áttekinthetősége érdekében mindig az első strófára redukáltak.

⁷ A pontos számarányok (0,618-al osztva) **8 : 4,94 : 3,06** (ütemek), ill. **16 : 9,88 : 6,12** (negyed); ezek itt mint az azt követő példákban – a zenei kontextusnak megfelelően – megfelelő toleranciával kerekítettek.

⁸ A harmóniai funkcionális kontextusában rendszerint használt tonika és domináns fogalma itt a lineáris-dallami gravitációs-arányokra értendő és alkalmazandó; melynél a *hangnem* (mint lineáris hangkészlet ill. hangsor), *alaphang*, valamint modálisan tipikus *ellentéhangok* kifejezetten nem harmonikusan értelmezettek, hanem kizárólag dallamilag lienárisan értendők.

mint az előző példában. A dallami felosztás a “Hojbik tu bjeľu nŏľku ma”⁹ (6. kpl.) esetében is visszaadja a nyelvileg adott elbeszélőstílust: az első szövegrész (előtag) ismételt magyarázata kiegészíti a harmadik részt lezáró (A, A', B) utótagot. A hatodik ütemben c² (köztes tonika) cél-hang elérésével zárul az arany arány nagyobb szakasza, közte és az azt követő hang (e²) között van a ‘fordulópont’ a záró rész (9 : 5,5 : 3,5 ütem, ill. $\frac{18}{4} : \frac{11}{4} : \frac{7}{4}$)¹⁰ felé. Az azonos hosszúságú elbeszélő részek (3 + 3 + 3 ütem) hármasságában a dallam egyrésztől szimmetrikus alakmásokat épít fel, egyúttal pedig egy felülrendelt, aszimmetrikus arany arány jön létre a kétszeres, emelkedően felcsendülő előtag lefolyása és a visszavezető, lekerekítő utótag között.



6. kpl.

E szimmetrikus-aszimmetrikus három részes forma egy variációját a dán-feröer ballada, „König Dietrich”¹¹ mutatja meg. A bevezető, 8 ütemes elbeszélő részt (A) egy variált (a szöveg miatt alig 7 ütemre korlátozott) dallami ismétlés követi (A^{var.1}); ez a lezáró harmadik résszel (A^{var.2} – 9 ütem) együtt képez egy felülrendelt, ütem-szimmetrikus arányt, **1 : 2** (8 : 16 ütem). A dallami folyamat végig a központi g¹ hangtengely felé tájolódik, mely a formális szimmetrikus elhelyezést hangzásilag megerősítve adja vissza; a szöveg szintje ezzel szemben aszimmetrikusan tagolja a teljes elbeszélési folyamatot (24 : 15 : 9 ütemek, ill. $\frac{48}{4} : \frac{30}{4} : \frac{18}{4}$).¹² Az első két, tartalmilag elbeszélő rész a refrén szerű összefoglaló harmadik résszel képez egy arányt.



7. kpl.

⁹ Walter Wiora, *Europäischer Volksgesang* – Das Musikwerk/ Nr. 4 (Köln, 1952), 31 – A dallam Oberlausitzből származik, a szöveg jelentése: „A galambnak fehér lábcskája van, a fiúnak szép párja(lány).”

¹⁰ A pontos számok: **9 : 5,56 : 3,44** (ütemek), ill. **18 : 11,12 : 6,88** (negyed).

¹¹ Wiora, ld., 25

¹² A pontos számok: **24 : 14,83 : 9,17** (ütemek), ill. **48 : 29,66 : 18,34** (negyed) – ha csak a felhangzó hangokat számoljuk, a **47 : 29,05 : 17,95** (negyedekkel) egy minimális eltolódás adódik a tagoló levegővételi hely felé.

A - ge - net' hun sad paa A - ger og tow' - Fow - lil hun sjøn - ger - da kom Jens Mek-mand
gan - gend' til - Skyn - der du dig, skyn - der du dig, skynd dig, A - ge - ne - te!

Az arany arányok itt is egy szimmetrikus háttér előtt jelennek meg: a balladában $4 + 2 + 4$ ütem adja ki az egészet, mely egyben aranymetszésben is tagolt ($10 : 6 : 4$ ütemhez, ill. $^{20}/_4 : ^{12}/_4 : ^8/_4$);¹⁷, a Szent Mihály dalban ez pedig a $6 + 4 + 6$ ütem, mely az arany arányban található ($16 : 10 : 6$ ütemhez, ill. $^{48}/_4 : ^{30}/_4 : ^{18}/_4$).¹⁸

Un - ü - ber - wind - lich star - ker Held, Sankt Mi - cha - el, komm uns zu Hilf', zieh
mit ins Feld! Hilf uns im Strei - te, zum Sieg uns lei - te, Sankt Mi - cha - el!

¹⁸ A pontos számok **16 : 9,89 : 6,11** (ü.), ill. **48 : 29,66 : 18,34** (negyed).

A strófa és a refrén ellentéte mindkét dal tonális rendjében visszatükröződik. Így az „Agnete” strófájának menete először is egy domináns hangterületet ($d^1 - d^2 - a^1 - d^1$) bont ki, mely a tonális centrum (g^1) refrénben való többszöri felcsendülése által alaphangúságra célozva vezetődik vissza és zárul le ismét a hangsúlyos ütemidőközön. Az „Unüberwindlich starker Held” népének ezzel ellentétben a tonikai kvintkereten belül kezdődik el ($g^1 - d^1$), mely a középrészben a dór szekszten (e^2) keresztül vezetődik a b^1 célhanghoz (mint átmeneti köztes tonika), ezzel elérve a tonális kibővülés legtávolabbi pontját, mely innentől az ismételt azonos refrén folyamatában a hangnemi alaphangra vezetődik vissza (és ezzel összesűrűsödik)¹⁹. Az említett arany-tagolódási pillanatok a 8. példában egybeesnek a kívülről tagolt levegővételi helyekkel ($6 \rightarrow 7$ ü.) a 9. példában pedig a dallami visszavezető mozgás kezdőhangjával (d^2).

A következő népdalcsoportban az arányok elsősorban a dallam frázisépítkezéséből ill. energetikai fejlődéséből indulnak ki; ez meghatározza, vezeti és magyarázza az itteni dramaturgiai folyamatot, valamint az elbeszélés módját. Ezzel a formális kritériumok, főképpen a hangok súlyozottsága, a dallam folyamának lineáris ’ki-terjedése’; valamint a cél- ill. csúcspontokra való kiélezés aspektusai alapján határozhatóak meg.

A cseh „Collaudemus”²⁰ (10. kpl.) karácsonyi ének két részes, aszimmetrikus, nyolc ütemes lefolyásával látszólagosan hasonlít az 5. dalpéldára („Összegyültek az izsapi lányok”); ám itt az arany tagolódás elsősorban a dallamvonal alakulása által jut érvényre.



10. kpl.

A felszólítóan nyitó kvintkeretet ($d^1 - a^1$) elsőként szekvenciához hasonló, ereszkedő nyolcadmozgásokkal éneklik végig és hozzá kapcsolódóan ambitusában (lefelé) egy nagy szeksztre bővül (major); a c^1 hang (félzárlatú domináns) ellenpólus funkcióját veszi át. Az ambitus a

¹⁹ Az arányoknál ezen kívül mindkét népdalnál az történik, hogy a mindenkor első dallamrész zárásával a minor szakasz egy szembeállítottan-lefolyó arany arányként jellemezhetővé válik. Így a dallamok formailag a következőképpen ragadhatóak meg: 1. rész/minor: ’téma’ (’ötlet’)/’expozíció’ – 2. rész/major: kibővítő ’kidolgozása’ a ’témának’ (ill. az ’ötletnek’) továbbá lezáró ’kóda’. A szövegalkotás egymásbafonódásában (major $\leftrightarrow$ minor tagolódás, mint strófa és refrén) és a dallami felépítésben (major $\leftrightarrow$ minor tagolódás, mint téma és kidolgozás meg kóda) egy centrálisan-összetett arany arány mutatkozik meg. – Lásd 6.3 fejezet, 119-123. o.

²⁰ Wiora, uo. 33

második részben az (emelkedő és ereszkedő) nyolcadmozgás rövidített, újbóli, közvetlen felvételével a kvintkerethez való közvetlen kötéssel, valamint az alaphangra való visszavezetéssel ismét az eredeti bővülési területre húzódik össze (minor); az arányok ennek megfelelően $8 : 5 : 3$, ill. $16/4 : 10/4 : 6/4$ lesznek.²¹

A kelet-galíciai esküvői dal “Nichtoż to toj ne whadaje”²² (11. kpl.) egy olyan dallami variánst mutat, mely kétrészségében egy hasonló lineáris alakulást, továbbá ugyanazokat a dallamalkotó sarokhangokat mutatja fel, mint az előző karácsonyi dal. A terjedelem itt több mint 9 ütemre nyúlik ki, mely által az aránykapcsolatok kissé eltolódnak ($9 : 5,5 : 3,5$ ü., ill. $18/4 : 11/4 : 7/4$).²³ Ez egy óvatosan variálódó, hangi súlyponteltolódással is megjelenik: mialatt az első rész kvázi pszalmódizáló tenorja a^1 -el nyit és (tonika) d^1 -re zár, a második rész kezdetén az ezt követő kvárt-felütés ($6/7$ ü., c^1-f^1) – az f^1 köztes- tonikaként való értelmezése után – az (a^1) kiindulási hangon keresztül ismét a tonikához (d^1) vezet vissza.²⁴



11. kpl.

Ugyanezen típus ezt valamivel tovább kifejtő dallamformáját mutatja a háromrészes, pentaton “tibeti népdal”²⁵ (12. kpl.). Itt az arany tagolódás az első két frázis ($7/4 + 13,5/4 = 20,5/4$) és a



12. kpl.

²¹ A pontos számok ismét: $8 : 4,94 : 3,06$ (ütem), ill. $16 : 9,89 : 6,11$ (negyed).

²² Wiora, uo. 33 – A történelem folyamán Galícia váltakozva tartozott hol Magyarországhoz, hol Lengyelországhoz, valamint Ausztriához; ma Kelet-Galícia Ukrajnában van. – A szöveg fordítása a következő: „Senki nem fogja kitalálni, mi van az mi van az esküvői tortánkban.”

²³ A pontos számok: $9 : 5,56 : 3,44$ (ütem), ill. $18 : 11,12 : 6,88$ (negyed). A koronák itt zeneileg ‘részben-értelmesnek’ vehetők; ezzel nem szorulnak rá semmilyen külön figyelembevételre.

²⁴ Kibővülés és összehúzóds (major/minor) ebben a példában ennél fogva kevésbé indulnak ki az ambitusból (mint az azt megelőző karácsonyi dalnál), hanem inkább az első rész dallamának elsőként repetitív aztán ornamentális-kidíszító és ‘kivezető’ elbeszélési stílusából, melyet a második részben egy célzottan lezáró dallami lekerekítés követ.

²⁵ Marius Schneider, *Aussereuropäische Folklore und Kunstmusik* – Das Musikwerk/ Nr. 44 (Köln, 1972), 72 (Az alkalmazott példában a népdal dalszövege nélkül található.)

harmadik frázis ($^{12,5}/4$) 5. ütemben történő fordulópontjához való kapcsolata ($^{33}/4 : ^{20,5}/4 : ^{12,5}/4$) által jön létre;²⁶ ez megjelenik a vonal első két részén át kiterjedő ambitusában, amely a harmadik részben ismét reduktívan húzódik össze.²⁷ Ennek az egészben véve variatív, valamint asszociatív ható pentaton elbeszélő stilisztikának az aránykapcsolatai szabadon összeállított aszimmetrikus folyamatokban mozognak. Az alkalmazott skálák tekintetében a két hangsor között kölcsönhatás figyelhető meg: míg a kezdő -és zárórésznek az $(e^1)-g^1-a^1-c^2-d^2-e^2$ hangsorozat szolgál alapjául, a középrész ugyanezt a $g^1-a^1-c^2-d^2-f^2$ -vel variálja.²⁸

A következő három népdalban a frázisépítkezés és a dallami- energetikus irány egy cél- ill. fordítóponton állnak, amely elérésével a táguló major-szűkülő minorra válásának átmenete jellemezhető. Ez a látszólagos kétrészség különböző módon támaszkodik egy javarészt szimmetrikus vagy aszimmetrikus formaalkotásra, a dallam csúcspontja ettől függetlenül mindig aranymetszésben jelenik meg.

A “Házunk előtt”²⁹ (13. kpl.) kezdetű népdalban az elő- és az utótag nagy ívben áll aszimmetrikusan szemben egymással (8 : 10 negyed /ennek megf. 4 : 5); a két folyamatban a motívumos ismétlésekkel és variációkkal egyidejűleg szimmetrikusan vonatkoztatható megfelelések is létrejönnek.



13. kpl.

Az első d^1 -re végződő félzárlatú frázis után d csúcsponti hang a felső dallami térben egy szekstugrással lesz előkészítve³⁰ és – az oktáv nonává bővül és visszavezetődik ($c^2-d^2-c^2$) – ott éneklik ki;³¹ ehhez függén és célirányosan kapcsolódik a záró alaphanghoz (c^1) tartó

²⁶ A pontos számok: 33 : 20,39 : 12,61 (negyed).

²⁷ 1. frázis: kis szekst (e¹-c²), 2. frázis: ennek bővítése a kis nónáig (ugyanazon hangterület f²-ig), 3. frázis: az ambitus összehúzódnása először ismét a kis szekstre (g¹-e²), végül a kvintre (e²-a¹).

²⁸ Mindkét hang, az f² és az e² is, mint legfelső és nagyban lineáris kapcsolatokban egymáshoz álló határ- ill. sarokhangok észrevehetően játszanak dallamteremtő szerepet (összefüggésben a többi maradék skálahanggal).

²⁹ Péczely Attila, *Rózsa – 94 Magyar Népdal* (Budapest, 1953), 7

³⁰ A szekst hirtelen megnyíló távolsága is egy fölülrendelt szekundmenet összefüggésében áll: 1.ü.: g¹ – 2.ü.: a¹ – 3.ü.: h¹-c² (-d²-c²) stb.

³¹ Itt figyelemre méltó az oktávval való kettős játék: a d² egyrésről az első frázis utolsó hangjával (d¹) áll kapcsolatban; másrésről, mint (a nónára bővülő) késleltetést vezet a c² -hez a hangnemi oktávhangba, melynek alaphangja addig átmenetileg csúsztatott és csak a zárásnál véglegesen pozicionált.

visszatérés.³² A dallami csúcspont ezzel egyrészt a dallami kiterjedés cél -ill. határpontját mutatja (major), másrészt az átmenetet, amelyre a formális visszavezetés, ill. redukció (minor) illeszkedik ($18/4 : 11/4 : 7/4$).³³ A csúcspont területe a látható helyzete mellett a lombard ritmus impulzív ereje által (3. ü./ „Az én...”)³⁴ valamint két kapcsolódó negyedértékkel profilálódik.

A következő dal, a „Megkerültem egész járást”³⁴ (14. kpl.) kiemelkedik a dallami-elbeszélő módja miatt, mely több szinten való szimmetrikus és aszimmetrikus elemek metrikusan flexibilis játéka.



14. kpl.

A külső keretet elsősorban a két, szimmetrikusan-azonos hosszúságú rész, ill. mondat képi ($10/4 : 10/4$). A részek belső tagolása viszont különböző: az előtag egyenletes lefolyását ($5 \times 2/4$) az utótagban egy ezzel ellentétben nem egyenletes rendeződésben való hirtelen ütem-váltás követi ($3/4 + 2 \times 2/4 + 3/4$).³⁵ A harmadik szinten e fölé tornyosul még az arany metszés aszimmetrikus aránya, mely által a teljes dallami folyamat a kiemelt csúcshanggal d² (6. ü.) egy major- és minor területre tagolódik ($20/4 : 12,5/4 : 7,5/4$),³⁶ a lombárd ritmus (6,2 ü. „...lál-tam...”)³⁶ itt is támogatja a csúcsponti hatást. – A tonális rend ezzel szemben egy hexaton és pentaton

³² Az utolsó előtti hangjegy (c¹) itt, a ritmikai-metrikai kontextusnak megfelelően, egy pontozással meghosszabbított, az 1953-as kotta kiadásában ez (nyilvánvalóan nyomtatási hibaként) nem található meg.

³³ A pontos számarányok: **18 : 11,12 : 6,88** (negyed).

Ezzel a formálási móddal egy, vagy sokkal inkább a zenei arany tagolódásnak a prototípusa jellemezhető, mely számtalan dalban és műben felbukkan; ezzel bemutatva a legfontosabb formálótípust. – Lendvai E. ezt az összefüggést a következőképpen jellemzi: „Nos, hát innen azt a következtetést vonhatjuk le, hogy ‘pozitív’ formaszakaszok a zenei anyag egy dinamikus fokozása, valamint intenzívvé válása vagy sűrűsödése által kísérték (és ezért ‘kérdésekként’ hatnak), miközben ezzel ellentétben a ‘negatív’ formaszakaszok egy csökkenő tendenciával és az erő fogyásával járnak együtt kéz a kézben (és ezzel ‘válaszként’, vagy feloldásként érzékeltek). A fennforgó analízisekből kiolvasható, hogy az arany metszés minden esetben a legfontosabb fordulópontra esik. – Lendvai Ernő, i.h., 21

³⁴ Bárdos Deák György, *Muskátlí – 97 Magyar Népdal* (Budapest, 1954), 80

³⁵ Az utótag aszimmetriáján belül egyidejűleg új, alárendelt szimmetriák jönnek létre: egyrészt a két, $3/4$ -es ütem között (6. és 9. ü.), másrészt a két $2/4$ -es ütem (7. és 8. ü.) az első részben már felhangzott $2/4$ -es ütemeivel. – Az említett, váratlan ütemváltások a notációban meglepőbbek, mint pusztán a hallgatásnál: a dallam – ezekkel – egy egészen természetesen folyó, organikus menetet vesz. A pontos számok: **20 : 12,36 : 7,64** (negyed).

³⁶ A pontos számok **20 : 12,36 : 7,64** (negyed).

hangzás közötti váltakozást mutat (1.-5. ü.: $d^1\text{-}\underline{f}is^1\text{-}g^1\text{-}a^1\text{-}h^1\text{-}c^2$ / 6.-10. ü.: $d^1\text{-}\underline{f}^1\text{-}g^1\text{-}a^1\text{-}c^2$); a dallamban egy nagy tercesség 'csillan fel' az első frázis végén (5. ü. – $fisz^1$), mely az ereszkedő második részben, az új hangnemi környezetnek megfelelően, mint kisterces vonatkozás egyenlítődik ki (8./9. ü. – f^1).³⁷

A harmadik példa, a „Ha mindig így lenne”³⁸ (15. kpl.) látszólag ugyanazokat a mérték-arányokat mutatja fel, mint az előző dal: az 5 ütemes első részt ($=^{10}/_4$) itt pontosan szimmetrikusan az ugyanúgy kimért második rész követi.



15. kpl.

A dallamív itt, az alaphangtól (g^1) kiindulva, a variálódóan újra meg újra felbukkanó körülírás folyamatosan emelkedő szekundmenetben elsőként a 4 fokig (4. ü./ c^2) ível, hogy az első frázis végén a a^1 hangra félzárlattal visszaessen. A második frázis az 5. fokon d^2 hanggal a kezdőmotívum a félhangos fel-felbukkanó imitációjával a 4. ütem bővüléséhez (c^2) kapcsolódik és vezeti ezt a 6. fokig (e^2) felfelé; ez egyúttal arany metszésben mutatja a teljes ív csúcs, - valamint fordulópontját ($^{20}/_4 : ^{12,5}/_4 : ^{7,5}/_4$).³⁹ Onnan indul ki összeszedett formában a dallamilag leginkább szekund lépésekben ereszkedő visszavezetés az alap-, ill. záróhanghoz. – A dal hangnemi módja a hangkészlet szerint a hozzátett köztes domináns $cisz^2$ hanggal egy dallamos moll skálának felel meg; a dalkezdő főképpen és irányt adóan felhangzó, vezető hangjai ($g^1\text{-}a^1\text{-}b^1\text{-}c^2\text{-}d^2\text{-}e^2$) szintén egy dór hangzásbeliséget sugalmaznak, mely a felbukkanó szekund – váltó hangok miatt ($fisz^1/cis^2$) az 1. és az 5. foknál is díszítve gazdagított, ill. kibővített lesz.

Azok a négyrészesen szimmetrikus dalformák, melyekben az arany metszés – a major/kitágulás és *minor*/redukció értelmében – csúcs- és fordulópontként tagolja aszimmetrikusan a 3. részben lévő dallamívet, egy nagy csoportot alkotnak. Itt szintűgy figyelemre méltóan széles variációs lehetőségei mutatkoznak meg az elbeszélő- és formáló módoknak, még akkor is, ha

³⁷ Mindkét hangskálából hiányzik a második fok (e); így a közös d^1 alaphangjukkal az első dallamrész egy hiányos líd hangsorra hivatkozik, mialatt a második rész anhemiton pentatóniát mutat fel; azonban mindkét hangsor ugyanazt a kvárt-kvint-oktáv-vázlat kapcsolja össze ($d^1\text{-}g^1\text{-}a^1\text{-}(c^2)\text{-}d^2$).

³⁸ Kiss Lajos, *Rozmaring – 91 Magyar Népdal* (Budapest, 1952), 120

³⁹ A pontos számok itt **10 : 6,18 : 3,82** (ütemek), ill. **20 : 12,36 : 7,64** (negyed).

némely dallamtípus formai mintái sűrűn ismétlődnek.

A dalpéldák első alcsoportja a következőkben egy sor magyar népdalt foglal magába, amelyeknél a formális sorrend egy A – A – B – A alaptípust mutat; a kiinduló dallami gondolat háromszoros ismétlődéssel ugyan az énekben mindig egy állandóan, kissé változtatott súlyozásban részesül, de főképpen a szimmetrikus megfelelési arányokat alakítja ki, ezzel megalkotva a forma lezártságát.

Az “Erdő, erdő”⁴⁰ (16. kpl.) és “A csitári hegyek alatt”⁴¹ (17. kpl.) népdalok dallamukat 16 ütemen keresztül bontakoztatják ki, mely tartam a négyszer-négy ütemes frazeálásban szimmetrikusan, valamint a 10 a 6-hoz való arányban felülrendelten aszimmetrikusan is aranymetszésben tagolt.⁴²

16. kpl.

Az első dalpéldában a major és minor rész között egy dallami-energetikus fordulópillanatként mutatkozik meg az arany tagolás; a másodikban közvetlenül a dallami csúcsponttal esik egybe.^{43,44}

17. kpl.

⁴⁰ Borsy, Rossa, Járdányi, i.h., 113

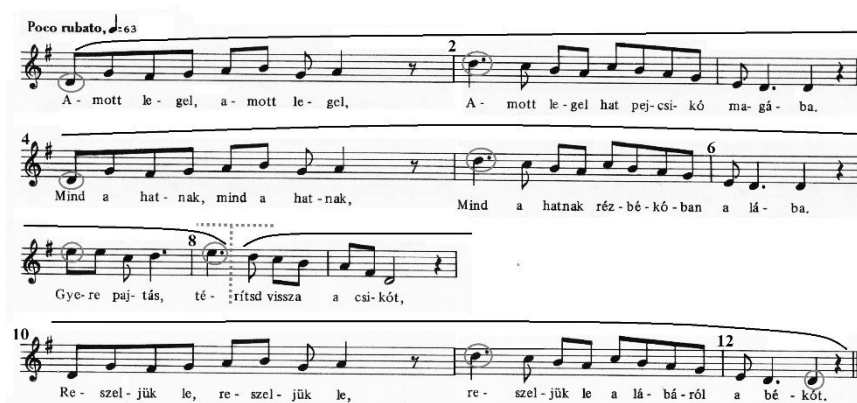
⁴¹ Uo., 92

⁴² A pontos számok 16 : 9,89 : 6,11 (ütemek), ill. 64 : 39,55 : 24,45 (negyed).

⁴³ Jellemző még a gyakran fellépő plagális formálási gesztus, melynél az alaphang közepén van, a dallam főként a felső kvint- és alsó kvárteret éneklí át és az alsó kvártra zár.

⁴⁴ A bemutatott tagolódási arányokból az 1 : 0,618... : 0,5 : 0,25 (= 1 : Φ : 1/2 : 1/4) aránysor következik, mely ugyanígy a természetben is előfordul. Az *afrikai óriáspillangó* (18. o., 26. á.) szárnytávjának szárnyhosszúságához, annak szárnytagolódásához, annak testhosszhoz való arányaiban ugyanezeket a formálógesztusokat mutatja fel, bizonyulva ezzel (arányaiban) egy morfológiaailag-rokon megjelenési formának. Ugyanez érvényes a példákra, melyekben a teljes dallamív az egyszerű 1 : 0,618... arányban tagolt (5., 10., 11. kpl.); morfológiaailag hasonlóan formált természeti formák itt a rémes futrinka és a göliátbogár (16. o., 19., 20. á.), valamint az azt követő levél- és állatpéldák (17-18. o., 21-25. á.).

A 16. példához egy dallami variációt mutat az “Amott legel”⁴⁵ (18. kpl.) népdal. Ám itt az A részek azon felül még jobban felosztottak: mindig egy ($\frac{5}{4}$) elő -és egy ($\frac{9}{4}$) utótagra bővülnek aszimmetrikusan, ezzel egy 7 részes formát képezve. A lényegében azonos hangközsorozathoz, valamint az egybehangzó mozgásfolyamathoz még egyes diminuálóan-variálódó dallamfrázisok is párosulnak; egyedül a középső B rész rendelkezik egy világos, saját gestussal és változattal.



18. kpl.

Az egész, arányos szerkezet a három A-rész külső és belső egymáshoz való kapcsolatában szimmetrikus arányokat is leképez, de elsősorban aszimmetrikus arányokat ábrázol: $A (\frac{5}{4} + \frac{9}{4}) = \frac{14}{4}$ – $A = (\frac{5}{4} + \frac{9}{4}) = \frac{14}{4}$ – $B (\frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{4}{4}) = \frac{10}{4}$ – $A = (\frac{5}{4} + \frac{9}{4}) = \frac{14}{4}$. Az egész lineáris ív 52 negyed hosszúságú tartamot foglal magába, melyek belül az aránymetszés (8. ü.-ben) a csúcspont területének lezárását és az azzal kezdődő minor részt jelzi ($\frac{52}{4} : \frac{32}{4} : \frac{20}{4}$).⁴⁶

A “Nincs szebb állat”⁴⁷ (19. kpl.) gyerekdal ezzel szemben egy négyrészes, arany tagolásban felosztott dallammenet leglényegibbre redukált verziójának hat. A legegyszerűbb formában fűződik egymáshoz négy 3 ütemes, hangzásilag a dúr hármassal felé orientált dallamív és az aránymetszésbeli (8. ü.) legmagasabb kibővülés után tér vissza az alap-hanghoz (12 : 7,5 : 4,5 ü., ill. $\frac{24}{4} : \frac{15}{4} : \frac{9}{4}$).⁴⁸

⁴⁵ Borsy, Rossa, Járdányi, i.h., 115 (A negyedszünetet a 3. ütemben itt a dokumentációban nyomott nyolcadszünet helyettesíti.)

⁴⁶ A pontos számarányok **52 : 32,14 : 19,86** (negyed). – A major-rész tipikus tulajdonságai először a dallamív ismételt, felfelé irányuló, oktávot átlépő (d^1 – d^2) feszülésénél láthatóak, mely a harmadik szakaszban egy nóna ugrással (dallamilag főlérendelten: szekundonként) kapcsolódik (d^2 – e^2) és a kibővülés maximális pontját egy körüljátszó ismétléssel megerősítésre talál. A minorban ismét visszaeső dallamív később (d^2 – e^2 vel a 11. ü.-ben) még egyszer kapcsolódik a megelőző csúcsponttal (e^2) és az oktáv terét lefele lépegetve zárásul a kiindulási hanghoz (d^1) vezeti vissza.

⁴⁷ Ádám Jenő, *Tulipán – 95 Magyar Népdal* (Budapest, 1953), 65

⁴⁸ A pontos számok **12 : 7,42 : 4,58** (ütemek), ill. **24 : 14,83 : 9,17** (negyed).



19. kpl.

Másképp, mint az előbbi példák, itt a negyedik rész a dalkezdettel szemben megváltozva tűnik fel: a B-rész motívikáját visszautalva összeköti, valamint lezárja az A-rész tonikai szintjével.⁴⁹

Ugyanez a formai és ugyanez az aránybéli minta szolgál alapjául az “Azt mondják, hogy boros vagyok”⁵⁰ (20. kpl.) bordalnak is;⁵¹ itt a zárórész egy egészen önálló dallamalkotást mutat (A – A – B – C).



20. kpl.

A következő alcsoport arany tagolású négyrészes formák további variánsait gyűjti össze. Egy jellegzetes aspektus e népdalpéldák A-részeiben található felső kvint-területének transzponált összegzését szemlélteti, melynek hangközmenete túlnyomórészt megegyező ('reális'); a dallamkezdet ismétlésében elszórtan egy terc- vagy kvárt osztás is történik. Ebben az enyhén megváltoztatott formális alakítási módban a zárófrázisok gyakran, mint a kezdeti A-rész szó szerinti ismétlései jelennek meg. – E felülrendelt szerkezeti háttér előtt mintázódnak az egyes népdalok, de mindig egy egyszerűen – variálódott, individuálisan alakított dallamformaként.⁵²

⁴⁹ A ritmikailag ugyanúgy visszatérő frázisok menete által a szimmetria erősen előtérben áll; amögött aszimmetrikusan sorakoznak fel az arany arány tisztán lineáris eredményei.

⁵⁰ Kiss, i.h., 107

⁵¹ A 20. kpl. számarányai: lásd 21. l.j.

⁵² A felsorolt példák külső hasonlóságának ezen a helyen egy rövidítetten-összefoglaló, sőt, talán még a címek egy táblázatban való felsorolása lenne javasolt, amivel az 'egység a sokszínűségben' aspektusának lehetne eleget tenni. Ezzel a statisztikailag általánosító tétellel szemben, a (3.4. fej.-ben, különösen a 81. o.-n tárgyalt) 'sokszínűség az egységben', művészeknek, ámde érdekesnek és tanulságosnak mutatkozik; ugyanannak a formatípusnak figyelemre méltó sokszínűsége még egyszer megalapozza és megmagyarázza értékét és különlegességét.

A “Kisacsai gyerek vagyok”⁵³ (21. kpl.) népdal külső aránybeli kapcsolatai az előző 20. példának felelnek meg. Az első frázis itt alkalmazott kvintváltó ismétlése a dallami ambitust elsőként a szeptimig (c^2 , 3. ü.) bővíti ki, aztán tovább vezetve az oktávig (d^2 , 5. ü.), mellyel nem csak a célt, mint a teljes ív fordítópontját – hanem a major rész minor felé való átmenetét is eléri. A négyrészes dallammeneten (A – A' – B – A) belül az átmenet az emelkedően felcsendülő hangok (a^1)- h^1 - $c(is)^2$ és az azt követő ütem ereszkedő – visszaereszkedő hangjainak c^2 - b^1 -(a^1) szembenállásával különösen pontosan érzékelhető.



21. kpl.

“A pilisi tiszta búza”⁵⁴ (22. kpl.) és az “Ere gyere, nē mēnj āra”⁵⁵ (23. kpl.) dallamai nagyon hasonlóan formáltak. A folytató A-rész vonalának kvintváltó tágulása után a csúcsponti terület természetesen bővülést mutat (a B-részben): az előtte áténekelt oktávkeret nónáig és ahhoz kapcsolódó oktávig való visszavezetésének átlépéseként⁵⁶ Az azt követő, majdnem sztereo-típusan visszatérő zárórész változatlanul nyúlik vissza a szokott (|: A :|) záró formához. A 22. példában az aranymetszés a csúcspont körüli mozgás zárását jelöli ki, melyhez a minor- részhez való visszafordítás kapcsolódik; a 23. példában pedig a csúcsponti terület közvetlen közepét mutatja.



22. kpl.

⁵³ Hajdu Mihály, Halász Kálmán, *Viola – 93 magyar népdal* (Budapest, 1953) i.h., 79

⁵⁴ Borsy, Rossa, Járdányi, i.h., 146

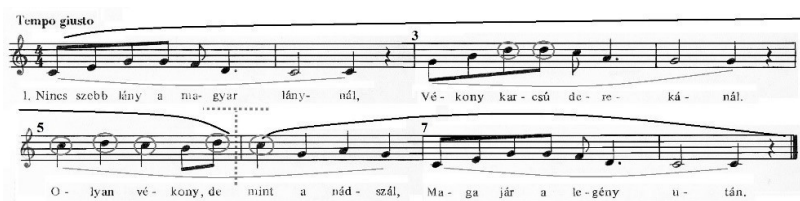
⁵⁵ Kiss, i.h., 89

⁵⁶ Lásd ehhez még 18. és 20. kpl.



23. kpl.

Hasonló formai keretek között mozognak a “Nincs szebb lány”⁵⁷ (24. kpl.) és a “Sej, a tari réten”⁵⁸ (25. kpl.) kezdetű népdalok is. Az első egy dúr-variáns, mely a csúcsponti kibővülésében (5. ü.) az előtte épp felcsendült nónát (3. ü.) bőségesen körüléneкли, hogy az azt követő, oktávtól kiinduló dallami visszautat elkezdje; a másodiknak, dór modalitásban egy arany Metszésben tett cél -és fordítópontja van, mely egyedül az oktáv által meghatározott.⁵⁹



24. kpl.



25. kpl.

A “Megy a ruca a vizre”⁶⁰ (26. kpl.) cigánydallam dallamívét (kitágulásában és visszavezetésében) kizárólag a terc-beosztású hangkapcsolatok segítségével bontakoztatja ki: az alaphangtól (g¹) az A-résztől kiindulva az ismétlődő A’ a 3. fokon kezd (b¹); ehhez kapcsolódik az utána lévő B-részből maximális kibővülés az 5. fokkal (d²). A csúcspont és az azt követő zárórész is ugyanolyan fordított módon vezetik vissza a dallamvonalat az alaphanghoz. A 10.

⁵⁷ Borsy, Rossa, Járdányi, i.h., 155

⁵⁸ Uo., 143

⁵⁹ Még ha csekély módon is, de a jelleget meghatározó a dal kezdetével szembeni finoman variálódó ‘lombárd primgesztus’ a zárófrázis kezdetén (7. ü.).

⁶⁰ Csenki Imre és Sándor, Pásztai Miklós, Erdős Kamill, *Bazsarózsa – 99 Cigány Népdal* (Budapest, 1955), 32

ütemben ismételten kiénekelte, legmagasabb d^2 csúcshanggal arany metszésben csendül fel a dallami csúcs- és fordulópont ($16 : 10 : 6$ ü., ill. $32/4 : 20/4 : 12/4$).⁶¹

26. kpl.

A következő, “Körösfői utca”⁶² (27. kpl.) és a “Már megmondtam, bús gerlice”⁶³ (28. kpl.) kezdetű dalpéldákban az 5. fok mellett egyenrangúan lép fel a negyedik is – és ezzel együtt a kvárt hangköz is – és mint dallamalakító- és meghatározó elem lép az előtérbe.

27. kpl.

28. kpl.

Mindkét dallamban hídként csendül fel a 4. fok a továbbvezető, kibővülő kvint-sík felé, mely a 27. példában felfelé, a 28. példában pedig lefelé nyílik meg;⁶⁴ ezen kívül a kvárt a mindenkori lineáris folyamat dallami tartóoszlopaihoz tartozik. A négyrészes sorrend itt abban tér el az előző formáktól, hogy egy variálódó-fejlődő rangsort mutat, mely az A-rész motivikájához

⁶¹ A pontos számok $16 : 9,89 : 6,11$ (ütemek), ill. $32 : 19,78 : 12,22$ (negyed).

⁶² Hajdu, Halász, i.h., 108

⁶³ Kiss, i.h., 7

⁶⁴ A 28. példa egész dallamívet meghatározó lefelé-irányultsága ezen a népdalgyűjteményen belül egy ritka jelenséget tár szemünk elé. (Majdnem minden másik dallam elősldlegesen felfelé-orientáltan bontakozik ki.) Ebben a dalban az arany metszéssel kösszekötött, dallami ellenmozgás (3. ü.) a központi ‘mesterfogás’.

kapcsolódik és azt mindig változtatva folytatja. A 27. példában az 5. ütemben kiénekelte cél- és csúcspont (8 : 5 : 3 ütem, ill. $\frac{32}{4} : \frac{20}{4} : \frac{12}{4}$),⁶⁵ után, a 28. példában pedig az 5. félütem végén jelenik meg az arany tagolódás.⁶⁶

Szintén az elbeszélő mód variálódó-ismétlődő rangsorának megfelelően mutat az "Amerre erre én járok"⁶⁷ (29. kpl.) egy különleges 'gyöngyszemet'. A szimmetrikus-aszimmetrikus frázis építkezésének keretein belül ($\frac{7}{4} + \frac{7}{4} + \frac{7}{4} + \frac{8}{4}$) négy rövid szakaszban, mindig azonos hangról kiindulva, de mindig különböző hangközi célperspektívákból fejlődik. Ennél, a harmadik frázisig szemlátomást a legmagasabb hangig (d²) -ből az ambitus, hogy a visszavezető részben (a frig-szerű szekundok által lefelé haladásra kényszerítő) dominánsan-nyitottan e¹-re végződjön. Az egyformán egymáshoz fűzött dalrészekben ezáltal egy arany arány jön létre ($\frac{29}{4} : \frac{18}{4} : \frac{11}{4}$).⁶⁸

29. kpl.

Ezt követően olyan, különféle nemzetektől származó dalpéldák összeállítása következik, melyek dallami menete bővebben mesél. Ezeknél a formát alakító kezdés egy folytonosan változó-fejlődő vonaljellegből indul ki, melynél az ismétlés eleme csupán másodlagos alapító szerepet játszik. Mindegyikükben közös egy dallami-energetikai-össz ív, mely a kiterjedés célzottan elért, legtávolabbi pontján áll aszimmetrikusan arany metszésben.

A finn népdalban⁶⁹ (30. kpl.) két nagyobb egyenként 4 ütemes ívében húzódik a dallam elbeszélő íve, melynek központi hangjai a d¹-a¹-e² kettős kvintet foglalják magukba. A kvintkeret (d¹-a¹) első részben található, lineárisan folyó fejlődéséhez kapcsolódik a közvetlen kvintugrás (a¹-e²) az 5. ütemben, mint előrelépő csúcsponti gesztus, mely az oktávban lévő

⁶⁵ A pontos számok 8 : 4,94 : 3,06 (ütemek) ill. 32 : 19,78 : 12,22 (negyed).

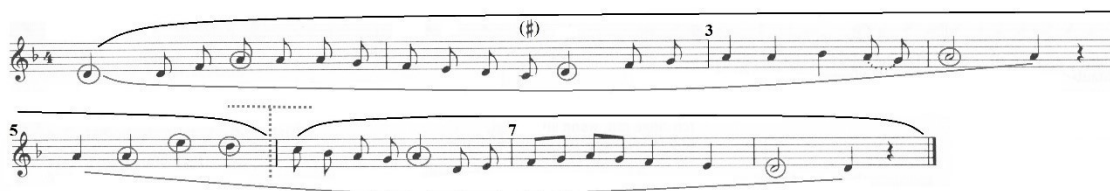
⁶⁶ A hanghosszúságok számolásánál a fermáták (1/4 tartammal) hozzászámoltak; ebből következik a 21 (= 5 + 5 + 3 + 3 + 5) negyedérték összege. Az arany aránysor így hangzik: 12 : 13: 8 (pontosabban: 21: 12,98 : 8,02).

⁶⁷ Csenki, Pászt, Erdős, i.h., 23

⁶⁸ A pontos számok 29 : 17,92 : 11,08 (negyed).

⁶⁹ Bernhard Binkowski, Albrecht Scheytt, *Unser Liederbuch – Musik um uns* (Stuttgart, 1982), 27 – A dal eredeti címe és szövege a forrásban nem megadott.

következő hanggal zárul. Ennek megtörténése után a dallam elő- és utótagja aranymetszésbe kerül,⁷⁰ a bevezetőnek kitett kvintkeret hangjai mentén folyó mozgásban újból teljesül a dallami visszaút.



30. kpl.

A német “Ich spring an diesem Ringe“⁷¹ (31 kpl.) szerelmesdal három 4-ütemes frázist egy rövid 2 ütemes zárórészsel foglal magába. A dallam váza főképpen a dúr-keret hangközök, úgy, mint prím, terc, kvint és oktávhoz orientálódik, többszörösen kiemelt dallami váltásokkal kvint és nagy szekst (3, 7ü. és 11 ü.) között. A 14 ütemes folyamatban az oktáv célhangja d² a 9. ütemben a major minor felé való átmenetét jelöli.⁷²

1. Ich spring an die - sem Rin - ge, des be - sten so ich's kann. Vom
hüb - schen Fräü - lein sin - ge, als ich's ge - ler - net han. Ich
ritt durch frem - de Lan - de, da sah ich man - che han - de, da
ich die Fräü - lein fand.

31. kpl.

Az osztrák “Martein, lieber here“⁷³ (32. kpl.) népdalban egy dór jellegű négy részes dallam-menetről van szó. A szabályosan egymást követő 4 ütemes frázisok először a dallami teret éneklik át, az oktávtól kiindulva, lefelé egészen a d¹ alaphangig. Az azt követő lineáris fellendülés (5.-8. ü.) egészen a decimáig (f²) túllépi az oktávhatárt, miközben a célhanghoz

⁷⁰ Lásd a számokhoz: 65. lj.

⁷¹ Lochamer Liederbuch – Binkowski, Scheytt, i.h., 209

⁷² Az aránysor: 14 : 8,5 : 5,5 (pontosabban 14 : 8,65 : 5,35 ütemek), ill. 28 : 17,5 : 10,5 (pontosabban 28 : 17,3 : 10,7 pontozott félérték). A mértékegység itt a reálisan megélt zenei pulzus felé orientálódik, mely egy ütemen belül két pontozott félérték egységének felel meg.

⁷³ Wiora, i.h., 84

vezet. Ettől az aranymetszésben álló csúcsponti területtől kiindulva lefelé lépegetve tér vissza a dallamvonal (a tonális d^2 és az a^1 kerethangokon át) az alaphanghoz.⁷⁴



32. kpl.

Rövid szövegrészek többszörösen variálódó hangzó szótagokkal való váltakozásaiból fejlődik a “Megy az egér farkatlanul”⁷⁵ (33. kpl.) kezdetű magyar cigánydal melynek melodikája előrehaladó, felfelé irányuló mozgása szintén négy részes, az alaphangból kiinduló, emelkedően fejlődő dallammenet – a csúcspont felé – itt is meghaladja a szekvencia szerűen előrehaladó, decimálba ugró kvártok (10. ü.) miatt az előtte adott oktávkeretet. A dallam visszaútja még egyszer felveszi a kezdetkor megadott oktáv vonatkozását, de most természetesen fordítva: lefelé irányultan, azt alaphang felé.⁷⁶



33. kpl.

Az indonéziai - jávai- népi ének, a “Lagou”⁷⁷ (34. kpl.) méginkább kidolgozott dallamisággal egy 8 részes, variást frázis hosszúságokban elbeszélő dalmenetet mutat. Recitatív elemek énekelt hangközökkel való váltakozásában az ambitus először 12 ütemen keresztül szélesedik ki folyamatosan a felső dallamtérben; ennek a motivikusan fejlődő ívnek a 14. ütem c^2 hangjával

⁷⁴ A számokhoz lásd: 61. lj. – a számolási egységek itt a félértékek (alla breve).

⁷⁵ Csenki, Pásztai, Erdős, i.h., 103

⁷⁶ A számokhoz lásd: 61. lj.

⁷⁷ Schneider, i.h., 93 – Ennél a jávai pelognál a pontosan jegyzett hangtávolságok nem ekvidisztánsak, mint az európai hangrendszerben, hanem variált félhangtávolságokban intonáltak.

sikerül egy felülrendelt, dallamtagoló köztes zárlatot elérnie (23 : 14 : 9 ü., ill. $92/4 : 57/4 : 35/4$).⁷⁸ A motívum kapcsolódó újrafelvételei variálják és reflektálják a kezdetnél megadott dallam-elemeket és a dallammenetet újból a kiindulási helyzetbe vezetik vissza.

34. kpl.

Az ezt követő utolsó csoport öt népdalból áll össze, melyeknél az arany tagolódás vagy egy különleges dallami formálási sajátosság összefüggésében áll, vagy pedig egy olyan tonális kontextusban, mely hozzáfűzött hangok által egy jellemző hangzásbővülést mutat. A nevezet kritériumok igazolhatóan ugyan nem az arany elvből indulnak ki, mégis az arany-metszés közvetlen közelében tűnnek fel, ezzel meghatározva a dalok tagolódási gesztusait.

A német “Es kommt ein Schiff, geladen”⁷⁹ (35. kpl.) kezdetű karácsonyi dal külső megjelenésében a dal közepén található ütem- és arányváltás által világosan tagolt. Az ütemmutató $6/4$ -ről $2/2$ -re való váltása (és ezzel együtt a hármasról kettes mértékre való váltás) adja a dal elbeszélésének karakterisztikus különlegességét.⁸⁰

35. kpl.

A ritmikai-metrikai áramlás a kezdeti lendületes alaplüktetés folytatásával a negyedik ütemegységben (pontosított fél = fél) egy páros ütemben haladó kettős folyamattá változik át. E két részes dalforma folyamatában található az ív kiszélesítésének és visszavezetésének dallami cél-

⁷⁸ A pontos számok 23 : 14, 21 : 8, 79 (ütemek), ill. 92 : 56, 86 : 35, 14 (negyed).

⁷⁹ Andernacher Gesangbuch; Gottfried Wolters, Renate Krokisius, *ars musica – Singbuch* (Wolfenbüttel/ Zürich, 1968), 193

⁸⁰ Az ütemváltás itt az első három strófa (eredeti) tartalmi síkjával jár együtt: az előtagban lévő, mindig bevezető, jelképes bemutatást egy ennek megfelelő ‘értelmezés’ követ az utótagban.

és csúcspontja az aranymetszés szerinti arányban (16 : 10 : 6).⁸¹

A következő, “Es geht ein‘ dunkle Wolk herein“⁸² (36 kpl.) kezdetű német népdalnál a dallamvonal egy szokatlanul ‘tört’ formába fejlődik, mely az egyszólamúságban két, térben egymástól elválasztott síkot jelenít meg.



36. kpl.

A négyrészes, szimmetrikus frázis sorozat itt is egy aszimmetrikus arany tagolással áll szemben. A vonalvezetés major szakasszal zárul – egy, a második fokig ingázó és újra leszálló kvint fellendülés után – először félig (2. ü.), hogy aztán a kapcsolódó ismétlésben az alaphang alsó területét egészen az alsó kvártig átlépje (5. ü.). Ezzel a plagális oktávkeret bezárul az alaphang körül. A minor szakasz ezen a részen hirtelen az ambitus addigi legmagasabb hangjához kapcsolódik (h^1), és az afelett fekvő hangterületen csatol hozzá két, kitágult hanghosszúságban egy pentaton váltóhangot ($h^1-d^2-h^1$): egy váratlanul kioldott, kvázi ‘impresszionista’ asszociatív hangközi gesztust. A kvint perifériájáról (h^1) kiindulva a lineáris menet folyamatos negyedekkel ismét a dalkezdett lefelé irányuló, ingázóan haladó mozgási módjához kapcsolódik és zárásként az alaphangba torkollik.

A magyar “Terenyei akácerdő“⁸³ (37. kpl.) táncdalban a teljes dalmenetben a csupán csak egyszer feltűnő, aranymetszésben pozícionált b^1 hang játszik egy kiemelt, a dal karakterét központilag meghatározó dallami szerepet.



37. kpl.

⁸¹ A pontos számok: 16 : 9,89 : 6,11 (számolási egység).

⁸² Wolters, Krokisius, i.h., 168

⁸³ Borsy, Rossa, Járdányi, i.h., 147

A B-részben (egy nóna ugráson keresztül) kvintváltóan visszatérő A-rész a négyrészes szimmetrikusan haladó forma menetében itt ezen felül a 6. foknál (variálódva) szekvenciában jelenik meg és éri el az 5. ütemben az f^2 hangot, a major – kiterjedés legkülsőbb pontját. Az egymást követő, frázison belüli kvintvonatkozások következetes felvételével ($a^1-d^1 / e^2-a^1 / f^2-b^1$) a minor résznél lévő átmenetnél a dallam eléri a hangnemileg idegen, kiugró b^1 hangot; ez egyidejűleg a dallam végéhez való, lefelé irányuló visszafordulást vezeti be. Ezzel az első rész dór hangnemisége a második részben egy eolosan színezett hangzásba változik át.⁸⁴

Ez a dalpélda, mely egy összesen nyolc hangjegyből álló és ezzel kibővített hangkészletre építkezik, az aranymetszésben kiemelten pozicionált új hang eredménye mellett az ezt követő aspektus már egy tonálisan dúsított hangzásbeliségét tartalmazza. Mialatt ott a nagy és a kis szekszt kölcsönhatása színezi specifikusan a dal hangvilágát, a “Cikó vállán ég a mécs”⁸⁵ (38 kpl.) kezdetű népdalban a bővített kvárt és a tiszta kvárt felváltott használata éri el ugyanezt.



38. kpl.

A 15. dalpéldához (“Ha mindig így lenne”)⁸⁶ nagyon hasonlóan, itt a hat hangból álló kezdő motívum (a $fisz^1$ vezetőhangos váltóhanggal való) ismétlése által az 5. fokon történik meg a tritonuszos $cisz^2$ (7. ü.) következetes beilleszkedése. E kvintváltó motívum zárásában az ismétlődő-megerősítő, legmagasabb d^2 kerethanggal (8. ü.) képez a hozzáfűződő visszavezető dallami mozgással együtt arany arányt.⁸⁷ A 10. ütemben hangsúlyosan felcsendülő c^2 , mely a visszavezetést indítja, a dalt egy hozzáadott, felemelt 4. fokkal rendeli hozzá egy összhangzatos moll skálához.

A záró, “Die schnelle Antwort”⁸⁸ (39. kpl.) kezdetű dán ballada egy hasonló hangközi váltással árnyalja elbeszélését: itt az aranymetszés tagoló pillanatai előtt a nagy és a kis terceket állítja szembe egymással. Az öt részen át történő elbeszélő forma hangjait úgyszintén az alaphang (g^1) köré rendezi a felső és alsó kvintkereten belül (d^2-d^1); a dallamilag központi,

⁸⁴ A számokhoz lásd a 65. ljt.

⁸⁵ Kiss. i.h., 109

⁸⁶ Lásd 101.o.

⁸⁷ A számokhoz lásd a 103.o., utolsó szövegsorát, ill. 48. ljt.

⁸⁸ Wiora, i.h., 7

tagoló hang helye (d¹, 7. ü.) itt viszont nem a csúcspontot jelöli, hanem egy mélypontot aranymetszésben (11 : 7 : 4 ü., ill. 22 : 13,5 : 8,5 negyed).⁸⁹ Az e mélypont felé kétszer elindított gesztus (6./7. ü.) a fisz¹ (6. ü.), majd az f¹ (7. ü.) hangokat alkalmazza főhangsúlyos hangokként, miáltal a dal menete átmenetileg és kis területen elosztva kromatikus árnyalatot kap. Ezzel a főként meghatározóan jelenlévő dúr hangnemet egy egyszerűen alkalmazott mixolidos színezettel látja el.⁹⁰



39. kpl.

Az aranymetszésbeli egyszerű tagolódású dallami alakítóformák eddig bemutatott változatossága két, fő formálási tételre osztható fel: egyrészt olyan népdalokról van szó, melyeknek pusztán külsőleges mennyiségi arányai képeznek arany arányokat (a szöveg-alkotásban, vagy a frázisépítkezésben); másrészt pedig olyan dalformákról, melyek az aszimmetrikusan lezajló, dinamikus feszültségi ívvel szemben egy egyidejűleg szimmetrikus alapszerkezetet mutatnak fel. Ezzel a dallami - 'középpont' kettős módon jelenik meg: az egyik síkon egy szimmetriának megfelelő arányképzésben; a másikon egy aszimmetrikus 'középpont' -képzés alakjában, mely egy dinamikus kapcsolatot definiál, melynek tagolódása egy fölérendelt 'egyensúlyt' képez (a részek egészhez való viszonyában). Az 'arany közép' itt – csúcs- ill. fordulópontként – az ötletalkotás, kibővülés, valamint célravezetés (offenzív) dallami folyamatai, és a hozzá kapcsolódó témaalkotás, visszavezetés, valamint a forma (defenzív) fogalmazása között áll. A szimmetria és aszimmetria egyidejűsége ennél egy formálisan ellenpontos feszültségi területet jelenít meg.

⁸⁹ A pontos számok itt **11 : 6,8 : 4,2** (ütemek), ill. **22 : 13,6 : 8,4** (negyed).

⁹⁰ Egy hasonló, a kis és nagy terccel való, a tonalitást kibővítő játékot találhatunk a 14. dalpéldánál ("Megkerültem egész járását", 100. o.), mely által hasonló módon két különböző hangskálai vonatkozás helyezett egymással kapcsolatba. (Ld. 37. l.).

6.2 Többszörös dallamtagolódás aranymetszésben

Azoknak a népdaloknak a sokaságával szemben, melyek formálódása egyszerű összefüggésben áll az aranymetszéssel, a többszörös aranymetszésű népdalpéldák terjedelme lényegesen átláthatóbb. Azok a dallami képződések, melyek egyidejűleg legalább két arany arányt mutatnak fel, természetesen komplexebben mutatkoznak meg: túllépik az egydimenziós kiterjedést és legalább két azonos, vagy különböző zenei prioritás síkját hozzák egymással kapcsolatba; ezen kívül még kölcsönhatásban állnak a szimmetrikus formálódás alkotó-elemeivel is, így képezve egy kibővített, szimmetrikus-aszimmetrikus feszültségi területet. – Az alkotás releváns szempontjai mégis változatlanok maradnak: a külső tagolás (értelmes részekre- frázisokra való felosztással, cezúrákkal, szünetekkel, vagy fermátákkal), a dallami-energetikai felépítés (megfelelő fordulópontok felé való irányítással), valamint a tartalmi összefüggések (motivikus-tematikus újrafelvételek vagy egyes hangokra való hivatkozások által a tonális építészetten belül).

A német “Die beste Zeit im Jahr ist mein”⁹¹ (40. kpl.) népdal látszólagosan egy négyrészes, szimmetrikusan formált dallamépítkezést mutat fel. A lineáris lefolyás mindkét 4 ütemes félmondatot, melyek középen osztják fel a dalt, egyenként egyengeti egy dallami célpont felé, mely viszont aszimmetrikusan elmozdított: a vonal első célpontjával, – csúcsponti oktáv (d^2) a 3. ütemben – valamint az ennek megfelelően (szimmetrikusan) áthelyezett „csúcsponti-utórezgéssel” a 7. ütemben (a^1) mindkét félmondat (csekély eltéréssel) aranymetszésben áll.⁹²



40. kpl.

A “Zöld erdőben terem a mérges kigyó”⁹³ (41. kpl.) kezdetű magyar szerelmesdalnál szintén a dallam csúcsponti-kiterje désének síkján adódik egy kettős aranymetszéses vonatkozás: elsődlegesen az oktávban felugró csúcsponti c^2 hang által (8. ü.), mely a dallam teljes menetét

⁹¹ Wolters, Krokisius, i.h., 73

⁹² A számok itt: 4 : 2,5 : 1,5 (pontosabban 4 : 2,48 : 1,52 ütemek), ill. 16 : 10 : 6 (pontosabban 16 : 9,89 : 6,11 negyedek).

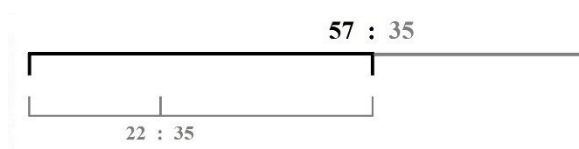
⁹³ Hajdu, Halász, i.h., 39

tagolja aranymetszésben ($12 : 7,5 : 4,5$ ütemek, ill. $\frac{48}{4} : \frac{30}{4} : \frac{18}{4}$); azonfelül pedig (az előző példával azonos aránymódban) szimmetrikusan létrejött második féldallam általi hangzásbeli visszavonatkoztatás a c^2 hangra (10. ü.), mely által egy másodlagos, belső arany arány jön létre ($\frac{24}{4} : \frac{15}{4} : \frac{9}{4}$).⁹⁴



41. kpl.

A dallamenetbeli kettős aranytagolódás pillanatait mutatja egy másik aspektus szerint a már megfigyelt indonéz-jávai “Lagou” (34. kpl., 111. o.) népi ének. Az elsődleges tagolódás mellett, mely a 23 ütemes vonalat (a dallami major-kiterjedés és a minor-visszavezetésnek megfelelően) a 14. ütemben osztja fel aranymetszésben, az első két kezdőfrázis terjedelme (1.-5. ü.) szintén a $23 : 14 : 9 : 5$ ütemek, ill. $\frac{92}{4} : \frac{57}{4} : \frac{35}{4} : \frac{22}{4}$ aránysorba sorakozik fel, képezve így egy alárendelt arany arányt (124. á.):



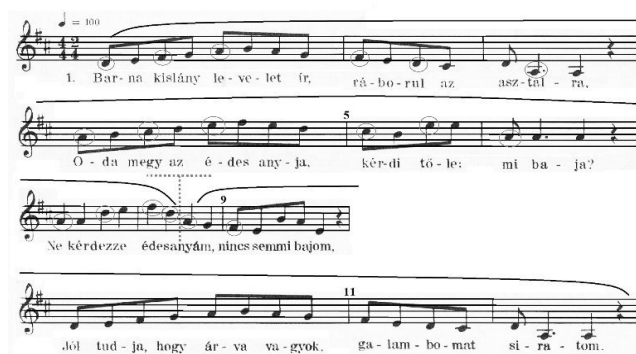
124. á.

A következő, “Barna kislány levelet ír”⁹⁵ (42. kpl.) magyar szerelmes dal dallamépítkezésében a négy frázisszakasz mértékarányai kölcsönhatásban a csúcspont felé tartó energetikai vonalvezetéssel az arany arányos formálódás két, különböző, valamint egymásba fogódzó síkját képzik. Az egyik sík a csúcspontnál osztja fel $42 : 26 : 16$ (negyed) arányokra a teljes menetet, itt is felcsendül az A'-beli kvintváltó témaismétlés, mellyel megjelenik az ambitus

⁹⁴ A pontos számok: $12 : 7,42 : 4,58$ (ütemek), ill. $48 : 29,66 : 18,34$ (negyed), valamint $24 : 14,83 : 9,17$ (negyed). – Az oktáv-sarokhangok hivatkozásai itt nem egyedüli jelenségek. A 38. dalpéldában is (“Cikó vállán eg a mécs”, 113. o.) ez a specifikus formálási gesztus bukkan fel: az 5. ütembeli d^2 hang a 8. ütembeli d^2 nek felel meg; egyúttal a dallam teljes ambitusában (mint az alaphang felső kvinttje) átveszi a felső oktáv behatároló szerepét. Mindkét pillanat egy arany tagolódást mutat; centrálisan-összetett arány formájában, melyet a következő szakaszban messzenenőn tárgyalunk.

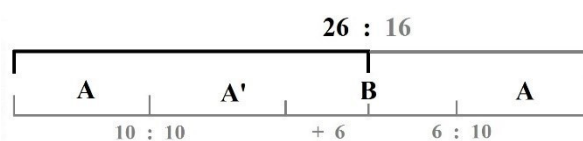
⁹⁵ Hajdu, Halász, i.h., 72

kiszélesedése, azt követően a hangi célterület kiéneklése nyílt hármashangzathangokkal, valamint az újból egyenes vonalú szekundmozgásokkal visszavezető minor-terület. A másik sík mindhárom A-rész frázishosszúságával (10-10 negyed) már a következő 16 : 10 aránykapcsolatnál zár.^{96, 97}



42. kpl.

A dal teljes menetének arányossága a háromszor 10 negyedet felölelő ismétlés (A, A', A) – a középső B-részben negyedértékekben a legmagasabb hang irányába kiénekelve, s ezzel 12 negyedre nyújtva – elsődlegesen szimmetrikusan megalkotott. A csúcsponthoz való kapcsolatokban ugyanezek a szimmetrikus frázisok rendeződnek be egyidejűleg az aszimmetrikus arány aránysorozatba (125. á.).



125. á.

A következő, „Este van már, késő este”⁹⁸ (43. kpl.) magyar népdal a csúcsponti tagolódásának frázishosszúságokhoz való kapcsolatában ugyanaz a formális szerkezet szolgál alapul. A három A rész itt is szimmetrikusan egyenlő hosszú vonatkozásokat képez, melyekkel szemben a középrész valamennyivel meghosszabbodik: 14 + 14 + 16 + 14 negyed. A dallami fejlődés az A-részben található kvintváltó ismétléssel megfelel a B minor-részben történő csúcspontra és

⁹⁶ A pontos számarányok itt a következők: **42 : 25,96 : 16,04 : 9,92** (negyedek).

⁹⁷ E dallam egy különleges jellemzője a szokatlanul nagy hangterjedelem: a tredecimával jelentősen túllépi az általában megszokott, népdalokra jellemző dallami ambitust; emellett a középrészben található, kezdetben lineárisan kötött hármashangzat hangjai és a nyitottan felcsendülő, kibővült hármashangzatos dallam közötti kontraszt is feltűnik.

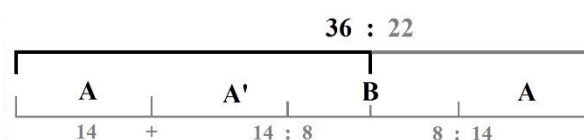
⁹⁸ Borsy, Rossa, Járdányi, i.h., 154

visszavezetésre való célzottságának, úgymint a végén újból szó szerint idézett A-kezdőfrázis előző elbeszélési módjában megtörtént felépítéseinek és menetének. A tonális nyelv eltér ettől: a 42. példabeli folyamatosan és változatlanul megszólaló dúrral szemben ez a dal egyidejűleg dór és eol hangi anyagot is használ.⁹⁹



43. kpl.

Az arany metszésben lévő dallami csúcspont tagolódása (10. ü.) meghatározza a fölrendelt aránykapcsolatokat (58 : 36 : 22 : 14 : 8 negyed), melyek az itt lévő összes frázis-szakaszt felölelik. A továbbhaladó arányokkal az A-részek szimmetriája, valamint a B-rész (csúcspont: 9.-10. ü., fordulópont: 11.-12. ü.) is teljesen integrálódik. Mindkét arány-sík, az aszimmetrikus, dallami-dinamikus dallamfejlődés, valamint a dalszakaszok szimmetrikus, külső tagolódása is szakadatlanul és egységesen fonódik egymásba; többszörös, elsőbbséggel bíró és azzal nem rendelkező arányvonatkozások láncát alkotják (126. á.).



126. á.

A többszörös aránytagolódás dalpéldáinak körét a szimmetriaképző, centrálisan-összetett formák specifikus variánsában a következő fejezetben szemléljük meg; ez a formálási mód ezeknél a népdaloknál szintén különböző vonatkozási arányokban jön létre.

⁹⁹ A célhang felé irányuló, felfelé igyekvő nagy szekszt (h¹, 10. ü.) a csúcspont elérése után utat enged az ismételt felcsendülő, lefelé orientált kis szeksztnek (b¹); váltása a dal dallami irányát az arany metszés növekedési dinamikájának értelmében világítja meg és döntően formálja a kifejező erejű profilt. – Lásd ehhez a 23., valamint (hangzásilag variált) 21. dalpéldákat.

6.3 Centrálisan összetett dallamformák

A növénytani példagyűjteményben az alakformálódáson belüli ellentétesség – melyben a major inkludál az ellentétes minorral és fordítva –, valamint az abból keletkező közép-képzés, valamint tükörtengelyes szimmetria különleges ismertetőjeleivel, a centrálisan-összetett formák a többszöri tagolódás egy önálló, csoportját képezték.¹⁰⁰ A bilaterális major-és minor tagolódás arányos (1:1) megfelelése miatt a szimmetrikus alakító erők itt csaknem egyenrangúan kerülnek előtérbe. A szimmetriaképző aspektus az itt lévő példáknál ismételten az oktáv megfelelő dalrészeknél felhangzó hangközénél jelennek meg – a hangközarányánál, melynek 1:2 rezgési aránya egy ugyanolyan elemetárisan szimmetriaképző arányt, valamint hangzási tulajdonságot mutat fel. A dallamalakítás e hangzásilag-orientált síkja mellett, a népdaloknál különböző síkok ugyanolyan arányos vonatkozásai fogózkodnak egymásba, mint pl. a maximális kibővülés (csúcspont) és a külső frazeálás, vagy a szövegszerkezet a frázis-építkezés viszonyában.

Az arany kapcsolatok egy, a szövegalakulás és a dallami frazálás közötti kölcsönhatása az épp elsődleges nyelvi tagolódás szempontja alatt szemlélt 9. dalpéldában (96. o.), a német “Unüberwindlich starker Held “(44. kpl.) jelenik meg. Miközben az első, dallamot fejlesztő frázis vége minorra és majorra osztja a dallam menetét (6. ü. → 6 : 10 ü. ill. $\frac{18}{4}$: $\frac{30}{4}$), a strófa és a refrén ellentéte a másodikról a harmadik frázisba való átmenetnél (10. ü. → 10 : 6. ü., ill. $\frac{30}{4}$: $\frac{18}{4}$) tagolja major-minor arányba a teljes dallamívet.¹⁰¹



44. kpl.

¹⁰⁰ Akkor is, ha zenei területen hajlunk affelé, hogy az összetett konstrukciót, az arany arány egy távoli elvonatkoztatásaként (vagy akár egy csupán ‘kitalált’ koncepcióként) értelmezzük, a biológiai-morfológiai jelenségek és az itt bemutatott népzenei példák is szemléltetik a bartóki tétel helyességét „A népzene egy [tényleges] természeti jelenség...Formái [ill. kibontakozása] ugyanazzal az organikus szabadsággal bontakoztak ki, mint azt más, élő organizmusok teszik: a virágok, az állatok...” (idézet, ld. 92.o.)

¹⁰¹ Az teljes aránysor így hangzik: **16 : 10 : 6** (ütemek) ill. **48 : 30 : 18** (negyed); a pontos számokat ld. a 18. lj.-ben. Lásd ehhez még a 8. és 9. kpl. 19. lj.-ben leírt kifejtéseit (97. o.).

Az „Erdők, völgyek”¹⁰² (45. kpl.) magyar népdalnál a frázis befejező g^1 hangjának 4. ütemben történő elérése ugyanúgy tagolja minor és major részre ($8/4 : 13/4$) a teljes ívet; a szembeállított tagolódást a csúcspont alakulása határozza meg, mely az oktávba való kvártugrás (5. ü.) által osztja fel a dallami-energetikai menetet major és minor kapcsolatára ($13/4 : 8/4$).¹⁰³



45. kpl.

A „De szeretnék tölgyfa lenni”¹⁰⁴ (46. kpl) kezdetű szerelmes népdalnál elsődlegesen a szimmetrikus arányok az uralkodóak. A négyszeres folyamat szerkezete (4 x 3 ütem, ill. 4 x $12/4$) az A – B – B^(var.) – A^(var.) formális menetben az elbeszélő mód által nyer megerősítést;¹⁰⁵ ismétlődő dallamgesztusokkal még az 5. és 8. ütemben lévő aszimmetrikus aránytagolódások is megerősítik az elsősorban szimmetrikus megfeleltetéseket, amelyek itt kétszeresen mutatják a maximális bővülést (decima), valamint a csúcspont kifejlődését.¹⁰⁶



46. kpl.

Az ambitus sarokhangjainak egy hasonló újrafelvételét alkalmazza a (szintén az eddig egy más szempontból vizsgált) magyar dallam, a „Cikó vállán ég a mécs” (38., ill. 47.kpl.), mégpedig egy dinamikus fejlődési összefüggésben. Mialatt az első ív az 5.ütembeli legfelsőbb sarokhang

¹⁰² Borsy, Rossa, Járdányi, i.h., 29

¹⁰³ A számokhoz lásd: 66. l.j.

¹⁰⁴ Kiss, i.h., 13

¹⁰⁵ A zárójeles kiegészítés (var.) azt jelenti, hogy variálódó dallami elemek teljesen jelen vannak, de csak lényegtelen formában.

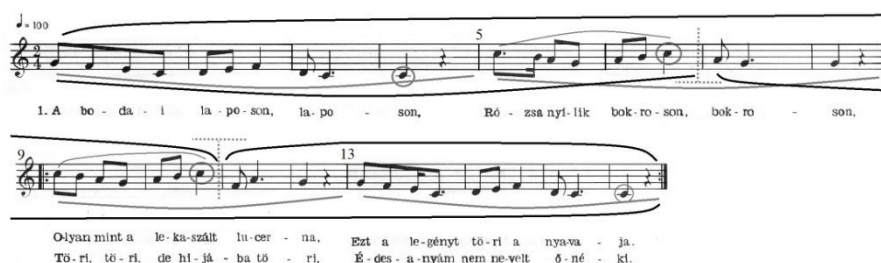
¹⁰⁶ Az arany aránysor itt: 12 : 7,5 : 4,5 (pontosabban 12 : 7,42 : 4,58 ütemek), ill. 48 : 30 : 18 (pontosabban 48 : 29,66 : 18,34 negyed).

vonalbővülését szolgálja, a kezdőmotívum ismétlése a 8. ütemben (az azonfelül kromatikusan körülírt) d^2 célhanggal helyezi el a csúcspontot, valamint az utána következő, minor-területre való visszatérést; a d^2 – mint a legmélyebb dallam- és egyben záróhangja a felső oktáv nak – jelzésértékűen áll mindkét arany tagolódási momentumban. Itt a szimmetrikus négyrészesség mindössze egy olyan bázist ábrázol, melyen felül a dallami fejlődés aszimmetrikusan teljesül a centrálisan-összetett formálódásban (47. kpl).¹⁰⁷



47. kpl.

Mindkét következő népdalnál, a rózsadal „A bodai lapon”¹⁰⁸ (48. kpl.) és a „Sokat arattam a nyáron”¹⁰⁹ (49. kpl.) kezdetű aratódalnál is a mindenkori előrelépő oktáv hang áll a két szembeállított arany tagolódás pillanatában. A 48. kpl. 5. ütemében a c^2 hang mutatja a célhang (c^2) 7. ütemben történő eléréséhez szolgáló dallami mozgás kezdőhangját (mint az első frázis végső alaphangjának (c^1) oktávi ellendarabjaként). A folyamat ennek megfelelően a harmadik dallamszakaszban ismétlődik meg és köti össze mindkét dallami eset pillanatait egy centrálisan-összetett formába. Az előző, 46. példa felépítésénél hasonlóan, az aszimmetrikus arany arányok egyrésztől egy kiemelten szimmetrikusnak ható alakulási formába tagolódnak; másrésztől pedig a szimmetrikus formai elemeket egyidejűleg egy az aranymetszés aránysorának, $16 : 10 : 6 : 4$ ütemek, ill., $32/4 : 20/4 : 12/4 : 8/4$ egy követő részét mutatja be.¹¹⁰



48. kpl.

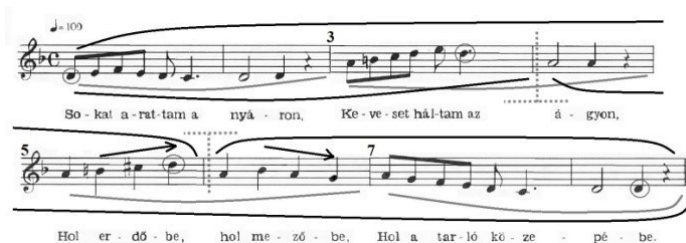
¹⁰⁷ A hozzátartozó számok a 103. o.-on az utolsó szövegsorban, ill. a 48. l.j. -ben vannak megemlítve.

¹⁰⁸ Deák Bárdos, uo., 8

¹⁰⁹ Deák Bárdos, uo., 101

¹¹⁰ A pontos számok itt: $16 : 9,89 : 6,11 : 3,78$ (ütemek), ill. $32 : 19,78 : 12,22 : 7,56$ (negyed).

A 49. dalpéllda („Sokat arattam a nyáron“) azonos módon, kétszeresen rendezett az oktávhangjaira – itt d^2 a 3. és az 5. ütemben –, míg a népdal azt követő formálódása differenciáltabb variálódást és fejlődöttséget mutat. A dallami ambitus a 3. ütemben (nónán túl) a d^2 oktáv határig előkészítésként kibővül, az 5. ütemben pedig a d^2 célhang elérésével kialakul a csúcspont és az azt követő visszafordulás a minor-területbe. Az oktávi sarokhangok ennél a dallamnál is világos gesztussal lépnek fel, képezve ezzel egy szimmetrikus-aszimmetrikus centrálisan-összetett formát; a 2-ütemes szimmetrikus frázisépítkezés itt is az arany aránysorozat ($8 : 5 : 3 : 2$ ü., ill. $32/4 : 20/4 : 12/4 : 8/4$)^{111, 112} integrált osztó tagjává válik.



49. kpl.

Ha a centrális-forma specifikus formaképzését nem csupán a külsőleges, geometrikus-esztétikus formai síkján szemléljük – és ezzel elsődlegesen az összkonstrukció menyiségi megfeleltetéseit tekintjük – a kérdések összetettebben jelennek meg a konstruktív elemek – minor és a major, a közvetítő centrális terület, valamint a szimmetriaképzés (a megfelelő híd-forma és egyensúlyképzés) – funkcionalitását illetően. Hogyan ragadhatóak meg a létrejött ellentétességben a major és a minor már önmagában is ellentétes, formát meghatározó törekvései? És: hogyan tükröződnek vissza az ellentétek ill. megfelelések a dallami-lineáris alakulások energetikájában és szándékosságában?

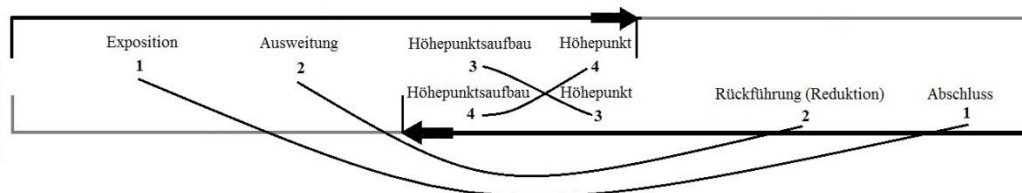
Az eddigi népdalpéldákkal ellentétben a minor centrálisan-összetett formaképzése, a kiválasztott népdalpéldáknál mint az előként tagoló eset lép előre; 44 („Unüberwindlich starker Held“, 119. o.) és 45 („Erdők, völgyek“, 120. o.) legelőször pusztán a vonal külső alakulását mintázza a frázisemenettel és követve a nyitás ill. az első lineáris kibővülés dallami alapszándékát. Az ezt követő példák, 46-tól 49-ig („De szeretnék tölgyfa lenni“, „Cikó vállán ég a mécs“, „A bodai laposon“, valamint „Sokat arattam a nyáron“, 120-122. o.) a vonal első

¹¹¹ A dallam menete több helyen szinte geometrikusnak hat; ehhez hozzájárul a csúcsponti oktáv – mely tükörtengelyként működik – előtti, felfelé tartó $cisz^2$ (5. ü.) szimmetrikusan szembeállított hatása a lefelé irányuló b^1 hanggal (6. ü.) hanggal, mely által az aranymetszés formai-dinamikus aspektusa világosan körvonalazódik.

¹¹² A pontos számok $8 : 4,94 : 3,06 : 1,88$ (ütemek), ill. $32 : 19,78 : 12,22 : 7,56$ (negyed).

kibővülésével a dallami ambitus legfelső határát érik el, de a major tagolódás tényleges, központilag tagoló cél,- csúcsponti,- és fordító funkciója nélkül; ezzel egy csúcspont-előkészítő területet jelenítve meg.

A megmutatkozó, kezdetben kibővülő minort követő major megtartja a szokott, terjedelmes tágulási tulajdonságokat, de itt (rák-mozgásban) fordított komponensekkel. Formális fejlődési állomásai így most: a csúcsponthoz továbbvezető dallami kibontakozás, a csúcsponti kialakítás, a visszavezetés, valamint a dallam zárása; e funkcionális lefolyás az egyébként megszokott major-lefolyást ellentétesen képzi le (127. á.).



127. á.

A jellemzően aszimmetrikus ‘közép-képzéshez’ (mint az aranymetszés fő tagolódásához) még, mint önálló formaszakasz, a szimmetrikus centrális középső terület tartozik hozzá; melynek terjedelme mindig megfelel az aránysorozat következő legkisebb arányának. Itt az addig felépített lineáris feszültség megtartása, a csúcspont célzott követése és kidolgozása történik. E terület jeleníti meg a központi csomópontot, melyen az energetikailag szembeállított dallami törekvések egymásba hatnak. Ebből a kezdőrész zárórészhez való ellentétes-dinamikus viszonyában – előzetesen és visszamenőleg is – egy formális egyensúly, valamint szimmetria jön létre.¹¹³

¹¹³ Az ismertetett formálási kritériumok szintűgy újra megtalálhatóak az állattan ill. az antropológia megfelelő jelenségeiben is. A 104-es ábrán (50. o.) a centrálisan-összetett formát az emberi test karjainak vízszintes szakaszán mutattuk be: A szembeállított pólusoknak (bal kar – jobb kar) a vállak területén ‘képződik közepe’ és ezzel egy elsődlegesen szimmetrikus formát alkot; ez szerkezetileg a 46. és 48. példák dallammenetének felel meg. A 103. ábrán (50. o.) a karok (+ kezek) és lábak (+ lábfejek) függőlegesen és polárisan állnak egymással szemben, a törzs képi a ‘középképző’ centrumot és köti össze a hasonló, mégis túlnyomórészt nem egyenlő extremitásokat; ugyanennek az aszimmetrikus nem-egyenlőségnek (hasonló, de nem egyenlő kezdő- és zárórész) a tendenciája figyelhető meg a 49-es példában. Még szélsőségesebben mutatkozik ez meg a 44. és 45. ábrán (26. o.) az orsócsiga házán: a fejlődési irány a dinamikus forduló, területeket kibontakoztató mozgás által és a szembeállított statikus-lineáris, egydimenziós kiterjedés által meghatározott. A központi közepőterületen: a maximálisan forgatott terület nyitásként – odaillesztett, kicsinyített tövisnyúlványokkal – és ezzel mindkét alakító pólus egy kevert formáját mutatja. A 47-es példában egy megközelítően eszerinti dallamszerkezetet mutat fel, összehasonlíthatóan egyénné vált formai-extremitásokon (kezdés és zárás), valamint a dallam középrészében megfelelő motivikus szintézist is megjeleníti.

6.4 Fibonacci-számsorozatok a dallamformálásban

Utolsó példáink csoportjában olyan népdalokról van szó, melyeknél vagy a ritmikai-metrikai arányok vagy a különböző frázis-hosszak adák vissza a Fibonacci-számsor részeit. Az arany arányra végződő, (folyton egymáshoz közeledő) egésszámos összegzősor itt kizárólag az időbeli stuktúrákra vonatkozik, és egy hangzó szám-ritmikát jelenít meg. – Az eddigi, elsődlegesen a hangzás-teret lineárisan alakító kritériumok a kizárólag idő-szintre összpontosítás javára teljesen háttérbe vonulnak.¹¹⁴

Az említett népdalok túlnyomórészt a sor (2, 3, 5, 8) egyjegyű számainak területén mozognak; az egyik példa minden ütemegységének lefolyásában tartalmazza az első, kétjegyű arányszámot (13) is. A szokásos módon szimmetrikusan tagolt $\frac{8}{8}$ -os ütem ismétlődik három részre felosztva ($\frac{3}{8} + \frac{2}{8} + \frac{3}{8}$ vagy $\frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{2}{8}$), melynek nem változó metrikai mintája folyamatosan keresztülhúzódik a dallam menetén; ugyanígy váltakoznak átmenetileg beillesztett, szimmetrikus vonatkozásokkal a lineáris melodika szabadon felépített menetében az aszimmetrikusan arányos dallami építőkövek.

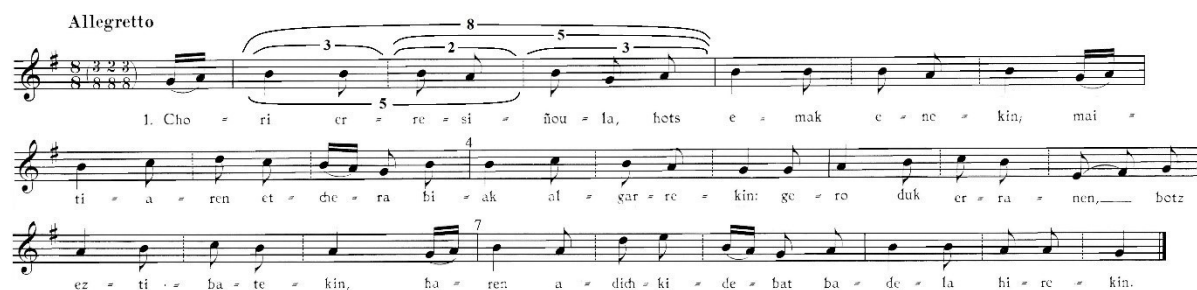
Tekintve az arányok pontosságát, ill. toleráló tulajdonságát, általában megállapítható, hogy azok a szám-csoportosítások, melyek az 5 : 8 arányt tartalmazzák, megfelelően reprezentálják az aranymetszés elvét;¹¹⁵ a ritmikus-metrikus arányok (13 : 21 : 34 stb.) rendkívül finom tagoltsága a népdalszerű formálódás kontextusában csak szórványosan képzelhető el és használható.

Az első példák a fentebb leírt, nem egyenlő $\frac{8}{8}$ -os ütemtagolódást jelenítik meg, amely kivétel nélkül mindenütt alapjául szolgál a lineáris dallammenetnek. Tekintve az individuális dallamképződést, adódik egy alárendelt szint, mely ott azonban egy állandóan jelenlévő mozgási forrást képez a variálódó dallami elbeszélés számára. A metrikus minta aszimmetrikus tendenciájával szemben az egymást mindig négyrészesen követő dallamívek abszolút

¹¹⁴ A második fejezetben bemutatott, természeti jelenségek a Fibonacci-számsorral összefüggésben mutatnak szintén elsődlegesen időben alakított kapcsolati kontextusokat. A növénytan (a cickafark szár-és levélnövekedése, ld. 38. o.; levélállás, ld. 39. o. f; spirális csoportosulások, ld. 41. o.), az állattan (generációk sora egy herénél, ld. 38f. o.) valamint a csillagászat (a Nap, a Föld és a Hold kiegyensúlyozó ritmikája, 60. o.) területein a Fibonacci-számok vagy folyamatosan előretartóan strukturálják az egyidejű-arányos alakulásokat, vagy pedig egy növekedési fázis végén hagynak hátra egy, az időbeli folyamatban létrejött, lezárt térbeli képmást.

¹¹⁵ Az 5 : 8 arány a 0,625 értéknek felel meg és (egy jó 1%-os eltéréssel) egy tolerálható közelséget mutat fel a 0,618 számértékhez; kisebb arányok természetesen pontatlanabbak, mégis a fölrendelt arány felé irányulnak (ld. 5. fej. 90f. o.). – A 13 : 8 arány a 0,6154 -hez közeledik erősen.

szimmetrikus megfeleltetésekben vannak. – Kottázás szempontjából a három példa csekély eltrérést mutat egymástól. Míg a baszk „Errefusa“-ban¹¹⁶ (50. kpl.) a 3 : 5 : 8-as arány háromrészesen tűnik fel, a magyar „Az én lovam Szajkó“-ban¹¹⁷ (51. kpl) dallamban kétrészesen van kottázva ($5+3/8$); a „Kerülj rózsam“-nál¹¹⁸ (52. kpl.) pedig a $8/8$ átfogó ritmikus mintája három ütemre osztódik fel ($3/8 \mid 3/8 \mid 2/8$).



50. kpl.



51. kpl.



52. kpl.

A német “Es ist ein Ros entsprungen”¹¹⁹ (53. kpl.) karácsonyi dal egy csodálatra méltó ritmikai sokszínűséget és agilitást tár fel, amikor képes – megfelelően az első megjelenésnek – a később alkalmazott párosütemű notációtól és énekmódtól szabadulva, az eredeti szabálytalan, aszimmetrikusan arányos dallami áramlást kibontakoztatni. Itt két időbeli-arányos sík figyelhető meg: egy felső sík, melynek alakulása a fél hangjegy értékéhez orientálódik, és a 2, 3 és 5

¹¹⁶ Heinrich Möller, Spanische, portugiesische, katalanische, baskische Volkslieder (Mainz, 1974), 62

¹¹⁷ Deák Bárdos, i.h., 17

¹¹⁸ Bartók Béla, Gyermeknek II (Budapest, 1946), 7

¹¹⁹ Speyerer Gesangsbuch (EA 1599) – Wolters, Krokisius, i.h., 199

egységekből képez dallami csoportokat; azalatt pedig az a sík, mely különösen az elő- és zárórész frázisvégződéseit, valamint a 2 : 3 : (4) : 5 : 8 aránykapcsolatok szimmetrikus-ellentétes középrészét az itt mértékadó negyedértékek alapján képzi. A lineáris menet ezzel a két sík változóan formálódó ritmikus összjátékát mutatja a Fibonacci-sor egyjegyű szám-arányainak használatával.



53. kpl.

Az utolsó népdalpéldában, a magyar „Vége van az őszi gyakorlatnak”¹²⁰ (54. kpl.) katonadalban a szimmetrikusan kibontakozó dallami elbeszéléssel egy olyan frázisépítkezés áll szemben, melynek ütemegységei a 2 : 3 : 5 : 8 : 13 Fibonacci-számsorozathoz térnek vissza. Az ötrészes dalforma az első rész 3 ütemen keresztül fejlődő dallami ötletét három variálódó szakaszban szövi tovább (+3 + 2 + 2 ü.) és a zárórészben az első 3 ütem ismétlésével újra a dal kezdetéhez kapcsolódik. A középrész két lerövidített frázisa által (7./8. – 9./10. ü.) itt az összes dallamszakasz egybevágó a Fibonacci-sor számaival és így összekötik a dallami gondolatmenet szimmetriáját az arany rendezettségű számarányok aszimmetrikus szerkezetével.



54. kpl.

A nemzetközi népdalok itt bemutatott példagyüteménye az arany metszéshez való formai vonatkozások szempontjából még biztosan számtalan irányba kiegészíthető és kibővíthető.

¹²⁰ Péczely, i.h., 96

Ez legelőször is egy be- és áttekintést kell, hogy adjon és különösen a kezdetben idézett Bartók „A népzene [mint] természeti jelenség” mondat alátámasztásaként kell, hogy szolgáljon. Bartók megfogalmazása e nyomkeresés eredményében igazolja – egy pusztán szubjektív, művészi-intuitív megítélésen túl – az objektív tényekre támaszkodó összefüggésekre való konkrét utalást is.

A természetben létrejött, valamint hagyományozott népdalkincs általános tulajdonságai itt is sokféle alakban találhatók meg. A dallamok kivétel nélkül minimalista műalkotásokat jelenítenek meg, melyeket egyrészt a kijelentés és kifejezés érthetősége, valamint egyértelműsége, másrészt az eszközök megfoghatósága és figyelemreméltó ökonómiája jellemzi; ezen kívül csodálatra méltó a mozgási, - és kifejezési formáinak kimeríthetetlennek ható sokoldalúsága. Az aszimmetrikus arany arányképzések alkalmazása egy dinamikusan létrehozott elbeszélési- és feszültségi ív jelévé válik, melynek folyamatosan expresszív kifejezés-módja van, mely gyakran áll kölcsönhatásban szimmetrikusan rendezett szerkezetekkel; ezek különösen a kettős tagolódású, valamint centrálisan-összetett formák szimmetrikus-aszimmetrikus szintéziséhez jutnak el. Az egészszámos-rationálisan létrejövő Fibonccsi-sorozat szerkezetének alapvetően poláris tétele itt is egy attól eltérő formaalakulásban mutatkozik meg: a szabad metrikában, variálódó metrikai mintákban, és aszimmetrikus frázisarányokban.

A nevezett dallami kritériumoknak nem látható speciálisan nemzeti előnyben részesítése; a leírt elvek egy általános, nemzeteket átfogó zenei megegyezést mutatnak. Az ebben meg tapasztalt muzikalitás nem pusztán egy általánosan jelenlévő, a különböző zenei ritmusok és hangközök intuitív ismeretén alapszik, hanem ugyanúgy a formaérzéken, mely szimmetrikus és aszimmetrikus arányokat is képes ‘megítélni’. Ennek alapját képi egyrészt az embert körülvevő élővilág idő,- és térbeli folyamatainak és természetes-organikus alakítóformáinak észlelése; másrészt pedig a saját, szimmetrikusan-aszimmetrikusan formált testiség jelenléte és észlelése, és nem utolsósorban a pólusok megfelelő-szimmetrikus rendjének, valamint aszimmetrikus mozgási dinamikájának belső-megértő élményképessége. Ebben az összefüggésben további kritériumokként tekinthető még, melyekhez a kreatív, vagy fogékonyan tevékeny ember alkotó formai érzéke kapcsolódik, a már tematizált ‘matematika, mint a természet nyelve’ (tétel) is, valamint az E. Behrends által ugyanazon a helyen általánosan leírt ‘az ember matematikai érzéke’ (3.2. fejezet). E kritériumokkal zárul az ember, a természet és matematika, valamint az intuitív-kreatív zenei formálás teljes köre.

7. Aranymetszés többszólamú zeneművekben

A következő fejezetben az aranymetszés formavilágát az individuálisan tervezett, többszólamú zeneművek területén vizsgáljuk. Ez az ezt megelőző vizsgálati területek harmadik témakomplexumához kapcsolódik, melyeknél az aranymetszésről a külső, természettől adott világban, másrészt pedig a népdalkincs természetes zeneiségének tipikus példáiban történtek megfigyelések és analízisek. Az alapul szolgáló matematikai megjelenítési formák formakörére épülve mindkét megjelenési világban szisztematikusan, előre tartó komplexitásban rendeződtek el az arany tagolódás jelenségei. Az aranymetszés elve ennél mindig a lényeges alakképző paramétereket szabja meg, és ott a tipikusan aszimmetrikus formagesztus- és dinamika jellegzetes nyomait hagyja örökölni.

Az itt összeállított, középkortól a jelenkorig tizenhat többszólamú kompozíciót felölelő zeneművek felépítésének ugyanez a szisztematika szolgál alapjául. Ez is, folyamatosan kibontakozó komplexitásban, mint különféle fajtájú arany formálódási formatípusok szekvenciája jött létre; pozicionálásban és szemléletmódban ezzel az ezt megelőző fenomenológiai feltevést folytatja. Ennek megfelelően a művek analíziseiben az aranymetszés fókuszált jelensége a mindenkori formálógesztusaival szintén alapvetően teljessé válik, tekintve az teljes mű morfológiáját és nem pedig mint elvonatkoztatott 'numerikus trükköt', mely ezt előidéz és csupán kódolja.

Az analízisek többsége felületesen kezelt eljárások, vagy részletesen kidolgozott előadások már meglévő vizsgálataihoz is kapcsolódik. Bartók Béla mindkét művénél (7.6. és 7.9. fejezet) a már meglévő analízisek csupán a kiindulópontját képezik egy alternatív kiválasztott metodikai feltevésnek, mely ennek következtében szerteágazó kiértékeléssel rendelkezik. Arvo Pärt (7.3 fejezet), Paul Hindemith (7.5 f.) és Wilhelm Killmayer (7.8 f.) műveinek megvizsgálásával az aranymetszésben álló többszólamú zeneművek három teljesen új analízisét mutatom be.

A példák választékát, melyek a szisztematikusan létrehozott formakánon kontextusában egy mindig jellemző funkcióval bírnak, egyes alapvető kritériumok alapján vettem: mindegyiknél érvényes, hogy a kiválasztott zeneművekből kivethető egy benne foglalt számszerkezet, mely numerikus precizitást mutat fel, és ezzel nem tűnik sem 'preparáltnak' sem 'idealizáltnak'; következetesen és érthetően kell, hogy megjelenjen, melyhez rendelkeznie kell a zenei értékelés

legnagyobb mértékben átélhető jelentőségével is.¹ Ebből kifolyólag olyan zeneműveket, melyekben az aranymetszésnek egy gemátrikus-szimbolikus jelentőség tulajdonítható, itt nem vettem figyelembe.² Végül az épp nevezett szempont is egy kiválasztási- ill. kizárási kritériumot képzett, mely szerint az aranymetszés, mint specifikus osztási elv nem izolál, hanem mindig kapcsolatban és kölcsönhatásban áll az alak (ill. a mű) egészével.³ Azokban az esetekben, ahol egy bizonyos formatípushoz több mű is szóba jött, a leginkább jellemző példát választottam ki.⁴

A többszólamú művek szerkezetképző paraméterei, melyek az arany arányokban lévő aszimmetrikus alakulás kiindulópontját adják – a népdalok területén éppen kijelölt linearitás, valamint az immanens ritmika és metrika mellett – a harmonikus hangzásterek képzésének változatos szintjei, a motivikus-tematikus párbeszéd, a dinamika, a formális tagolódás és ritmika, valamint a hangszerelés is. A zenei formák menete az időbeli és retorikus aspektusokat tekintve az arany tagolódási- és formálási lehetőségek széles palettáját kínálja, melyek adott esetben több síkon is egyidejűleg fordulnak elő. A művek vizsgálatakor a következő zeneszerző aspektusok kerülnek kidolgozásra:

- Egy tételpár egyszerű arany arányú tagolódása (7.1)
- Egy tétel egyszerű felosztása aranymetszésben (7.2)
- Dinamikai alakulás és csúcspontalakítás aranymetszésben (7.3)
- Tematikus építkezés felépítése aranymetszésben (7.4)
- Centrálisan-összetett formák tonális rendjének alakulása (7.5)

¹ Itt a tempóátmenetek, tempóváltások, koronák, valamint ütemváltások értékelése az abból következő arányos kapcsolatok számára bírnak döntő jelentőséggel, mely – különösen a jelenségeket magában foglaló toleranciák szempontjának háttérében – minden műnél egyénileg megítélendők.

² A gemátrikus szemlélet, melynél a hangok a számok segítségével egy betűk és szavak nem-nyilvánvaló (és nem is hallható) jelentéskontextusába állítottak, alapvetően zenén kívüli, gyakran szimbolikus-teológiai tematikai tartalmakra vonatkozik; itt csupán, mint egy további tételt említjük meg, és a továbbiakban nem dolgozzuk ki. Lásd ehhez t.k. a következő analíziseket: Gösta Neuwirth, „Symbol und Form“ *Johann Joseph Fux – Te Deum, K.270* művében (Graz, 1979), X-XV; u.a.: „Erzählung von Zahlen“ a *Musik-Konzepte 26/27 – Josquin des Prés* műben, kiad. Heinz-Klaus Metzger és Rainer Riehn (München, 1982), 4-38; Hans Ryschawy, Rolf W. Stoll, „Die Bedeutung der Zahl in Dufays Kompositionsart: Nuper rosarum flores“ a *Musik-Konzepte 60 – Guillaume Dufay* műben, kiad. Heinz-Klaus Metzger és Rainer Riehn (München, 1988), 3-73; Jean-Jaques Duparcq, „Essai d’analyse formelle et numérique du choral BWV 680 ‘Wir glauben all an einen Gott’ de Jean-Sébastien Bach“ a *Nombre d’or et musique* -ben, kiad. Jean-Bernard Condat (Frankfurt, 1988), 69-98.

³ Ez az aspektus teljesen kibővíthető, azaz egy művön belül a ‘részleges egész’ értelmében tekinthető, de mégis az azzal összefüggő szerkezetek kontextusában értelemszerűen megélhetőnek, ill. kimutathatónak kell lennie. Azokat a műveket, melyekben véletlenszerűen vannak olyan aranymetszésben fellépő belső arányok, amik a teljes mű menetében mérvadó szerkezeti jelentőséggel nem bírnak, emiatt a választékban szintén nem vettük tekintetbe.

⁴ Itt különösen az egyszerű tagolódás területei kínáltak fel egy sor olyan példát, melyek – eltekintve a pontatlan számítású analízisektől, ill. azoktól, melyek csekély jelentőséggel bírnak a mű zenei profilját tekintve – egyes esetekben kiegészítésképp idézettek, de amúgy nem beleszámítottak.

- Művek alakulása és csúcsponti területe centrálisan-összetett formákban (7.6)
- Többszörös tagolódás a dallami és a harmóniai alakulás által (7.7)
- Formafejlődés és kulminációk többszörös arany arányokban (7.8)
- Többszörös felosztás centrálisan-összetett formában (7.9)
- Tételtagolódás és többszörös szubdivíziók arany metszésben (7.10)
- Többszörös szakasztagolódás arany arányokban (7.11)
- Hangrendek és időszakaszok arányos szétoztása arany metszésben (7.12)
- Sorok formálódása és formai arányok arany metszésben (7.13)
- Ritmikus arány-polifónia szimmetrikus-aszimmetrikus struktúrákban (7.14)
- Aperiodikus időbeli formálás Fibonacci-számértékek által (7.15)
- A forma időbeli aránya és ritmusa az arany aszimmetria alapján (7.16).

A műben lévő arany arányok tudatosan tervezett, vagy pusztán intuitív alkalmazásának kérdése a népdalanalízisekből nyert eredmények által ebben az értelemben konkrétabban körvonalazódott, amikor ezeken láthatóvá vált, hogy az aszimmetrikus számarányokkal (főként egyjegytől a kezdeti kétjegyű területekig) ill. a megfelelő arany aránykapcsolatokkal (egyszerű és többszörös formában) való bánásmód a zenei formai érzékelés egy nyilvánvalóan általánosan megközelíthető kelléktárát mutatja. Ebből a perspektívából kiindulva az itt példaként felvonultatott művek többsége arányosan ‘intuitívan-alkotottként’ értelmezhető;⁵ még Arvo Pärt vagy Wilhelm Killmayer kortárs kompozícióiban sem bizonyult szándékos tervezésnek az arany metszés alkalmazása.⁶

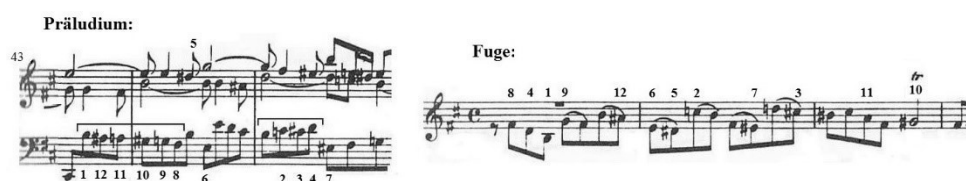
Az utolsó öt mű (7.12 - 7.16 f.), mely a 20. század második felében keletkezett, tudatosan kidolgozott zeneszerzési-koncepciót mutat, melyekben előnyben részesítették és a Fibonacci-számarányok segítségével alkalmazták az arany metszés elvét. Ezek egy számszerűen, mélyrehatóan szervezett műszerkezet, valamint egy esztétikusan messzehatóan reflektáló háttér miatt különböznek a többi műtől.

⁵ Ehhez különösen Obrecht (7.2. fej.), Pärt (7.3), Chopin (7.7), Killmayer (7.8), Mozart (7.10) és Machaut (7.11) kiválasztott kompozíciói sorolhatók. Ezzel szemben Bach (7.1, 7.4), Hindemith (7.5) és Bartók (7.6, 7.9) művei is vitatható különleges estekként jelennek meg, mellyel szemben Hofmann, Schiske, Nørgård, Stockhausen és Gubaidulina (7.12 - 7.16) kompozícióinak bizonyíthatóan részletesen átgondolt szám- ill. aránykonceptiók szolgálnak alapjául.

⁶ Lásd ehhez a művek bemutatásakor említett referenciákat (7.3. és 7.8. fej.).

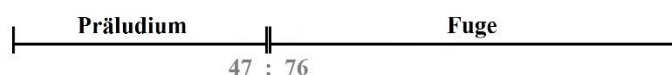
7.1 Johann Sebastian Bach – Nr. 24. prelúdium és fuga (Wohltemperiertes Klavier I)⁷

A *Das Wohltemperierte Klavier* (1722 és 1740/42) műcikluson belül a Nr. 24 (*h-Moll*) *prelúdium és fuga* tételpár az első kötetből egy különleges helyet foglal el. Ez egyrészt a zenei jelentőségére vonatkozik, mely az egész ciklus ötletének reprezentatív fúgatómájával kapcsolódik össze, másrészt a prelúdium és fuga aránykapcsolatára, mely valamennyi, 48 tételpár közül az egyetlen, ami aranymetszésben áll.⁸ A zenetörténetben elsőként 12-fokúan alakított téma hangjai a prelúdium végén kromatikusan előkészítettek; a fuga kezdetekor a specifikus témaalakban tűnnek fel, mely 76 ütemen keresztül kerül négy szólamban kidolgozásra. (55. kpl.)



55. kpl.

A tételpár kitáguló fúgarészéhez a prelúdium egy 47 ütemes hosszúsággal⁹ képezi a kisebb arányt.¹⁰ A 76 : 47 arány a tételek belső szerkezetében nem folytatódik,¹¹ egyedül a tételek külső aránya adja vissza az egyszerű aranymetszés jellegzetes formáját (128. á.).¹²



128. á.

⁷ Az aranymetszésre való utalás W. Keil-től származik, uo., 40ff.

⁸ Lásd Keil részletes táblázatba foglalt szemléltetését; uo., 51f.

⁹ Az érték itt csak a ténylegesen komponált ütemekre vonatkozik, ismétlések nélkül. – Egy hasonló arányú rendelkezés figyelhető meg W.A. Mozart szonátatételében (7.10 f.), melynél az arányok ugyanezen a módon csak a 'komponált tartalomra' vonatkoznak.

¹⁰ A pontos számok: 76 : 46,97 (ütemek).

¹¹ A prelúdiumban egy kétségtelenül megközelítően megfelelő arány (minor – major) tűnik fel a rövid első résznek a kibővült második részhez való viszonyában. A 17 : 30 ütemes ütemarányokkal az aranymetszéshez (18 : 29) való differencia egy ütemet tesz ki.

¹² A prelúdium és fuga tételpárban jellemző gesztus, mely a prelúdiumnak az előkészítő, a fúgának pedig a kibővülő-átvezető szerepet osztja, itt egybevág az arány arány minor/major-irányával.

7.2 Jakob Obrecht – O vos omnes (motetta)¹³

Az *O vos omnes* motettában a forma alakulása és annak zenei dramaturgiája elsősorban a szöveg mintáját követi, mely itt hat szakaszra oszlik fel. A kettősvonalaknak megfelelően (8. és 41. ütem), a motettatétel egy rövid bevezetéssel nyit (1.-8. ü.), melyet a középrészben egy kidolgozott tovább fejlődés (9.-41. ü.) és a zárórészben a darab foglalata és lekerekítése követnek (42.-66. ü.). Az egyes szakaszok ismételten imitációs kapcsolatokat mutatnak, de kontrapunktikusan is szabad formában haladnak; a formai alakulást beillesztett köztes kadenciák tagolják.

A motetta arányos egyszerű arany tagolódása a **66 : 41 : 25** ütemekre¹⁴ elsődlegesen a cezúra (41. ü. után) által válik világossá, ezen kívül pedig a hozzákapcsolódó ‘Si est dolor’ (42.-44. ü.)¹⁵ homofon szerkesztésű deklamáló zenei kontrasztja által.

O vos omnes

Jacob OBRECHT
(1450?-1505)

Ms
T
B

I. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.

O, vos o- mnes.

Vos.

9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. 16.

qui trans-i- tis per vi- am, qui trans-i- tis per vi- am, at- ten- di- te et vi- de- te.

17. 18. 19. 20. 21. 22. 23. 24.

at- ten- di- te et vi- de- te, at- ten- di- te et vi- de- te.

25. 26. 27. 28. 29. 30. 31. 32.

te, at- ten- di- te et vi- de- te, at- ten- di- te et vi- de- te.

33. 34. 35. 36. 37. 38. 39. 40.

de- te, vi- de- te, et vi- de- te, et vi- de- te.

41. 42. 43. 44. 45. 46. 47. 48.

si est do- lor, si est do- lor, si est do- lor, si est do- lor.

49. 50. 51. 52. 53. 54. 55. 56.

lor, si est do- lor, si est do- lor, si est do- lor, si est do- lor.

57. 58. 59. 60. 61. 62. 63. 64.

ut do- lor me- us, do- lor me- us, do- lor me- us, do- lor me- us.

65. 66.

us, us.

56. kpl.

¹³E motetta szerzőjének kiléte nem egyértelműen bizonyított; általában Loyset Compère-nek is tulajdonítják. Az arany- metszésre történő utalás Charles Madden *Fib and Phi in Music* könyvéből származik, uo., 95.

¹⁴A pontos számok: **66 : 40,79 : 25,21** (ütemek).

¹⁵Egy egyszerű arany tagolódás egy tételen belüli minor/major-kapcsolatának egy variánsa megtalálható pl. W.A. Mozart *B-Dur zongoraszonátájában* KV 333 (315c) is (1.tétel: **165** ütem **63 : 102**-re való tagolódása).

7.3 Arvo Pärt – *Fratres* (Vonószekarra és ütőkre)

Az 1977-ben keletkezett *Fratres* mű vonószekarra és ütőkre írott verziója¹⁶ (1991) ugyanazon kompozíció az aktuálisan tizenkét zenei apparátus- és előadási variánsának¹⁷ egy darabját mutatja. A szerkezet és a felépítés az Arvo Pärt által kifejlesztett Tintinnabuli-stílust¹⁸ reprezentálja, mely ismertetőjeleit különösen az ismétlés, a szimmetria, az elementáris tonalitás, a statikus-meditatív hangzásvilágok, a szünetek, valamint a túlnyomórészt mérsékelt tempók alkotják.

A műben egy kb. 10 percen át terjedő, egységes hangzásbeliség bontakozik ki, ♩ = 52 – 63 tempóban, melyben a konstans változatlanlanság és a fokozatos változás hat egymásra. A kezdéskor magas fekvésbe tett A-dúr hangzási területe egy folyamatosan lezajló, kilenc szakaszt átölelő hanyatlás után torkollik ugyanazon A-dúr hangzásbeliség mély fekvésébe; dinamikailag ez a hangzási térben szimmetrikusan-egyenletesen történő, leszálló vonal egy nagyszabású crescendóval, valamint a hozzákapcsolódó decrescendóval van összekötve, mely a teljes ívet aszimmetrikusan tagolja arany arányba (Ld. 129. á., 135. o.).

A darab elején hangzásilag és ritmikailag is a teljes mű ‘játék-mintája’ jön létre: a basszus területének bourdon kvintje fölött, melyet egészen az utolsó ütemig kitartva játszanak, az ütősök egy ritmusképlete (1.-2. ü.) hangzik fel, mely a mű további menetében minden új szakasz kezdetekor változatlanul megismétlődik (57. kpl.).

The image shows a musical score snippet for four instruments: Claves, Gran Cassa, Violoncello, and Contrabbasso. The Claves part is in 4/4 time and features a rhythmic pattern of eighth notes. The Gran Cassa part is marked *pp*. The Violoncello and Contrabbasso parts are marked *pp sempre* and *div., con sord. senza vibr.*. The Violoncello part is marked *(ultimo leggio)* and the Contrabbasso part is marked *(ultimo leggio)*.

57.kpl.

Itt a homofón szerkesztéssel vezetett vonósok (szisztematikusan) kibővülő frázisai csatlakoznak (2 + 2 + 3 // 2 + 4 + 3 // 2 + 6 + 3), melyeknek kontúrjai az ismétlésnél vízszintesen

¹⁶ Az ütősök itt claves (tikfa) és nagydob (alt. tom-tom).

¹⁷ Lsd.: <http://www.universaledition.com/komponisten-und-werke/Arvo-Paert/komponist/534/werklste#page=1>

¹⁸ Pärt új, specifikus zeneszerzői megközelítésének e jelentési szintjének, mely 1976 utáni munkásságának kiindulási-és célpontját mutatja, itt nem történik tüzetesebb vizsgálata. Lsd.: Enzo Restagno, Leopold Brauneis, Saale Kareda, Arvo Pärt, *Arvo Pärt im Gespräch* (Milano, 2004/ Wien, 2010).

tükrözött alakban csendülnek fel. Mindkét kezdő ütem elementáris szimmetriája ($2 \times \frac{6}{4}$) ezzel egy aszimmetrikus lefolyást követ ($\frac{7}{4} - \frac{9}{4} - \frac{11}{4}$), melynek belső szerkezete, valamint izoritmikus ismétlése egyúttal szimmetrikus hatást is közvetít (58. kpl.).

58.kpl.

A darab hanganyaga kizárólag egy nyolchangú skálából áll össze (a – b – c / cisz – d – e – f – g), melynek hangjai változatos akkordformákban kombinálódnak. Ez a skála tonálisan úgy A-dúr, mint a-moll irányába is rendezett. A c és cisz hangok gyakran keresztállásban tűnnek fel; dallamilag pedig a bővített szekund (b-cisz), különösen a külső szólamokban való használata jellemző.

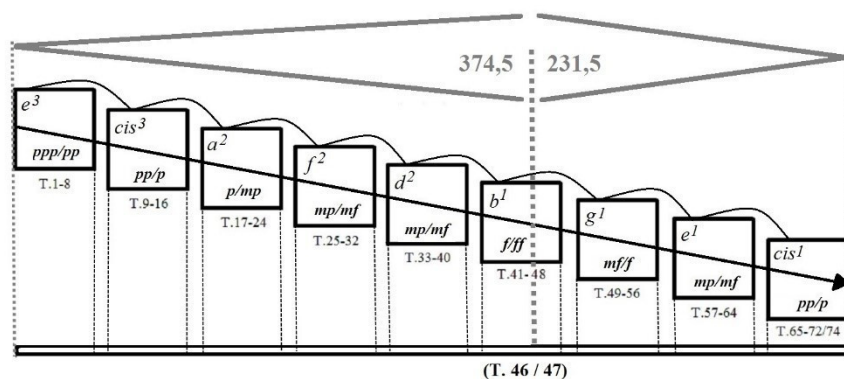
A stílusában fauxbourdonban vezetett, akkordikus hangzatsorozat tonálisan a két kezdő, valamint záró részben (1-2/8-9) világosan az A-dúr területhez rendelhető hozzá; ezzel egyféle ‘hangzat-szimmetrikus keret’ helyezve a teljes forma köré. A középső szakaszokban (3-7) a hangközi feszültségek haladó növekedése (kvárt, nóna, valamint szeptim) és egy hangzásbeli sűrűsödéshez vezetnek, mely a 7. rész 8. részre való átmenetétől újra meglazul és ismét A-dúrban oldódik fel. A nagyobb, leszálló vonalangi tere mintegy két oktávot fog át és a hegedűk csúcshangjainál folyamatosan, tercmenetben történik meg az átlépése ($e^3 - \text{cisz}^3 - a^2 - f^2 - d^2 - b^1 - g^1 - e^1 - \text{cisz}^1$).

A kilenc szakasz folyamatában egy folyamatos egyenletesség uralkodik: minden rész a bevezető ritmusképletből ($2 \times \frac{6}{4}$) és a mindenkor kétszer elinduló vonós-korálból áll össze ($2 \times \frac{7}{4} - \frac{9}{4} - \frac{11}{4}$); mindkettő egy 66 negyeddes egységet képez. Az egész darab 74 (nem egyenlő hosszúságú) ütemet ölel fel, melyek összesen **606** negyednek felelnek meg. Követve a dinamikailag hosszadalmasan fejlődő ívet, a 6. szakaszban (43.-46. ü.) található a darab

egyszeri csúcspontja (*f/ff*), amelyen belül az aranymetszés egyben a vonós korált¹⁹ és az egész darabot is egy major- és minor-területre osztja: **606 : 374,5 : 231,5** negyedek (59. kpl.).²⁰

59. kpl.

A teljes folyamat a következőképpen tekinthető át (129. á.):



129. á.

E mű folytatásában, melyben világosan az állandó-változatlan formálódás kerül előtérbe a fokozatosan változó elemek nagyon finom mérleggel mértek és alkalmazottak. Ugyanígy összefüggésben lépnek a purista régies szimmetria elemeihez az aszimmetrikusan dinamizáló ‘szabálytalanságok’, a kis- és nagy folyamatokban is.²¹ – A középső szólam dinamikai körvonalazódása, mint egy hasonlóan finoman megrajzolt formálódási részlet, egy kvázi ‘belső szólamnak’ nevezhető, mely a halkabban vezetett külső szólamokkal szemben a vonósok korál szerűen vezetett harmóniasorozatának valamennyi szakaszában folyvást finoman hangsúlyozott.

¹⁹ 43-46. ü.: **54 : 33,5 : 20,5** (negyed).

²⁰ A partitúrában (UE 17802) az 5. szakaszban jegyzett *mp/mf* dinamika (33-40. ü.) feltehetően *mf/f* kell, hogy legyen.

²¹ Egy konkrét érdeklődésre adott válasz szerint, melyet az Arvo Pärt Centre (<http://www.arvopart.ee/en/>) egyeztetett, Arvo Pärt zeneszerző művének dinamikai formálását nem szándékosan egyengette az aranymetszés irányába.

7.4 Johann Sebastian Bach – Contrapunctus I (A fúga művészete)²²

Johann Sebastian Bach *A fúga művészete* (1742-50) c. művéből a *Contrapunctus I* egy következő variánsát mutatja az aranymetszés egyszerű tagolódásának. Míg az előző példákban a külsőleg elválasztott tételek aránykapcsolatai (Bach: *Präludium und Fuge*), vagy a tételen belüli szakaszokra való tagolódás (Obrecht: *Motetta*), vagy a tétel menetében egy dinamikailag kiugró célpont felé való irány (Pärt: *Fratres*) voltak, itt a kibontakozó tematikus építészeti struktúrája lesz a kiindulópontja egy arany tagolódással történő formálódásnak.

Az ebben a terjedelmes fúga-kézikönyvben többszöri formai-és játékvariánsokban alkalmazott négyütemes téma a kezdődő *Contrapunctus I*-ben összesen tizenegyszer hangzik fel. A témabelépések menetükben az expozícióban (1.-16. ü.) és az átvezető középrészben (23.-43. ü.) ugyanazt a modellt követik: alt-szoprán, basszus-tenor. Az ezt követő belépések csupán a külső szólamokban (49. ü. szoprán – 56. ü. basszus) csendülnek fel, végül a kódában jelenik meg a téma még egyszer, a tenor szólamban (74-78. ü.).²³

A fúga teljes hossza **78** ütemet tesz ki. Az aranymetszés **(78 : 48 : 30)**²⁴ a legmagasabb hangfekvésbe kitett témabelépéssel (49. ü. szoprán) esik egybe, melyet az altban lévő azt megelőző látszólagos belépés (48. ü.) vezet be (60. kpl.)



60. kpl.

Az arany tagolódás itt is aszimmetrikusan ellenpontoszza a forma szimmetrikus részeit: a bevezetés (expozió, 1.-16. ü.) és zárás (I. orgonapont a végéig, 63.-78. ü.), valamint a tenor mű közepén való témabelépése (40. ü.) a 16 + 16, ill. 39 + 39 ütemek arányaival egy szimmetriát képezve állnak a 49. ütemben lévő arany aránnyal szemben (61. kpl.).

²² Az aranymetszésre való utalás: Hugo Norden, „Proportions in Music“, *Fibonacci Quarterly*, Vol. 2 (1964) 219-222. o.

²³ Az Edition Eulenburg műkiadó 1. függelékben, Nr. 1391 (106-108. o.) e fűgának egy korábbi kézírata található, melyekben a kóda 74-79 ütemei még nem fordulnak elő; itt a 74/1. ütemben a D-dúr képezi a záróakkordot.

²⁴ A pontos számok: **78 : 48,2 : 29,8** (ütemek).

KUNST DER FUGE

BWV 1080.1
Ms — [1st piece/1. Stück]
Edn 'Contrapunctus 1.'

Johann Sebastian Bach
(1685–1750)
BWV 1080

Exp. 16 T.

Dfg.

(39 T. <=> Mitte <=> 39 T.)

Orgelp. I / 16 T.

48 : 30

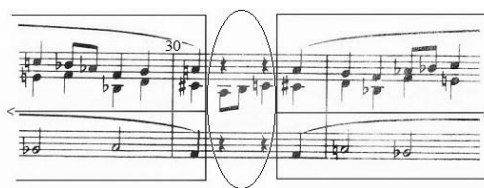
11

61. kpl.

7.5 Paul Hindemith – Fuga tertia F-dúrban (Ludus Tonalis)

Az 1942-ben komponált *Ludus tonalis* zongoraciklusban, a *Fuga tertia F-dúrban* a harmadik a 12 háromszólamú fuga közül, melyek 11 átvezető interlúdiummal kapcsolódnak egymáshoz. A teljes ciklust egy prelúdium nyitja, mely a mű végén rákfordításban, mint posztlúdium hangzik el. A fúgák és interlúdiumok menetének tonális koncepciója Hindemith 1. sorára (Reihé-jére) épül, melyben a tizenkét kromatikus félhang felhangrendszeri rokonságuk sorrendjében rendszerezett: C - G - F - A - E - Esz - Ász - D - B - Desz - H - Fisz. Hindemith ezt a tonális koncepciót a mű címének megfelelően az összesen 25 zongoradarab lefolyása alatt bontja ki sokféle formában, mint – kézműves, valamint zenészi – játékot.

Az *F-dúr Fuga tertia*-ban a ciklust bevezető rákfutás, ill. fordítás ötlete található; az itt a darab szimmetriai közepétől kiinduló hang-ritmikus szembefutás mutatja a mű fölérendelt, konstruktív gesztusait (63. kpl.).²⁵ – A formai teljes menet a következőképpen tagolódik: téma-expozíció (1.-19./1 ü.) és egy első közjáték (19./2-22. ü.), melyben a tonális kiindulópont (F) először megerősítést nyer, majd a tematikus motívum tonális ellenpólus felé (A) való tovább szövése alatt átvezetődik. A 23. ütem a megelőző dallami-harmóniai mozgás célpontját, valamint az első átvezetési rész (23.-30./1 ü.) kezdetét mutatja.²⁶ A 30. ütemben felhangzó hangtartomány (A) egy középtengelyt képez, mely által a fuga eddigi menete tükröződik és ennek megfelelően rákfordításban vezetődik tovább (62. kpl.).



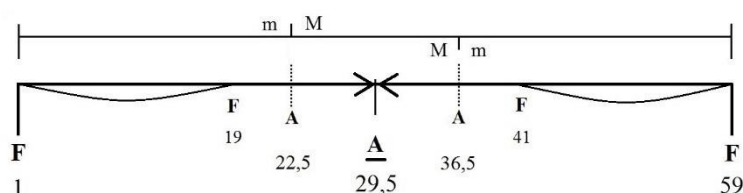
62. kpl.

A továbbiakban harmóniailag, valamint formailag tagoló célpontok a tükrözött 37. (A) és 41. (F) ütemek. Mialatt az 1., a 19., valamint a 4. és az 59. ütemek a tonika-szint (F) vázát képezik, a 23., 30., és 37. ütemek a harmóniai ellenpólusra (A) mutatnak rá. A harmóniai köztes célokkal

²⁵ A fuga expozíciójában egy-ill. kétszólamúan fejlődő 1.-11. ütemek az ennek megfelelően visszafelé tartó 49.-59. ütemekben természetesen az alt és a basszuskiegészítő hangjainak segítségével három szólamúvá töltődnek fel.

²⁶ A téma most tükörfordításban csendül fel (*U* – 23.-29.1. ü., *e*²-től) és ehhez még az eredeti alakjában, szűkvezetésben (3.-30.1 ü., *A*-tól); mindkét téma ritmikailag módosult témafejjel. [*U* = tükör]

(A) a 23. és a 37. ütemekben, melyek egyúttal a formát tagoló fordulópontokat jelenítik meg, a mű eredeti szimmetrikus berendezése egy messzemenően aszimmetrikus arányba helyeződik. Mindkét ütem a teljes hossz aranymetszésében áll (**59 : 36,5 : 22,5** ütemek)²⁷ és a fuga formai építkezésében egy centrális an-összetett arányt képeznek (130. á.).



130. á.

Hindemith tüzetesen foglalkozott Hans Kayser és Johannes Kepler harmóniai tételeivel,²⁸ így nem idegen, hogy itt a szimmetrikus konstrukció mellett ugyanúgy az aszimmetrikus aránykomponálás tudatos alkalmazását is láthatjuk.

63. kpl.

²⁷ A pontos számok: **59 : 36,462 : 22,538** (ütemek).

²⁸ Lásd: Rudolf Haase, *Paul Hindemiths harmonikale Quellen. Sein Briefwechsel mit Hans Kayser* (Wien, 1973), valamint Hindemith *Die Harmonie der Welt* c. operája (1956/57).

7.6 Bartók Béla – Zene húros hangszerekre, ütőkre és cselesztára (1. tétel) ²⁹

Bartók Béla *Zene húros hangszerekre, ütőkre és cselesztára* c. művének első tétele az arany-metszés zenedarabban való alkalmazásának gyakran felvonultatott, ámde zenetudományosan rendkívül ellentétesen vitatott példáihoz tartozik. Az írások összessége e témában időközben egészen terjedelmes lett³⁰ és olyannyira közismert, hogy a következőkben csupán a tétel lényeges szempontjainak a rövid összefoglalása következik, mellyel az időbeli lefolyásra vetünk egy pillantást, tekintettel az aránybéli kapcsolatokra.

Az (1936-ban) Paul Sacher és a Baseler Kammerorchester számára írott mű négy tételt foglal magába, melyek mindenkori időtartama a partitúrában pontosan meghatározott.³¹ – Bartók az első tételben a tradicionális fuga formai ötletét dolgozza fel, mégis, tekintve az alapvető formaalkotási aspektusokat, azt páratlanul új módon ragadja meg; ‘kettős-körfuga’,³² ‘olló’- vagy ‘legyezőfuga’, ill. ‘piramisfugaként’³³ is nevezik. A tematikus munka hálózata itt a tonális rendelkezés menetéhez kapcsolódik, mely kétszeresen vezet át a teljes kvintkörön: A hangtér minden új témabelépéssel kibővül az a kiindulási hangtól egyidejűleg fel- és leszálló kvintek az esz hang tritónuszos pólusáig és megfordítva újból összehúzódik. Ezt a tonális mozgást egy nagyobb, az egész tételt átfogó dinamikai ív követi, mely az 56.-57. ütemben lévő tritónuszos pólust csúcspontként emeli ki. Ehhez jönnek még egyes hangszerelési hangsúlyok,

²⁹ Az ebben a tételben lévő aranymetszésre való utalás eredetileg Lendvai Ernő analíziseiből származik és különböző íásaiban és cikkeiben lelhető fel (Lsd. 30. l.)

³⁰ Lsd. tk.: René Leibowitz, „Béla Bartók oder Die Möglichkeit des Kompromisses in der zeitgenössischen Musik (1947)“, *Musik-Konzepte* 22 – *Béla Bartók*, kiad. H.-K. Metzger és R. Riehn (München, 1981), 30-33; Lendvai Ernő, „Einführung in die Formen- und Harmoniewelt Bartóks“ (1953), *Béla Bartók – Weg und Werk; Schriften und Briefe*, kiad. Szabolcsi B. (Leipzig, 1957/ München, 1972), 105-149; u.e., „Die quadrophone Bühne der Musik für Saiteninstrumente, Schlagzeug und Celesta“ (1981), *Symmetrien in der Musik* (Wien, 1995), 66-77; Jürgen Hunkemöller, *Béla Bartók – Musik für Saiteninstrumente* (München, 1982); Roy Howat, „Lendvai and the Principles of Proportional Analysis“, *Music Analysis* Vol.2, Nr. 1 (1983), 69-95; Lendvai Ernő, „Remarks on Roy Howat’s ‘Principles of Proportional Analysis’“, *Music Analysis* Vol. 3, Nr.3 (1984), 255-264; Tusa Erzsébet, „Bartók und die Naturformen – Der goldene Schnitt“, *polyaisthesis* 4. év. (Salzburg, 1989), 78-87; Somfai László, *Béla Bartók - Composition, Concepts, and Autograph Sources* (Berkeley, 1996); Kárpáti János, „Axis Tonality and Golden Section Theory Reconsidered“, *Studia Musicologica Academiae Scientiarum Hungaricae* T. 47, Fasc. 3/4 (Budapest, 2006), 417-26; Christoph Wunsch, *Satztechniken im 20. Jahrhundert* (Kassel, 2009), 73f.

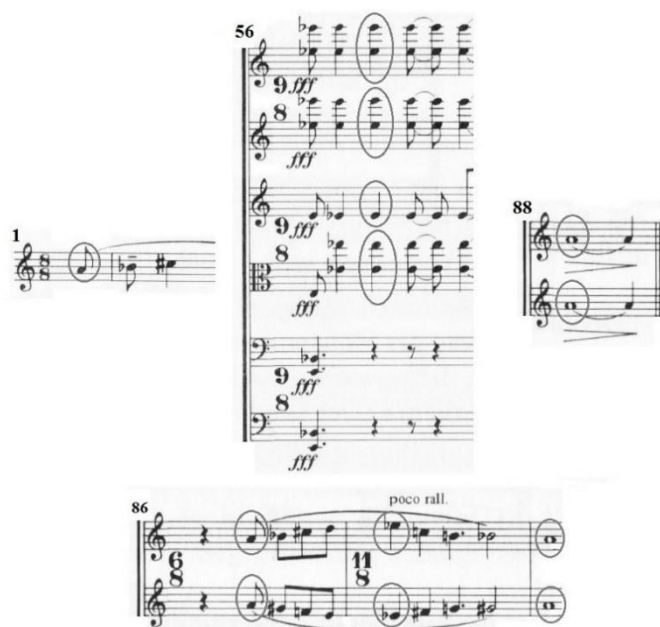
³¹ A tételek egyenként: I (Andante tranquillo) = kb. 6’30” / II (Allegro) = kb. 6’55” / III (Adagio) = kb. 6’35” / IV (Allegro molto) = kb. 5’40” // összesen kb. 25’40” (Universal Edition 10.888 / Philharmonia 201), 144. o. – Figyelemreméltó, hogy Bartók az egyes tételek időmeghatározásához és az egész műhöz is, továbbá egy tételen belüli egyes formai részek tartamát is másodpercre pontosan megadja (Ld. III. tétel 94. o., IV. tétel 144. o.). Ezeknek az kompozíciós ‘ideális’ időarányoknak a rögzítése – melyeknek interpretációs ‘reális’ megvalósítását Bartók nyilvánvalóan nem kísérte ugyanilyen pontossággal, ill. nem követelte meg, mint példaszerűen látszik Paul Sacherrel való levelezéséből – tükröződik más művek partitúráiban is: így pl. az *I. Vonósnégyesben* 1909 (Editio Musica Budapest, Z. 1585, 2. o.), az *5. Vonósötösben* 1934 (Universal Edition Wien, Philharmonia Nr. 167, 23, 28, 47, 59, 92. o.) vagy a *Concertoban* 1943 (Boosey & Hawkes Nr. 79, a partitúrában folyamatosan időtartami meghatározások, összefoglalva: 28, 46, 67, 78, 144. o.). Egészen különlegesen feltűnő a megjelölések pontossága az *5. Vonósnégyes* partitúrájában, mivel itt még egy fél szekund időértéke is (egy tétel részében, valamint az egész tétel össz-tartamában – ld. 144. o.) tekintetbe vett és megadott.

³² J. Hunkemöller, uo., 11

³³ Lendvai E., *Symmetrien in der Musik*, 66

ill. színezetek szordínós vagy anélküli vonósokkal, cintányérok, üstdob és cseleszta, melyek a hangzási menetet kontúrozzák és tagolják.

A tonális rendelkezés felülrendelt sarokpontjai (a - esz - a) az 1., 56. és 88. ütemben tűnnek fel; a záró 86-88. ütemekben még egyszer jelzésértékűen felrajzolódnak, ill. itt, mint egy ‘geometriai koncentrátumként’ összefoglaltak (64. kpl.).³⁴



64. kpl.

A nagy dinamikai ív *pp*-ban kezdődik és a 27. ütemtől kezdve először pianóvá lazul fel; a szordínók levételével a 34. ütemtől egy folyamatosan felépített fokozás következik a csúcspontig (*fff* az 56./57. ütemben), mely pár ütemen belül ismét *p*-ba vezetődik vissza (64. ü.).³⁵ A fokozatosan diminuáló visszaút³⁶ zárásul *ppp*-ba torkollik.

A tétek kezdetekor a vonósok egy tompított hangzasképe (con sord.) meghatározó, mely a 34. ütemtől, egy négyütemes üstdobtrillával alátámasztva egy (senza sord.) nyílt vonóshangzásba változik át. Az elő célhangzat (52. ü.) – mely a kezdő- és záró a^1 hangot a d^1 / e^2 felső- és alsó kvinttel (körül-játszva) keretezi – a cintányérok belépésével kapcsolódik össze;

³⁴ Howat a mű analízisében egy 11-es-szerkezetű ütemarányos síkra utal („Bartók, Lendvai and the Principles of Proportional Analysis“, 79. o.). Figyelemreméltó továbbá, hogy a $11/8$ -os ütem az egész tételben csupán háromszor, mégpedig a tétel végén található és ezzel a 86.-87. ütemben lévő hang-geometriával közvetlen összefüggésben emeli ki azt a számot, mely az a hang felhangsorában a természetes - tritónus z hangközét határozza meg.

³⁵ 34. ü. (*p*) – 38. ü. *mp* – *cresc.* – 45. ü. *f* – *sempre cresc.* – 52. ü. *ff* – *cresc.* – 56. ü. *fff* – 58. ü. *f* – 61. ü. *mf* – 64. ü. *p*.

³⁶ 68. ü. con sord. (*p*) – 73. ü. *più p* – 78. ü. *p/pp* – 84. ü. *ppp* – (88. ü. *dim.*).

ezt követi a további fokozás (53.-55. ü.) menetében egy második üstdobtrilla a csúcspontig (esz - oktávok az 56./57. ütemben). A kapcsolódó dinamikai visszaút a 69. ütemtől újra tompított vonósokkal jelenik meg. A 78. ütemtől a 81.-ig a szűkfekvésben vezetett, valamint tükörfordításban is megjelenő témavonalakat csillogják körbe a cseleszta ismételt arpeggiói; a vonósok az utolsó ütemekben újra a kezdeti hangzás- és hangtartományban térnek vissza.

Az aránybéli kapcsolatok értelmezése a különböző ütemhosszúságok, valamint a többszörösen váltakozó tempók miatt igen összetett. A három lehetőség közül a formai részeket ütemegységekben,³⁷ nyolcad értékekben,³⁸ vagy a tényleges időtartam³⁹ alapján mérni, itt az utolsó kínálkozik leginkább megfelelőnek, mivel ezen a módon a váltakozó ütemegységeket és a tempóvariálódásait is figyelembe vehetjük. Ehhez még a Bartók által praktizált metódust, egy mű (ill. egyes tételek, ill. tételrészek) kronometrikus feljegyzése vesszük hozzá és alkalmazzuk.⁴⁰

Egy megfelelő interpretáció alapján⁴¹ egy 6'30"-es időtartamú játékból kiindulva a tétel menetében két fordulópont ill. tagolódás rendelhető tisztán hallhatóan és mérhetően az arányokhoz. Egyrésztől 2'29" után (34. ü.-ben): itt kezdődik a váltás az üstdob által hangsúlyozva a tompított vonósokról nyílt vonóshangzásra, és ezzel a csúcspontra irányuló átvezető részre is; másrésztől 4'01"-nél (56./57. ü.): az egész tétel cél- és csúcsponti területénél.⁴² Mindkét pillanat három nagy ívbe tagolja mű teljes menetét, melynek arányai centrális an-összetett formában képzik le az arány arányokat (131. á.).⁴³

³⁷ Az ütemegységek számolására Lendvai E. (1953) az arány szerinti interpretációjában vállalkozik. Lendvai itt a különböző ütemfajtákat egységesíti – $\frac{5}{8}$ -tól $\frac{12}{8}$ -os ütemmutatókig terjedően – egy ütem-szakasz-elgondolás indoklásával, melyet egy ütemkezdő-súlyponttól (1. ü.) a következőig mér. Ez zeneileg teljesen érdekes és részlegesen érthető, mégis a tényleges ütemarányok tekintetében ténylegesen morfológiailag nem kompatibilis kapcsolatokhoz vezet.

³⁸ Az alternatív arányértelmezést az egységesen folyamatos nyolcad értékekre alapozva tárgyalja R. Howat a Lendvai-válaszában 1983-ban (ld. 30. l., Howat, 1983, 78f); itt a váltakozva különböző tempók (egy Δ = 108 – 126-ig terjedő ívben, továbbá kétszeres poco rall.-val) szintén az időben torzult arányokhoz vezetnek.

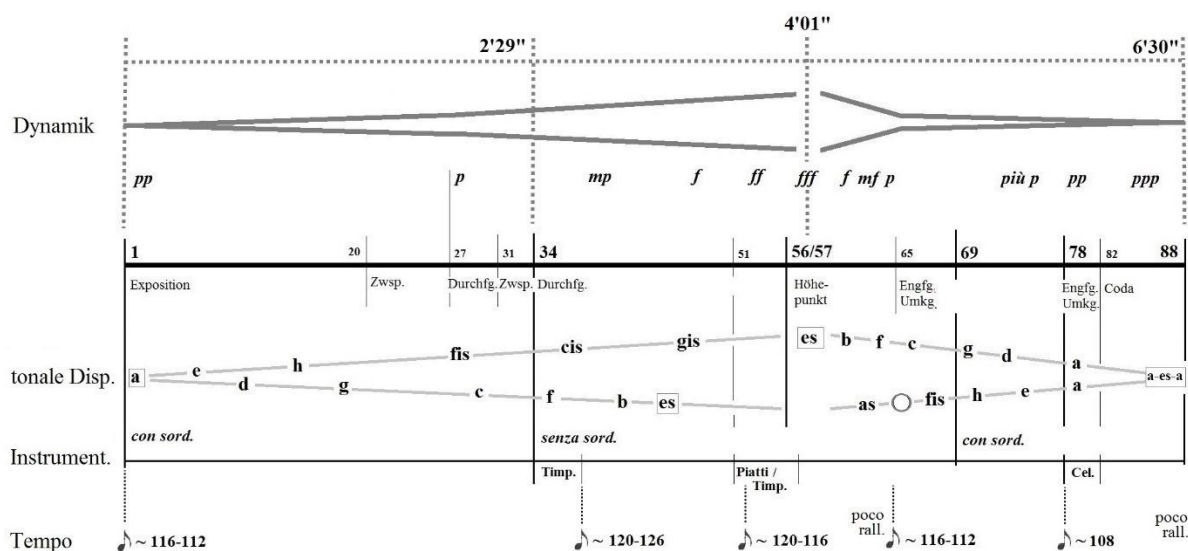
³⁹ Az időtartamok mérésének aspektusát (a partitúrában megadott, váltakozó tempók bevonásával) követi Larry J. Solomon is a kiadatlan *Symmetry as a Compositional Determinant* (University of West Virginia, 1973) disszertációjában; részleteiben lásd itt: <http://solomonsmusic.net/diss7.htm>. – Solomon kiértékelésének alapját (kiindulva a megadott tempók középértékeiből) egy 6'05"-es teljes tartam alkotja, mely ezzel 25"-cel rövidebb, mint ahogy az a partitúrában megadott; ebből állapítja meg arány arányban lévő felosztások sokaságát, melyek – megértve stratégiáját – mégis ismételtelen pontatlanul számoltak bizonyultak és ezen kívül túlnyomórészt 'idealizált' arányok látszatát keltik.

⁴⁰ Ld. 28. l. – Az 1. és 2. tételhez nyomtatásban nem áll rendelkezésre egyes tételek időtartamainak részletes meghatározása.

⁴¹ Chicago Symphony Orchestra, Sir Georg Solti, Orchestra Hall (Chicago, 1989), DECCA 430 352-2.

⁴² (6'30" =) 390" : 241" (4'01") : 149" (2'29"); az aránymetszés eszerint az 56 $\frac{1}{2}$. ütemben található.

⁴³ Az aránymetszés elve ebből a perspektívából nem csak számszerűen mutatkozik meggyőzőnek, hanem ugyanúgy a tétel mindenkor fejlődési ívének formai alakítójellemzői (ill. irányultságai) szempontjából is releváns: 1.-33. ü. a tétel struktúrájának lépésről lépésre való felépítése, első kibővülés; 34.-57. ü.: sűrűsödés, célravezetés, tovább haladó kibővülés 'egészen a peremig'; 58.-88. ü.: Visszavezetés, valamint redukció, fokozatos feloldás, koncentráció ('alvadás').



131. á. ^{44, 45}

A tétel teljes aszimmetrikus ívében felbukkan ugyanaz a fejlődési gesztus, mely a fúgató téma dallami formájához is alapul szolgál: úgy, mint a fúgató témanál is, melynek aszimmetrikus íve (7 + 11 + 9 + 9 ♩) a középtengely (18 + 18 ♩) által nyeri el a szimmetriát és egyensúlyt, a teljes formai, aszimmetrikus dinamikai lefolyás is az az első és a harmadik ív arányos megfelelése által részesül egy szimmetrikus kiegyensúlyozottságban. Ugyanez történik a tonális síkon: itt a folyamatosan aszimmetrikusan alakított dallami linearitás ill. ellenpont áll szemben a hangtérbeli kettős-kör berendezéssel.

A zene... első tételének zeneszerzői, mértani és organikus evolutív gondolkodás által formált szerkezete ezzel a természet organikus növekedési formáinak alakulásával egy teljesen közeli eszmeiségét mutatja.

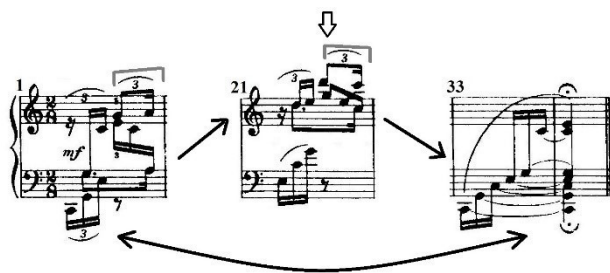
⁴⁴ A két nagy bemetszés további formai alakító pillanatai ugyan egyesével közelítenek az arany arányhoz, kronometrikailag mégis a teljes tartam által megadott aránysorozaton kívül állnak. A második közjáték (21-26. ü.) kivétel a 22⁴-es hosszúságával; ez az érték ugyan megtalálható a tovább haladó arany aránysorban 390 : 241 : 149 : 92 : 57 : 35 : 22 (mp.), de megfelelően hozzátartozó, a folyamatos osztásból kiinduló hivatkozás nélkül egyedül áll és ezzel mellékes jelenséggé válik.

⁴⁵ Az itt bemutatott, kronometrikusan-arányos kiértékelés észrevehetően eltér Lendvai, Solomon és Howat részletes-komplex arányépítkezésétől. Meglepő a részleges egyetértés (az említett két tagolódási momentumnál) Lendvai ütemszerű számolási módszerével. A Fibonacci-sort alapján való tájékozódása számszerűen vezet többszöri nézeteltérésekhez, mely által a visszakövetkeztetések szándékosnak ható, ill. 'idealizált' eredmények felé hajlanak. De mégis egy olyan nyomot követ, mely az itt alkalmazott kronometrikus időmérés által (legalább részben) beigazolódik (Ld. ehhez a 'Mese a kis légyről' analízisét, 7.9. fejt.).

A feltevés, hogy Bartók e tételt tudatosan konstruálta az aranymetszés számarányai alapján, mint ahogy az a téma különböző zenetudományos vitáiból kiderül, problematikus. Mégis, a tétel zeneszerző által biztosan tudatosan formált aszimmetrikus íve világosan látható abban, ahogy a három felőlrendelt fázis lefolyása, mint nagy tagolás tűnik fel, melyek kronometrikusan egyértelműen egy kettős kapcsolatban állnak az aranymetszés aszimmetriájával.

7.7 Frédéric Chopin – Prelúd Nr. 1 (op. 28)⁴⁶

Frédéric Chopin *24 prelúd, op. 28* (1839) gyűjteményes művének első darabja a dallami, harmóniai, valamint dinamikai fejlődésében többszörös aránykapcsolatot mutat fel arany-metszésben. Kiindulva a darab teljes hosszából, mely itt 34 ütemével Fibonacci szám-sorának kontextusában áll, a dallami síkon a jobb kéz külső szólamainak szekund-motivikája, a 21. ütem felé tartva a hangterület csúcspontja felé irányul (major/kibővülés). Ezt az azt követő 13 ütemben egy egyre inkább megnyugvó visszavezetés (minor/csökkentés) követi a darab kezdetének hangzásterében (65. kpl.).⁴⁷



65. kpl.

A harmóniai menet egyrészt az első kadenciával záruló ívben, a 8. ütem felé megy végbe; másrészt erősebben lép előtérbe a 13. ütemben belépő, felfelé irányuló kromatika által is, melynek következtében világos harmóniai színezetek következnek, különösen a c-cisz¹ (13. ü.) és a g-gisz¹ (19. ü.) bővített oktávok által (66. kpl.).

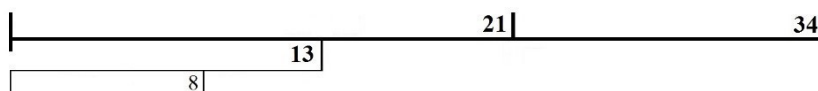
A csúcspont felé fokozódó középrész a dinamikai intenzitás növekedésével (13.-21. ü.: crescendo), valamint a 'stretto' (17. ü.-től) előadási utasítás által is egy összességében tiszta, plasztikus kontúrt és egy egyértelmű irányultságot kap a zenei mozgás 21. ütemben található céljához.⁴⁸ Összhangban az innen lefelé szálló dallami mozgásiránnyal és a szintén megpihenő harmóniai menettel a dinamika (a 25. ü.-től) először *p*-vá, végül *pp*-vá (33. ü.) szelídül.

⁴⁶ A bemutatás Allen A. Dorfman, uo., 306-314 valamint Kenneth P. Kirk, uo., 62f utalásain alapszik.

⁴⁷ A pontos arányszámok: **34 : 21,01 : 12,99 : 8,02** (ütemek) ill. **68 : 42,02 : 25,98 : 16,04** (negyedek).

⁴⁸ A 'stretto'-val összekötött mozgás gyorsítása, valamint a záróütembe kottázott korona is, itt az aránybéli keret tekintetbe vételével, valamint a részek egymáshoz való vonatkozásában, mint formaintegrált idő-eltérések ténylegesen csekély időbeli következménye értendő és ezért számolásban a továbbiakban nem tekintetbe vett.

Ezzel a *Nr. 1. prelűd* a **34**-ütemes formai lefolyása elsődlegesen a **21.** ütemben lévő csúcspont által tagolt; azt követi a harmóniai-kromatikus fokozás a **13.** ütemben, valamint a bevezető **8**-ütemes kadenciaív (132. á.).



132. á.

PRÉLUDE.

F. CHOPIN. Op. 28, No 1.

Agitato.

1. *mf*

7

13

cresc.

14

stretto

21 13

21

28

rit. *pp*

7.8 Wilhelm Killmayer – *Nachtgedanken* (zenekarra)

Wilhelm Killmayer *Nachtgedanken* c. zenekari műve 1973-ban, megbízásra készült a Salzburgi Ünnepi Játékokra és ott ugyanabban az évben meg is történt az ősbemutatója. Killmayer a Goethe költészetéből kölcsönvett címmel egy költői szürreális kép-és hangzásvilágra asszociál, mely az éjszakai belső lelki történéseket körbejárva írja le.⁴⁹ Tekintve a művet és a zeneszerzés folyamatát, kifejti: „A formai analízishez csak azt mondhatom, hogy egy fantáziadarabról van szó és, hogy a zeneszerzés közben a fantáziámat, a feszültséggel és annak oldásával kapcsolatos érzéseimet, nem pedig egy szándékos felépítési tervet követtem.”

Az egytételes mű időtartama, mely a keletkező és ismét feloldódó feszültségi területek váltakozásával folyamatosan tovább fejlődik, kb. 15′ percben meghatározott. Az alapjául szolgáló tempó (♩ = 66) itt egy állandó mértéket mutat, mely sem tempóváltások, sem átmeneti tempók által nem változik. A klasszikus zenekari összetétel⁵⁰ harangjátékon, vibrafonon és a gongon kívül egy marimbafonnal bővül ki, mely a triolás ostinátóban felcsendülő esz¹ hanggal, mint egyfajta ‘hangzás-központ’ adja alapját a zenei alakulásnak (67. kpl.).

67. kpl.

⁴⁹ Killmayer így fogalmaz „(...) mint egyfajta mottó, vagy hozzá-hangolódási lehetőség (...): Az éjjeli harangszó alatt elfolyik az idő, melyet már nem fénnel mérünk, csak a napközben történt dolgokra való emlékezéssel. Minél jobban eltávolodik az éjszaka a nappaltól, annál inkább úgy tűnik, hogy az idő megáll. Ami szorongást és újra feloldást okoz, az most mind kibontakozik, felbukkan a tudatalattinkból, egészen az álomig hatalmába kerít minket még álmainkban is. Belső hangunk mindig erősebbé válik, hallhatóvá lesz, gondolataink körülötte tolonganak és gyötrik is, már nem megszabhatók, egymásba nőnek, a gondolataink már nem választódnak el önmagunktól: lélegezni kezdenek.” – A zeneszerző egy a Salzburgi Ünnepi Játékokhoz írt leveléből; nyomtatva a *Nachtgedanken für Orchester* partitúrájának előszavában, Schott Ed. 6658 (Mainz, 1976).

⁵⁰ 2 fuvola (2° anche piccolo), 2 oboa (2° anche angolkürt), 3 b-klarinét, 2 fagotti / 2 f-kürt, 1 b-trombita, 3 harsona / marimbafon, vibrafon (mindegyik erősítővel), harangjáték (Campanelli), d- Gong / hegedű I, hegedű II, brácsa, cselló, nagybőgő.

E lüktető hangzási folytonosság felett és alatt bontakoznak ki a zene gondolatok a különbözően fellépő zenekari tartományok formailag nyolcreszes menetében; a két központi csúcsponti területre való irányultság (75.-78. ü. és 119.-124. ü.) felülrendelten három nagy lefolyási ívet hoz létre.

Az első nagy ív először is a hangzási, valamint tematikus expozíciót (1.-30. ü.) öleli fel; utána a motivikus-tematikus gondolatfejlődés első kiindulását (31.-47. ü.), és az ahhoz kapcsolódó további sűrűsödést és intenzívebbé válást (48.-62. ü. és 63.-74. ü.). A darab menete a 75. ütemben egy többütemes kulminációba torkollik (68. kpl.).

The image displays a page of a musical score, specifically measures 74 through 78. The score is written for a large orchestra. The instruments listed on the left include Flute 1 (Fl. 1), Piccolo (Picc. (2)), Oboe 1 and 2 (Ob. 1, 2), Clarinet in B-flat (Clar. (Bb)), Bassoon 1 and 2 (Fag. 1, 2), Horn (Camp. nelli), Trumpet (Mar.), Violin I and II (Viol. I, II), Viola (Vle. div. in 3), Violoncello (Vcl.), and Double Bass (Cb.). The score features various musical notations, including notes, rests, and dynamic markings such as 'cresc.' (crescendo), 'ff' (fortissimo), and 'molto'. There are also tempo markings like 'piu' and 'molto'. The measures are numbered 74, 75, 76, 77, and 78 at the top. The score is divided into two systems, with measures 74-75 in the first system and measures 76-78 in the second system. The notation includes various musical symbols, such as clefs, key signatures, and time signatures, indicating a complex and detailed musical composition.

68. kpl.

Ebből fejlődik ki a második nagy ív, először, mint a megelőző csúcspont ki-és utócsengése, a 79.-90. ütemekben hangsúlyos harsonahangzással, aztán mint átvezetésszerű tematikus gondolatszövés a hangszercsoportok kölcsönhatásában, mely a 17. ütemtől fellépő kürt szóló és a magas fekvésben csillámló hegedűtrillák által szemlátomást *fokozva* csendül fel. A marimba-fon makacs ritmikáját a vonósok is átveszik és egy a 119. ütemtől tizenkét ütemen keresztül tartó crescendoval térnek át a mű fő kulminációjára (69. kpl.).

119

Fl. 1
Picc. (2)
Ob. 1
Ob. 2
Clar. 2 (Sib)
Fag. 1
Fag. 2
Cor. (Fa)
Trb. (Sib)
Trbnl. 1
Trbnl. 2
Camp.
Mar.
Gong
4 Soli
Viol. I
gli altri
Viol. II
gli altri
1^{ma} metà Vle.
2^a metà Vle.
Vcl.
Cb.

*) mindestens 1 Posaune
**) größte Lautstärke

69. kpl.

E szélesen feszülő fejlődés leépítése és visszavezetése a kapcsolódó harmadik íven belül három szakaszra tagolt: egy tematikusan reflektáló átvezető részre (125.-161. ü.), mely a vibrafon osztinátós (c^2 szinkópásan eltolt félértékekkel történő) hangismétléseivel kísért; azt követően a harsona-hangsúlyok újrafelvételével – most kvázi ‘defenzív’ *pp*-ban (162.-170. ü.) – fuvola és vonósok visszhangzó dialógusával (180. ü.-ig), és aztán a magas vonósok egy ritmikailag feltűnő hangzásterének hirtelen kibontakozásával (181.-191. ü.), mely szemlátó-mást komplex módon részletezett és *ff*-ba vezet (70. kpl.),⁵¹ ezután viszont újra elvékonyodik és feloldódik.

70. kpl.

⁵¹ A vonósok hangzásterében ritmikai egymásra-épülések történnek, melyek a 3 : 5 : 8 és a 9 : 12 (megf. 3 : 4) aránykapcsolatokat tartalmazzák.

A kóda-rész zárásával darab végül a szemlátomást elcsendesedő marimbafon hangjának egyhangúságába fejlődik vissza (192. ü.), melyet a mélyvonósok egy d-moll szextakkordja *pp*-ban, végül *morendo* al *pppp*-ban (71. ü.) támaszt alá.

The image shows a musical score for measures 192 and 196. The score is for three parts: Marimba (Mar.), Violoncello Solo (Vcl. Solo), and Cello 2 Soli (Cb. 2 Soli). Measure 192 shows the Marimba playing a continuous eighth-note pattern, while the strings play a sustained chord. Measure 196 shows the Marimba playing a similar pattern, but the strings are marked 'morendo pppp'. The score includes dynamic markings like 'dim. poco a poco' and 'perdendosi'.

71. kpl.

A mű háromrészes hídformájának időbeli arányai felül-és alárendelt szimmetrikus és aszimmetrikus összefüggéseket mutatnak. Szimmetrikus itt: az első nagy ív (1.-74. ü.) a harmadik ívhez (125-199. ü.), valamint egy alárendelt síkon az expozíció⁵² bevezető első 18 üteme a kóda (181-199. ü.) 18 üteméhez. Az aszimmetrikus arányok az arany aránysorból következnek, mely – kiindulva az 199 ($\frac{4}{4}$) ütem⁵³ összességéből – a **199 : 123 : 76 : 47 : 29 : 18** sornak felel meg.⁵⁴ Itt a mű két csúcsponti területre való felülrendelt irányultsága formai ritmikájával (1 : 76 : 123 : 199 ütemek) egy centrálisan-összetett alakot képez. A továbbiakban az első ív 47 : 29 ütemre (a második részről a harmadik részre való átmenetnél a 47/48. ütemben) tagolása követi a szubszekutív arany sort. Ugyanez az arány egy inkább

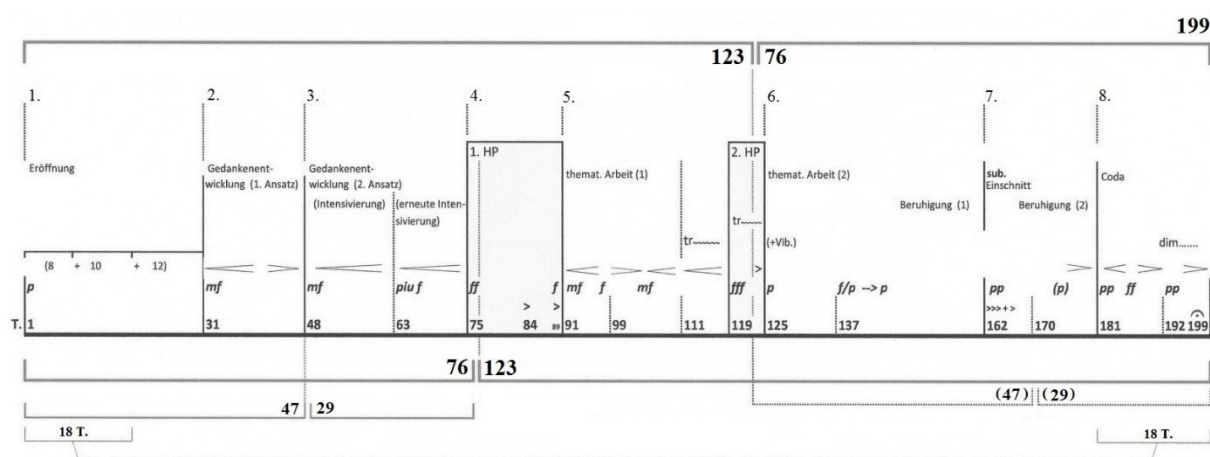
⁵² A mű expozíciója a 19. ütem kezdetekor a fuvalák és az első hegedűk lehajló szekundmotívumának sub. *f* hangsúlya által tagolódik 18 + 12 ütemre.

⁵³ Eltérések itt csupán a 74. ütem miatt (az egyetlen $\frac{5}{4}$ -es ütem) és a 199. ü.-ben lévő záró fermáta miatt vannak.

⁵⁴ A pontos számok: **199 : 122,98 : 76,00 : 46,97 : 29,03 : 17,94** (ütemek), ill. (az $\frac{5}{4}$ -es ütem is beleértendő, de a záró fermáta beleszámítása nélkül) **797 : 492,5 : 304,4 : 188,1 : 116,3 : 71,8** (negyedek).

alárendelt szerepet játszik még a mű harmadik ívében, melyben az elhalkuló harsonák hangsúlyai (170. ü.) ugyanazt 47 : 29 ütemre tagolják.

Az egész felépítés áttekintve a következőképpen vázolható (133. á.):



133. á.

A *Nachtgedanken* zenekari mű a megnevezett arányos szempontok szerint arany metszésben szimmetrikus és aszimmetrikus formaadás kapcsolatát ábrázolja; a mű elsődlegesen aszimmetrikus formai dinamikája a másodlagos, szubszekutív formai arányokban ‘önhasonlóan’ tűnik fel ismét. A ritmikus hangzásterület szerkezetében (181-191. ü.) a mikro-strukturálisan alkalmazott 3 : 5 : 8 arányok a nagy formai tagolódást (3 + 2 + 3 formarész) tükrözik, mely a kompozíció fő építőművészetét jelenti; ezzel (megközelítően pontosan) megegyeznek a 75 : 125 : 200 ütemek formailag markáns állomásai.

Az itt bemutatott analízis aspektusainak tekintetében a zeneszerző egy, a szerzővel folytatott telefonbeszélgetésben újra megerősítette, hogy az arányos kapcsolatok a mű felépítésében pusztán zeneileg-intuitívan alkalmazottak és nem a priori tervezettek voltak; az aránykapcsolatok itt szóban forgó alkalmazása az ő véleménye szerint egy “a zenei formaérzék nyilvánvalóan természetesen létező alkotóelemét” mutatja.

7.9 Bartók Béla – Mese a kis légyről (Mikrokozmosz VI) ⁵⁵

A *Mikrokozmosz* (1926-39) VI. kötetéből *Mese a kis légyről* darabban Bartók politonális mozgás- és hangzásstruktúrákat szűk hangközi térben kezel ⁵⁶ túlnyomórészt lineáris formálással. A ritmikai menet szabályosan szabálytalan: folyást váltakozó ritmikai egységeket átmenetileg ismétlésekkel megerősít, mégis azonnal tovább variálja; a darab végéhez közeledve a folyamat szabályos struktúrái vannak túlsúlyban. Az egy hang szekundus körbejátszásának alapötletéből (1. ü.: g^1 , 2. ü.: asz^1) különböző hangzási mozgások jönnek létre, melyek organikusan fejlődnek ki egymásból. Zökkenőmentesen kapcsolódnak egymáshoz, de a teljes folyamatban egyidejűleg egymástól elkülönülő formai részeket képeznek.

A bevezető (Allegro/♩ = 146) rész háromrészesen nyúlik szét ⁵⁷ összesen 34 ütemen keresztül. A g^1 hangtengelytől kiindulva, két kromatikus egymásba ható vonal indul el, melyek a hangzási területet felfelé a legközelebbi oktávtérbe vezetik (35.-40. ü.). ⁵⁸ Az ezzel kialakított fokozás többszólamú-akkordikus hangzásokban folytatódik és a 49. ütemben ‘molto agitato e lamentoso’-ba (Agitato/♩ = 160), azt követően pedig, a szabálytalanul-kitartó hangzás-ismétlésekkel, összeszűkülő hangközökkel, valamint sfz-hangsúlyokkal és crescendóval felerősödve, a darab cél- és csúcspontjába torkollik, sff az 59./1 ü.-ben. Most az előző növekvő kromatikával megegyezve lineáris-kiegészítő szálak kromatikusan lefelé vezetnek – először lefelé tartva, aztán ismét felfelé haladva ⁵⁹ – vissza a kiindulási g^1 hangtengelyhez (72.-75. ü.). A 76. ütemtől következő, a g^1 feletti egymásba szőtt, bitonális arpeggiók a darab szintén háromrészest ⁶⁰ zárórészét nyitják meg, melyben szemlátomást dinamikailag megnyugodva továbbá ritmikailag fokozatosan előre haladva, a g^1 központi hang most a hosszan kitartott záróhanggá válik.

Az egyes formarészek arányos kapcsolatainak tekintetében ennél a zongoradarabnál sem folyamatos egységes időbeli mérték, sem pedig arányosan összeegyeztethető tempóbeli relációk nem állnak rendelkezésre. ⁶¹ A darab időtartalmát szemlélve, mégis a formai menet

⁵⁵ Az utalás az ebben a zongoradarabban található aranymetszésre Lendvai E.-től származik (Ld. Ij. 30 a 7.6. f.-ben).

⁵⁶ A leginkább alkalmazott hangközök a kis és nagy szekundok; azon kívül még a teljes hangmenet csupán a – b^2 ambitusban játszódik le.

⁵⁷ Az első rész tagolódása az 1.-13., 14.-25. és 26.-34. ütemekben történik.

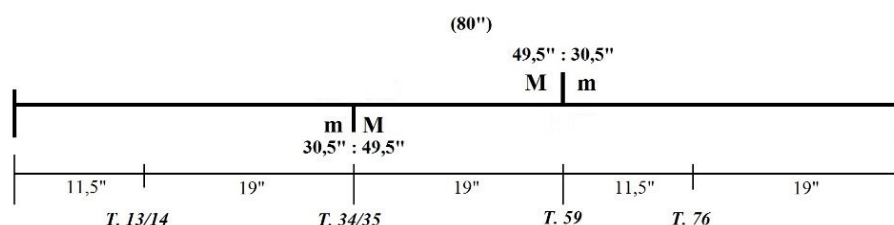
⁵⁸ A dallami emelkedés a kíséző poco string. és a poco a poco cresc. által hangsúlyozódik.

⁵⁹ A kromatikus lefelé mozgás itt – a megfelelő 5 ütemet átfogó gesztusok arányában (35.-40. ü.) – aszimmetrikusan zajlik: 9,5 ütemen át lefelé, majd 3,5 ütemen keresztül felfelé.

⁶⁰ A következő szakaszok értendők: 76.-87. ü., 88.-97. és 98.-103. ü.

⁶¹ Az egyenlőtlen átmeneti tempó a 35.-48. ütemekben, továbbá a két tempó (♩ = 146 : 160) komplex időrelációi csak nehezen tesznek lehetővé egy hanghosszúságarányaiban matematikailag pontosan kiszámítható mértéket.

több tagolódási momentuma illeszkedik az arany arányok harmonikus összefüggésébe.⁶² Kiindulva egy 80“-es hosszúságból, az aránysor így hangzik **80“ : 49,5“ : 30,5“ : 19“ : 11,5“**.⁶³ Az szimmetrikusan tagoló csúcspontot (az 59./1 ü.-ben) 49,5“ után éri el. Az azt követő leszálló kromatika a teljes folyamat egy fordulópontját képi; ezzel összhangban van a megelőző, felszálló kromatika a 35. ütemben, mely 30,5“-nél kezdődik. E két egymásra utaló mozgási gesztus a darabot elsődlegesen egy centrálisan-összetett formába tagolja; ehhez még másodlagos tagolódások jönnek a 76. ü.-ben, a zárócsoporthoz kezdete 61“ után, továbbá a 14. ü., az első rész 11,5“ utáni tagolódása (134. á. és 72. kpl.).



134. á.

Ez az arány-analízis ugyan kapcsolódik Lendvai Ernőéhez, mégis egy teljesen más utat követ⁶⁴ és jut ezáltal egy részletes, továbbá pontosabb kiértékeléshez.⁶⁵ Az arányok kronometrikus kiszámítása itt – mint ezt megelőzően Bartók *Zené*-jében – a váltakozó tempók, valamint a kitágult tempóátmenetek tekintetében adekvátabbnak tűnik; főképp mivel, mint már kifejtettem, Bartók maga is ezt a gyakorlatot folytatta.

⁶² Az formai részek időtartam-számolásának alapja itt Sándor Györgytől vett. (Sándor György, *Bartók Mikrokosmos / Complete Edition*, Sony Music, 1956/1992, CD 2, 46); a játék tartama: 1'20".

⁶³ A pontos számok: **80 : 49,44 : 30,56 : 18,88 : 11,68** (másodperc).

⁶⁴ Lendvai leírja: „...a mese a kis légyről aranymetszése a darab csúcspontját mutatja, a kétszeres sforzatot (a számításnál a ¾, mint másfél ütem számolandó)...“ (uo.).

⁶⁵ Lendvai számolási módjánál, mely folyvást azonos értékű negyedértékeket vesz alapul, az aranymetszés két ütemmel áthelyeződik és (a ssf-csúcsponttól eltérve) a 61. ü. kezdetére esik és ezzel egy átmeneti pillanatra a kromatikusan leszálló dallamban (ld. 72. kpl.): a negyedek összértéke 225, az aranymetszés 225 : 139-nek (negyedek) felelne meg. Eltekintve a pontatlan számolási módtól, az is meglepő, hogy Lendvai itt egy olyan módszert ad meg, melytől kifejezetten távolságtartóan írt *Remarks on Roy Howat's 'Principles of Proportional Analysis'* (Music Analysis, Vol. 3, Nr. 3, Okt. 1984, pp. 255-264). A cikkének „Third question: selection of examples“ (256f. o.) szakaszában Lendvai kiélezi: „Accuracy controlled by perception and accuracy tested by calculation...“ és állást foglal: „...intuitively and empirically: my observation were founded on real experience.“ Lendvai az intuíciónak követve a csúcsponti tagolódás tekintetében ténylegesen korrektebb volt, mint azt a saját számolási tétele tulajdonképpen kifejtette; a további formai részletek nyilvánvalóan elkerülték a figyelmét (ld. ide a 7.6 fejez. nevezett szempontjait a 37. és 45. l. alatt).

From the Diary of a Fly
Ce que la mouche raconte
Aus dem Tagebuch einer Fliege

Allegro, $\text{♩} = 148$

142 *pp* *sopra*

6 *sotto*

12 11,5"

19

26 *mp*

31 *poco string.* *sotto* *poco* *sopra* 30,5"

36 *poco cresc.* *sopra* *sotto*

42

Agitato, $\text{♩} = 180$

47 *mf, molto agitato e lamentoso* *sf*

51 *sf* *cresc.* *sf*

56 *sf* *con gioia, leggero* *sopra* *fff, f, dim.* *sotto* 49,5"

61 *sotto* *sopra* *sotto* *sopra*

68 *p* *sopra* *sotto*

74 *poco cresc.* 61"

79 *dim.*

84 *pp*

89

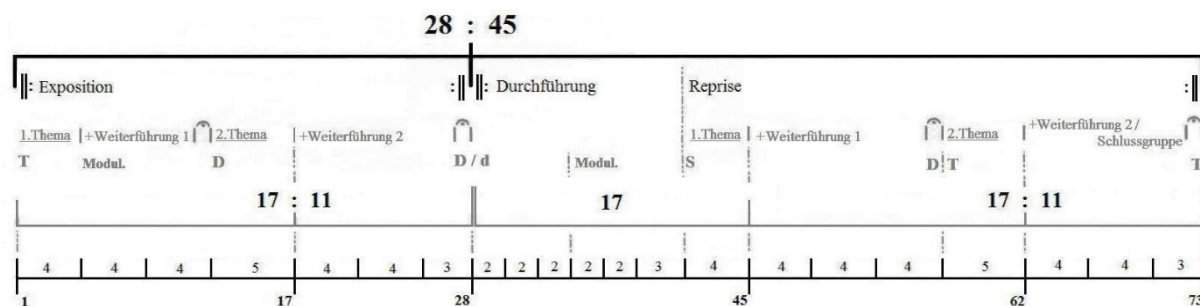
96 *pp* 103 80"

7.10 Wolfgang Amadeus Mozart – C-dúr zongoraszonáta, KV 545 (1. tétel) ⁶⁶

Mozart 1788-ben, Bécsben komponált 16., *C-dúr zongoraszonátájának* első tételét egy világosan tagolt zenei gondolatmenet jellemzi, mely elsődlegesen a szimmetrikus periódusképzés által meghatározott. Kiindulva a túlnyomórészt négyütemes formálási egységekből,⁶⁷ mégis egyes ívek – mindenek előtt átmenetek és zárlatok – ismételten nyújtva vagy rövidítve tűnnek fel, úgy, hogy a főként uralkodó szimmetrikus lefolyás egyidejűleg aszimmetrikus arányokat is magával hoz.

Lényeges a tétel fő tagolódása, mely összesen 73 ütemet ölel fel. Felosztása a kitáruló első és az átvezető második részre 28 a 45-höz ütemes aránnyal arány képez arányt egy minor/major-sorrenddel. A felülrendelt arány tagolódás ehhez mindkét szakaszban egyes formai metszéspontokon folytatódik a **73 : 45 : 28 : 17 : 11** szubszekutív arányokkal.⁶⁸

A tétel felépítése vázlatosan a következő módon ábrázolható (135. á.):



135. á.

Mialatt az első rész a 2. téma zárásával messzemenően 17 : 11 ütemre tagolt, a második rész mindkét témazárlatával, a 45. és a 62. ütemekben is a 17 : 17 : 11 aránykapcsolattal zajlik. E szonáta első tételének formai menetében a szimmetrikus megfelelési-arányok mellett így többszörös tagolódásokat is mutat aránymetszésben (73. kpl.).⁶⁹

⁶⁶ E tétel tagolódására való utalás (73 : 45 : 28) t.k. Joonas Kokkonen és John F. Putz (ld. 16. l.j., 86. o.), valamint Charles Madden, uo., 168f különböző publikációiban bukkan fel. A fő tagolódás és a tétel további formális felépítése közötti összefüggést ott mégsem dolgozzák ki részletesen.

⁶⁷ Az ebben a tételben található alakítóegységek összesen 11 x négyütemesek, 5 x kétütemesek, 3 x háromütemesek és 2 x ötütemesek.

⁶⁸ A pontos számok **73 : 45,11 : 27,89 : 17,22 : 10,67** (ütem).

⁶⁹ A szonáta következő tételeiben ez a szimmetrikus-aszimmetrikus arányképzés nem folytatódik tovább.

SONATE

Komponiert in Wien 1788

KV 545

Allegro

16.

20.

23.

26.

28.

45.

29.

32.

35.

38.

41.

45.

48.

51.

54.

57.

60.

63.

66.

69.

71.

73.

7.11 Guillaume de Machaut – Tant doucement (Rondó) ^{70,71}

Guillaume de Machaut a *Tant doucement*-ben nyolcsoros szerkezetű költeményét egy négy-szólamú vokális kompozícióvá írja át, melynek szövegi-zenei menete többszörös arany-metszésbeli aránykapcsolatokhoz vezet.

A költemény felépítése formailag és tartalmilag is a rondó szerkezetét mutatja:⁷²

Tant doucement me sens emprisonnés	A
Qu'onques amans n'ot si douce prison.	B
Jamais ne quier estre desprisonnés.	a
Tant doucement me sens emprisonnés;	A
Car tous biens m'est en ceste prison nez	a
Que dame puet donner sans mesprison.	b
Tant doucement me sens emprisonnés	A
Qu'onques amans n'ot si douce prison. ⁷³	B

A szerkezetet meghatározó **A** és **B** szövegsorokat Machaut két különböző hosszúságú szakaszban zenésíti meg, melyek 108 negyedes teljes terjedelme 66 és 42 negyedre felosztott és ezzel egy (megközelítőleg pontos) arany arányt képez.⁷⁴ Az első szakaszon belül (**A**) további két nyugalmi hangzás tagolja az amúgy általában folyó, többszólamúan egymásba fonódó mozgási menetet: az első 33 negyed után jelöli meg e rész szimmetrikus közepét, a második az ehhez kapcsolódó szakasz felét (13 a 20 negyedhez) tagolja aranymetszésben.⁷⁵ A második (**B**) szakaszban nincsenek ennek megfelelő nyugalmi hangzások ill. formai tagoló momentumok (136. á.).

⁷⁰ A *Tant doucement* a 9. (R 9) a 22 Guillaume de Machaut által zenévé formált rondó közül; így összesen 66 rondó-költeményéből a megzenésítettek az egyharmadát ölelik fel. Kompozíciós megvalósításai többnyire háromszólamúak, emellett kétszólamúak is, valamint itt és a Nr. 10-ben (*Rose, liz, printemps, verdure* / R 10) négyzólamúak.

⁷¹ A szemléltetés Newman W. Powell (ld. 18. l.j., 86. o.) utalásán alapszik.

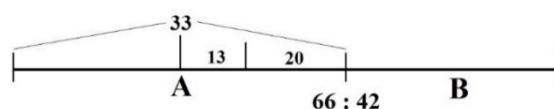
⁷² A rondók lényeges jellemzőihez tartozik, hogy csupán két rím képződik: így a formai (rím-) hozzárendelések itt **A** (ill. **a**) és **B** (ill. **b**).

⁷³ David Wyatt angol szövegfordítása a következő:

So sweetly do I feel myself imprisoned / That a lover never had so sweet a prison.
Never do I ask to be freed from prison, / So sweetly do I feel myself imprisoned.
For all good things are born to me in this prison / That a lady can give without blame.
So sweetly do I feel myself imprisoned / That a lover never had so sweet a prison.

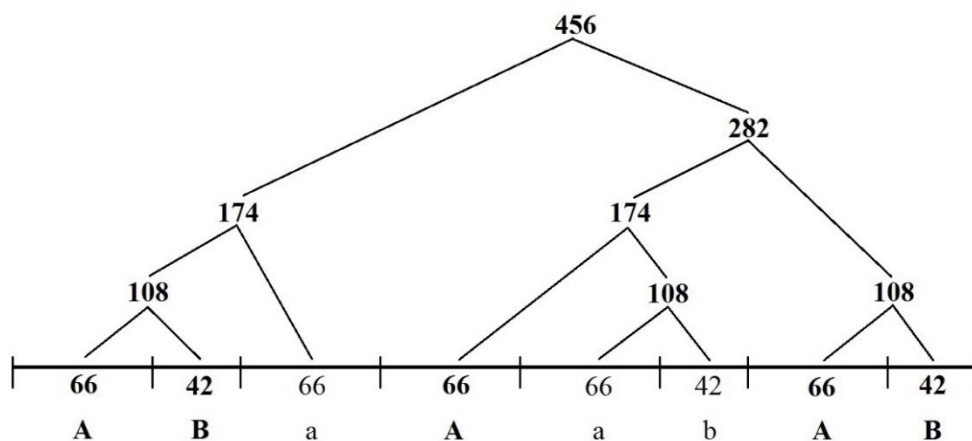
⁷⁴ A pontos számértékek **108 : 66,74 : 41,26** (negyed) a teljes hosszhoz való kapcsolatukban csak csekélyen térnek el.

⁷⁵ A pontos számok itt **33 : 20,39 : 12,61** (negyed).



136. á.⁷⁶

A darab elsődlegesen szöveges formából kiinduló teljes formája a zenei **A**- ill. **B**-részek soronként variálódó újrafelvételével egy több síkon kibontakozó többszörös kapcsolatokkal teli arány-spektrumra fejlődik, melynek a **42 : 66 : 108 : 174 : 282 : 456** (negyed) arany összegző sor szolgál alapjául (137. á.).



137. á.

Az arany kapcsolatok hálója zeneileg egy előre haladó összegző sor-formában bontakozik ki; a darab teljes időbeli lefolyásában szemlátomást további arányos utalásokat nyit meg. A folytonosan kibővülő arany kapcsolatok ennél szintén rondószerűen kapcsolódnak az előző arányokhoz.

Különösen az arany metszésre jellemző önhasznós sokszorosítás tulajdonsága talál a rondó-megzenésítés e összeadott építőkockarendszerében egy prototípusos-reprezentatív megjelenítési formát, mint ugyanígy az aranymetszésre tipikus, növekvő szimmetrikus vonatkozások jelensége, mely itt is, mint aszimmetrikus arany kapcsolatok előre haladó összegzését kísérő jelenség lép fel.

⁷⁶ Ld. ehhez 74. kpl.

Vg N° 9 (4st.), A N° 1 (4st.) und 10 (2st.), G N° 8 (4st.), C N° 4 (4st.), E N° 3 (4st.), Pep. f. 35 (4st., im Remde de Fortune); verloren in Trém. f. 32; Text auch:
M N° 8.

Triplum

1.4.7. Tant dou- - - - - ce - - - - ment me sens em- pri. - - - - -
3. Ja mais ne quier e- stre des pri. - - - - -
5. Car tous biens m'est en ce- ste pri. - - - - -

Contratenor

Tenor **A**

6

- - - - - son - - - - - son - - - - - son - - - - -

(33) (13)

66 42

12

- nes 2. & qu'on - - - - -
- nes, s. que - - - - -
nez - - - - -

(20) **B**

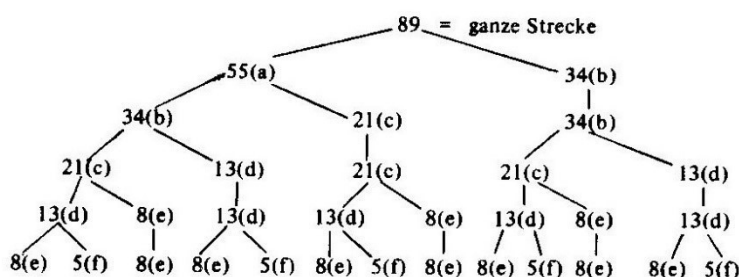
18

- ques a- mans n'ot si dou- ce pri- son.
da- me puet don- ner sans mes- pri- son.

7.12 Wolfgang Hofmann – Fünf Stücke für Streichorchester (Nr. I)⁷⁷

Wolfgang Hofmann a *Fünf Stücke für Streichorchester* (1972) c. művét *Goldener Schnitt und Komposition* c. esszéjének koncepciójával közvetlen összefüggésben komponálta. Ebben vázolja a zeneszerzési-kézműves gondolkodását, melyben a Bartók és Hindemith műveivel való foglalkozásának nyomai világosan felismerhetők.⁷⁸ Itt először egy elméleti modellt tervez el az arany metszéshez kérdéseire – annak átalakításához időtartamokra, klasszikus formai típusokra, melodikára, hangzatokra és modulációkra a Fibonacci-arányok segítségével – és ehhez kapcsolódva szemlélteti ezt a *Fünf Stücke für Streichorchester*⁷⁹ példáján. Az öt zenekari miniatúra közül a példaként az első tétel (Nr. 1) bemutatása következik.

A Nr. 1 (Molto Adagio / $\text{♩} = 48$) kívülről befelé tervezet, ezt azt jelenti, hogy a formai menet először arányokban és tartalmi vonatkozásokban vázolt (138. á.).



138. á.

Hofmann a hangirány tekintetében öt kiválasztott, hexaton hangzáshoz nyúlik vissza, melyek mindig egy 'hangnemnek' felelnek meg; alapját adják a mindenkori vízszintes és függőleges hangirányi kapcsolatoknak. A hangzás választékának jellemzője annak hangköz szerkezete, mely folyamatosan 3, 5 és 8 félhangból tevődik össze és ezzel egy szekstakkord felépítést képez; szintúgy a kvázi politonális dúr- és moll hármashangzatok egyidejűsége, melyek vízszintes tükrözésben egymáshoz illesztődnek (75. kpl.).

⁷⁷ Az itt bemutatott művek a következő írásból vettek: Wolfgang Hofmann, *Goldener Schnitt und Komposition – Versuch zur Fixierung eines Ordnungsprinzips* (Wilhelmshaven, 1973).

⁷⁸ Hofmann az arany metszés tekintetében (1959 után) közvetlenül Lendvai Bartók művészetéről szóló kifejtéseihez („Einführung in die Formen- und Harmoniewelt Bartóks“, ld. 17. l., 86. o.) kapcsolódik; a hangközök kategorizálása ismét Hindemith *Unterweisung im Tonsatz* (1937) c. művére támaszkodik Hofmann mindkét forrása, valamint a témához való írásos kifejtései is a zeneszerző kiadatlan hagyatékában találhatók.

⁷⁹ Hofmann ehhez a ciklushoz t.k. P. Hindemith azonos című *Fünf Stücke für Streichorchester* op. 44 Nr.47 (1927) műve inspirálta.



75. á. ⁸⁰

Ennek az öt alaphangnemnek a hangkészlete egyrészt a 12-szeres, kromatikus transzponálás lehetősége által, másrészt pedig diatonikus vagy kromatikus köztes hangok által gyarapodik, melyek különösen a hangsor sajátjaként meglévő kisterces távolságok által kínálóznak. A moduláció továbbra is egy lényeges szerepet játszik. Itt a mindenkor rokonsági értéke alapján, mely az azonos hangok számából vezethető le, ‘kemény’ (keves közös hang) és ‘puha’ modulációt (sok közös hang) különböztetünk meg.

Az első darabban, a formai ritmikával megegyezően, hét tonális hangterület csendül fel, melyek struktúrája a **IV.**, **II.** és **I.** hangnemből származik. A **IV.** hangnem c-ben és esz-ben is áll, a **II.** a-ban és g-ben, az **I.** a-ban és fisz-ben; a **IV.** pedig c-ben, mint tonális keret tűnik fel, azaz a darab kezdetén és végén található.

Az első két ütemben az I és II hegedűk (*p/pp*) nyitják a tételt; a **IV/c** hangnemet a zenekar fenti hangzásterületéről a középső hangzási területig szétterül.⁸¹ Ezt a 3. ütemben a brácsák egy rövid dallami ellenmozgása követi, melyhez a 4.-5. ütemben a hegedűk bevezető gesztusainak a csellók és nagybőgő általi rövidített imitációja kapcsolódik. A 6. ütemben: hirtelen akkordváltás (**II/a** hangnem – kemény moduláció),⁸² valamint dinamikai kontraszt (*mf*/molto vibrato); a következő, 7. ütemben az új akkordot az összes vonós (homofon módon) szekundos belső

⁸⁰ Carina Baumann, Wolfgang Hofmann Werkverzeichnis – Hofmanns Kompositionsstil und Kompositionssystem (Wilhelms-haven, 1999), 10

⁸¹ **IV/c** (l.f.) : c, esz, e, gesz, g,b,c-nek felel meg.

⁸² **II/a** : a, c, cisz, e, f, gisz-nek felel meg.

eltolódásokkal játssza. A 8. ütemben: újbóli dinamikai kontraszt a hegedűknél (*pp*), mely egy tremoló általi hangzás-árnyékot vet a brácsák, csellók és a nagybőgők fölé, mely alatt ezek az előző szekund dallamot diminuálva tovább vezetik. – Az 1.-8. ütemek arányai a $(8 : 5 : 8 =) 21 : 13 (= 8 : 5)$ -ből tevődnek össze (76. kpl.).

Fünf Stücke für Streichorchester
I Wolfgang Hofmann

Molto Adagio $\text{♩} = 48$

8 (c) 5 (f) 8 (e) 5 (f)
13 (d) 21 (c) 34 (b)

76. kpl.

A középső rész (9.-13. ü.) a 11. ütemig **I/a** hangnemben folytatódik.⁸³ Az új hangnem mind a hat hangja két ütemen keresztül (*pp*/ *senza vibr.*) mozdulatlanul áll a mélyvonósokban, amely felett mindkét hegedűszólam ugyanazt a hangkészletet (mint az 1.-2. ütemben) felülről lefelé szétteríti; az itt szintén kapcsolódó felfelé mozgást átveszik a csellók a 11. ütemben. A 12. ütemben egy (puha) moduláció kapcsolódik az **I/fisz** után;⁸⁴ a 9. és a 10. ütem gesztusai és

⁸³ **I/a**: a, b, cisz, d, e, g-nek felel meg.

⁸⁴ **I/fisz**: fisz, g, aisz, h, cisz, e-nek felel meg.

tartalma a 12.-13. ütemben ismételt feltűnik. – A középrész arányai a **8 : 5 : 8** (= 21) kapcsolatokból tevődnek össze;⁸⁵ e rész zárása **55 : 34** negyeddel egyúttal az egész darabot major/minor-arányba tagolja (77. kpl.).

Viol. I

Viol. II

Va.

Vc.

Kb.

8 (e) | 5 (f) | 8 (e) |

13 (d)

21 (e)

55 (a)

77. kpl.

A harmadik részben (14.-21. ü.) a mélyvonósok eltolt pizzicatojával először a felülrendelt arány tagolódás világos megjelölése történik; a **IV/esz** hangnem váltása egy újbóli (puha) modulációt eredményez.⁸⁶ Az egymás után belépő, halk tremolós szekund-fürtök belépései⁸⁷ felett három, különböző oktávlágéban két szólóhegedű mutat be egy rövid, kánonszerű közjátékot

⁸⁵ Itt világos vonatkozás a két külső arányra (azaz 9.-10. ü. és 12.-13. ü.)

⁸⁶ **IV/esz**: es, gesz, g, a, b, desz-nek felel meg.

⁸⁷ Itt az amúgy mindig választott hangnem szigorúan vétele a gisz hang körüli kromatikus kibővülése által egy egyedüli kivételt képez. – A szólóhegedűk kromatikus menete a 15./16. ütemben Hofmann szerint ezzel szemben szabályos.

(15.-16. ü.). A 17. ütem újból modulál, most (puhán) a **II/g** után. A hat hangból álló hangkészlet itt újra fentről lefelé terül szét;⁸⁸ A 18. ütemben a 7. ütemben lévő homofón, szekundosan egymásba tolódott hangzásbeliség gesztusa most *p*-ről (molto) *f*-ra fokozva – ismétlődik meg. Végül a rövid kóda a 19.-21. ütemben (túlnyomórészt *pp*-ban) dinamikailag kontrasztosan, egy utolsó hangnemváltással a kezdeti hangzási területen **IV/c** zár.⁸⁹ Mindkét hegedűszólamnak a 19.-20. ütemben történő szólamvezetése megfelel a kezdeti hangzás szétterítésének (1.-2. ü.); a 21. ütemben ismételten felhangzó mélyvonósok finoman zárják az első tételt akkordpettyezéssel. – E szakasz aránykapcsolatai pontosan megfelelnek az első rész kapcsolatainak: $(8 : 5 : 8 =) 21 : 13 (= 8 : 5)$; összegük (**34** negyed) egyúttal a teljes tétel minor-részét képezi (78. kpl.).

The musical score displays two staves for violins, measures 14 through 21. The notation includes various dynamic markings such as *molto vibrato*, *mf*, *pp*, *ppp*, *ppp senza vibrato*, *mp*, *f*, and *ppp*. Chordal changes are indicated by **IV/es**, **II/g**, and **IV/c**. The lower part of the image contains a diagram of the 34-measure phrase structure, showing groupings of 8 (e), 5 (f), and 13 (d) measures, totaling 34 (b) measures.

78. á. ⁹⁰

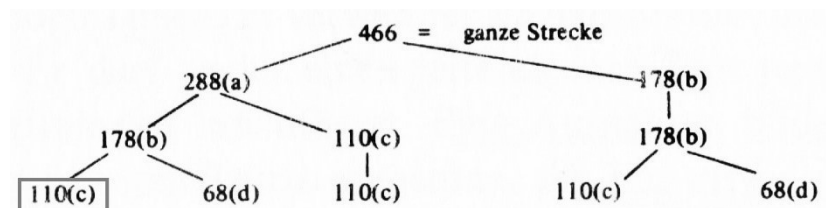
⁸⁸ **II/g** : g, b, h, d, esz, físz-nek felel meg.

⁸⁹ Ld. 78. lj.

⁹⁰ A 17./3 ütemben a 2. brácsa e-hangja nyomtatási hibaként értelmezhető (ld. az azt követő ütemet).

A *Fünf Stücke* teljes koncepciójával összefüggésben a Nr. 1 egy felülrendelt, az egésztől az egyes tételekre és azok formai részeibe belenyúló rendszer első szeletét mutatja, mely valamennyi tagot többszörös arány kapcsolatban köti össze egymással.

A minden tételt átfogó építkezési terv ilyenformán néz ki (139. á.):⁹¹



139. á.

Az első tétel tartama az arányos össz-felépítésben **110** másodperc (= 1'41"), hossza megfelel a harmadik és a negyedik tételnek; a második és az ötödik tétel **68** másodperces hosszúsággal ehhez egy (meglehetősen pontos) arány arányt képez.⁹² Ezen kívül a két első tételnek a harmadikhoz, valamint az első háromnak a maradék két tételhez való arányaiból felülrendelt major/minor-arányok adódnak. A mű teljes időtartama 466" másodpercet ölel fel, egy (ideális) 7' 46"-es játékidőnél.

Wolfgang Hofmann kicsiszolt zeneszerzési koncepciója, melynek Bartók és Hindemith recepciójához való hozzákapcsolódása szembetűnő, a *Fünf Stücke* példáján egy önmagában következetes rendszerként mutatkozik. Az arány major/minor arányok, tekintve a formai dinamikát és az idő-, és hangtérbeli rendezettségben lévő tartalmi vonatkozásokat, teljes egészében hatékonyan formálnak.

„Ez a „Fünf Stücke“ vonószekarra csak egy példa, csak egy a végtelenül sok, teljesen különböző lehetőség közül, az időszakasz felosztásának gondolatából kiindulva az arany metszés arányai szerint és ugyanezen gondolat által kijelölt öt hangnem tizenkét névleges hangjainak hangji terében komponálni...”⁹³ így kommentálja Hofmann esszéje végén a zeneszerzési szemléletét. Ezzel egyidejűleg az abszolutisztikus konstruktivizmus rendkívül részletesen átszervezett szisztematika szerint megjelenő irányzatát relativálja.

⁹¹ Az arany metszésben felbukkanó számarányok a (csekélyen kerekített) tartamot másodpercekben adják meg; ennek megfelelően az átszámítás minden tétel tempóválasztásánál különböző ütemszámokra és egységekre történik.

⁹² A pontos számok: **110 : 67,98** (mp).

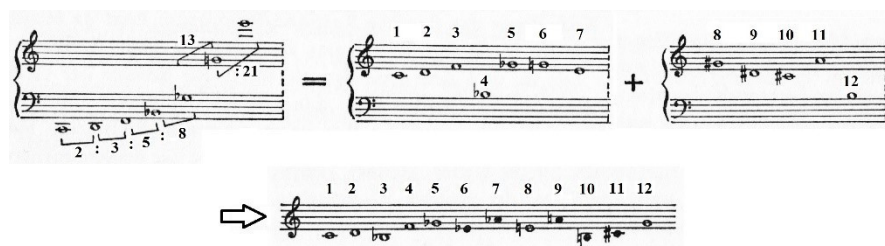
⁹³ Hofmann, uo., 94f. o.

7.13 Karl Schiske – Divertimento (op. 49)⁹⁴

A *Divertimento* tíz hangszerre vagy kamarazenekarra op. 49 (1963), mely a kiegészítő *Transformationen im goldenen Schnitt für 2 plus 3 plus 5 Instrumente* címet viseli, Karl Schiske utolsó kompozíciói közé tartozik. A szeriálisan tervezett mű centruma és kiindulási pontja, a Fibonacci-számsor, a komponistának egyfajta ‘arany megoldást’ mutat, szervességre és stilisztikai egységre való zeneszerzői törekvésének egy utolsó felfedezését. „Schiske számára az aranymetszés ezt jelentette: Egy szintézis végső stádiuma, egy utolsó egymáshoz illesztés és kapcsolatba helyezés. Aranymetszés, mint a reláció és arány egy archetípusa (...).”⁹⁵

Schiske értelmezésében és alkalmazásában a Fibonacci-számok és az aranymetszés ugyanúgy jelentős; számára a sor elemi 2 - 3 - 5 számterülete a nem jelentéktelen Φ -értéktől való eltérései ellenére is tartalmazza a szigorúan folyamatos reláció ‘arany eszméjét’ és válik egy alkotóelemmé, melyet sokszor alkalmaz:⁹⁶ A hangzás 2 fafűvósból (klarinét, fagott), 3 rézfűvósból (kürt, trombita, harsona) és 5 vonósból (2 hegedű, brácsa, cselló és nagybőgő) áll, a mű 10 tétele 2 plusz 3 plusz 5 tételben elrendezett; a folyamatos 5-ös ütem 2 + 3, vagy 3 + 2-re felosztott, és az egyes tételek hosszarányai is felmutatják e három szám összeállításait.⁹⁷

Az e mű számára kiválasztott tizenkét hangú sor (Reihe) a **2 : 3 : 5 : 8 : 13 : 21** összegző-arányok alkalmazásával egy, az aranymetszés értékéhez szemlátomást szoros vonatkozás jön létre: Az első hét hang itt visszaadja a félhangtávolságokban a megfelelő arányokat; a maradék öt hang kiegészíti a sort (79. kpl.).



79. kpl.

⁹⁴ Az ábrázolás Günter Kahowez „Chaos im Kristall – Psychologische und mathematische Analyse des *Divertimento Opus 49* von Karl Schiske”, a M. Grassl, R. Kapp, E. Rathgeber (kiad.) *Österreichs Neue Musik nach 1945*: Karl Schiske (Wien, 2009), 337-255, valamint Karlheinz Roschitz, *Karl Schiske* (Wien, 1970), 40-49. o. műelemzésére támaszkodik.

⁹⁵ uo., 41

⁹⁶ Az arany számérték egy pontosabb megvalósítása természetesen a komplexebb ütemarányokban, valamint a Reihe formájának hangköz-kapcsolatokban található.

⁹⁷ Az 1. és 2. tétel 3 + 5 ütemekből összeállított, a 3. és 4. tétel 2 + 5 ütemekből, a 6. 3 + 3 + 5 ütemekből.

Ehhez a Reihéhez, ami szinte folyamatosan transzponálatlanul alkalmazva marad, az ötödik tétel után más, variáló módok is (tükörfordítás, rák, és ráktükör) hozzájönnek; alkalmazásukból levezethető az első két tétel a következő három és négy tétellel szembeni fölérendelt egysége. Az összesen kb. 15 perces mű tíz közvetlenül egymást követő tételének áttekintése a következőképpen néz ki:

1. Tétel: téma
2. Tétel: 1. variáció
3. Tétel: kétrészes dalforma (izoritmikus)
4. Tétel: 2. variáció
5. Tétel: Szonátaforma en miniature
6. Tétel: Partita (3-teilig)
7. Tétel: Kánon (egyenesen és rákfordításban)
8. Tétel: Keringő (Scherzo da capo Trio-val)
9. Tétel: 3. variáció
10. Tétel: Finálé, Stretta (egyenesen és rákfordításban, osztinatóval), központi- és metszéspont: a Fibonacci-hangköz-sírmint mint a zenei konstrukció 'kulcsa'.

A *transzformációk* itt felkínált variációk széles tárházának a következőkben az első, az ötödik és a tizedik tétel alapján három aspektusa kerül bemutatásra, melyek az ebben a műben lévő arany metszés ötletének megvalósítását példaszerűen mutatják be.

Az első tétel a tizenkét hangú témát a hangtérben, hangszerelésben, valamint időbeliségben a 2-es, 3-as és 5-ös arányokban, 14 ütemen keresztül mutatja be. A Reihe ötször (1.-12. ü.) hangzik el; a zárás (13.-14. ü.) az első két ütem ismétlését mutatja.⁹⁸ A dinamikai menet pontosan tükörszimmetrikusan kialakított: 1.-7. ü. a *pp*-től fokozatosan *f*-ra – 8.-14. ü. ugyanígy csökkenően (80. kpl.).

Az első tétel formálása egy a második, negyedik és kilencedik tételek szemlátomást kibővülő távolságokban egymáshoz kapcsolódó variációi számára képez egy mintát, mellyel a variálódó tételsorok folyamatában a pillért alkotják. Mialatt a második tételben a pontosan azonos hangkonstelláció újrafelvétele ritmikailag variálva történik, – Schiske itt a kibővülő és csökkenően rövidített hanghosszúságokban ismét alkalmazza a rákfordítású formálást, mely a

⁹⁸ Mivel az utolsó fázis (13.-14. ütem) csupán 10 hangot ölel fel, a záráskor hiányoznak a Reihe 11. és 12. hangjai; ezen kívül a második Reihe csoportosulásban (3.-5. ü.) a Reihe 7. hangja, mialatt az 5. Reihe belépésekor (10.-12. ü.) a Reihe 12. hangja kétszer hangzik fel.

további lefolyásban egy átfogó, mű-formáló szerepet kap – a negyedik tétel pedig az időbeli-ritmikai szűken vezetettség variációival játszik. A kilencedik tételben ezzel szemben a vonósok variálódhatnak figuratívan a mindkét fúvóscsoport első tételből átvett hangzásfolyamából.

DIVERTIMENTO

Nr. 1 KARL SCHISKE, op. 49

$\text{♩} = 76 \quad 2 \text{♩} + 3 \text{♩} = 5 \text{♩}$

9

80. kpl.

Az ötödik tételben, a ‘Sonatine en miniature’-ben, az összesen 18 ütem formai menete arányosan az **5 : 8 : 5** ütemes (= 25 : 40 : 25 negyed)⁹⁹ ritmikába ágyazódik be. A rézfúvósok 2-ütemes témáját a 3.-4. ü.-ben a vonósok és a fafúvósok egy tematikai ellentéte követi, valamint egy ‘mini-zárócsoport’ az 5. ü.-ben, melyben a rezes és a vonósok rövid ideig

⁹⁹ Az arany aránytól való eltérés itt csak a negyedértékeken alapján (**40 : 24,72**) lényegtelen.

összekapcsolódnak egymással. A 8-ütemes, átvezető középrész (57.-64. ü.) 3 és 5 ütemre tagolódik, melyek egymástól a cezúra (59. ü. vége) és a dinamikai tagolódás által (*mf/f-cresc.-ff*) is elválasztódnak. A dinamikai intenzivitás növekedésével párhuzamosan a tétel egy előre haladó sűrűsödése, valamint a motívika első témájának szűkszerkesztése jön létre, mely a tutti *ff*-ra (64. ü. vége) végződik. Az ehhez kapcsolódó 5-ütemes repríz-rész dinamikailag csökkenően viselkedik: mialatt a vonósok által játszott második témával az előző dinamikai energia 3 ütemen keresztül (*f*-ból *p*-ba) történő újbóli lebontása történik, a 2-ütemes kódában (52.-53. ü.) a rézfúvósok két kezdő üteme *pp*-ban csendesedik el (81., 82. kpl.).

Nr. 5
52 J. 96

57 60

81. kpl.

61

65

82. kpl.

A tizedik tétel több szempontból is különleges helyet foglal el. Zeneileg virtuóz módon zárja le valamennyi tétel össz-ívét; és a 144 ütemével a legterjedelmesebb tétel. Ez – pontosan úgy, mint a hetedik tétel¹⁰⁰ – tükörszimmetrikusan konstruált, ehhez mégis mértani közepén

¹⁰⁰ A hetedik tétel 2×55 ütemet (Fibonacci-szám) ölel fel. Az itt a variálódó ütemmutatókban közvetlenül és rákfordításban, valamint szűkszerkesztésben írt, vonósokban felhangzó tükörkánon a tétel közepéig többszólamúan fejlődik; ezenfelül a 11. ütemtől hozzájönnek szakaszosan a réz-és fafúvósok egy fokozatosan fejlődő kumulációval és ritmikai sűrűsödéssel. Ezt az 55 ütemes ívet egy nagynagykoncepciójú dinamikai fokozás *pp*-ból *ff*-ba kíséri. Az organikus evolutív tételfejlődés a tétel közepétől (56. ü.) egészen idáig reális visszafelé tart és az 55 ütem hosszúságú második rész előre tartó involutív leépítését (mint a kezdetben) a 2. hegedűben egyszólamúan játszott *c*¹ hanggal zárja. A vonósok és a fúvósok itt cluster-szerű szűk mozgással és mérsékeltén táguló hangzásbeliséggel állnak egymással szemben.

még a Fibonacci-sor hangközi ‘arany alakját’ is tartalmazza. Itt a Fibonacci-sor **144**-es teljes ütemszáma, mint a hetedik tételnél, elsődlegesen szimmetrikusan tagolt: az első rész 64 ütemét (260.-323. ü.), mely a menetben 8 x 8 fázisból tevődik össze, 16 ütemen keresztül (324.-339. ü.) a Fibonacci ‘kulcs-figurája’ követi; ehhez kapcsolódik a 260.-323. ütemek rákmenete szintén 64 ütemmel (340.-403. ü.).¹⁰¹ Ez, ugyanúgy, mint a hetedik tételben, az első rész evolúcióját a megegyező involúcióval állítja szembe és teszi a c^1 egyes hangot a tétel kezdetére és zárására.¹⁰²

Bevezetésként először csak az 8-ütemes osztinató-modell hangzik fel (260.-267. ü.), mely állandóan előre mozog: itt az Reihe eredeti alakját a brácsában (a Reihe első hangjának 8-szoros ismétlésével) annak tükörfordítása követi a csellóban; azt követően a rák-fordítású Reihe ismét a brácsában, és a hozzá kapcsolódó ráktükör újból a csellóban (83. kpl.).



83. kpl.

A következő 8-ütemes fázis ehhez egy klarinét témát mutat be, mely az ezt követő harmadik, negyedik és ötödik fázisban a fagott, kürt és trombita kánonszerűen (unisono ill. oktávban) vesz át és az előző hangszerek által ellenpontosodik. A következő három 8 ütemes szakasz a polifonikus harcot nem vezeti tovább, hanem ehelyett az öt fúvós homofon módon váltakozó hangzási kombinációit a **2 : 3 : 5** negyedekes ritmikus aránysorba állítja. A dinamika a 64 ütemen keresztül fokozatosan erősödik *ppp*-ból *fff*-ba, ezen kívül a vonósok frázisa az ötödik fázis után sűrűsödik: most valamennyi osztinátós-szakasz a tükörfordításukkal egymásra rétegződve jelenik meg. A *fff*-célpontot végül a trombita c^3 hangja képi, mely a **2 : 3 : 5 : 8 : 13 : 21** Fibonacci-sorozatot (319. ü. végén), a mű ‘kulcs-alakulását’ vezeti be. Ez először, mint

¹⁰¹ Az ebből következő arányok a **4 : 1 : 4** arányoknak felelnek meg.

¹⁰² „A C az ‘arany hang’, nemcsak elválasztja a mennyet és a poklot, hanem az érintkezés pontot is megteremti, szintetizálja, mely a törést betapasztja. A mű c^1 -vel kezdődik és végződik. Mivel a c^1 – így Schiske – ‘az ember és a hallgató álláspontja’. Egy ... ‘köztes birodalomban’ él. (...) Egy hasonló ‘centralizmus’, tehát a kiindulás egy központi hangból, mint itt a c^1 , a fűga művészetében található a Canones per augmentationem-ben, de mindenek előtt Bartóknál is, és különösen markánsan Anton von Webernnél.” – Roschitz, uo., 43

hangközsorozat leszállóan, aztán újból felemelkedően csendül fel és fut végig a dinamikai szélsőségeken a *fff*-től a *ppp*-ig (84. kpl.).

The image shows two systems of a musical score, measures 324-332. The top system (measures 324-331) features a piano part (left) and a violin/cello part (right). The piano part has dynamic markings *ff*, *mf*, *pp*, and *ppp*. The violin/cello part has dynamic markings *f*, *p*, and *ppp*. Fingerings are indicated by numbers 2, 3, 5, 8, 13, 21. The bottom system (measures 332) continues the piano part with *pp* and *ppp* markings, and the violin/cello part with *f* and *ff* markings. Fingerings 13, 8, 5, 3, 2 are indicated. The score includes various musical notations such as slurs, accents, and dynamic markings.

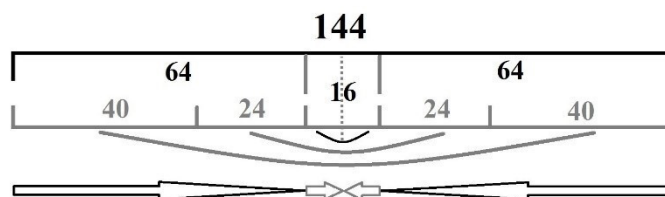
84. kpl.

A trombitában a lezáró c^3 (340. ü.-ben) a tétel újból többszólamú, tükörszimmetrikusan-rákfordítású visszafelé-menetét jelzésként vezeti be, mely az utolsó ütemben következésképpen a brácsa c^1 -jével *ppp*-ban zár.

A tétel formai ritmusa az 5 (x8) : 3 (x8) : 2 (x8) ütemes menettel itt is a műben gyakran alkalmazott számkonfigurációt veszi, tagolva a tétel menetét 40 : 24 : 16 ütembe (egészen a 80. ü.-ig /339. ü.). Az ütem-, és időarányok így (megfelelő toleranciával) arany arányban állnak.¹⁰³

¹⁰³ A pontos arányok itt: 40 : 24,72 : 15,28 (ütemek), ill. 200 : 123,6 : 76,4 (negyed).

Az arányok e ritmusával a teljes forma szimmetrikus és aszimmetrikus vonatkozási arányai közvetlenül egymásba fonódnak (140. á.).



140. á.

A tétel dallamos köntöse és többszörösen variálódó dinamikája mögött egy arányosan kiegyensúlyozott formai gondolat húzódik meg, mely mértani és számtani gondolkodás által jelentősen formált.

Schiske műveiben a matematika egy mély jelentőséggel bír. Sehol sem nevezhető egy játszadozás, vagy egy hangulat eredményének, hanem kivétel nélkül szükségszerű. Mindenekelőtt nem egy egyszerű számjátékról van szó, amellyel Schiske a hallhatóságnak és a partitúráit tanulmányozóknak valamit elővarázsolna. Sokkal inkább “matematikai, absztrakt képekről” van szó, mint azt Schiske egyszer saját maga kommentálta.¹⁰⁴

Schiske itt, mint a mű másik két tételében is, arra vállalkozik, hogy az aranymetszés eszméjét a zeneszerzésben, ‘transzformálja’, így lehetővé téve egy tulajdonképpen lehetetlen dolgot. Fibonacci egészszámos-racionális számsorozata tárja szemünk elé a hidat, mely a szeralista gondolkodás racionálisan-szimmetrikus kiterjedését (Reihében, tükör-, és rákfordításban) az arany arányképzés irracionálisan-aszimmetrikus sokszorozódási-organikus elvével köti össze. Ezt nemcsak a hangmagasságok szervezésének területén, hanem az idősíkban, a ritmikában és az arányokban is pontosan-szimmetrikus és toleránsan-aszimmetrikus arányképzések konfrontációjának segítségével valósítja meg.

Szándéka, mely szerint „...mindent mindennel hallhatóan kapcsolatba kell hozni”¹⁰⁵ végül nem utolsósorban egy alkotói eszmében egyesülő karakternek a szigorúan geometrikus formaalkotás elkészítési módjával való összekapcsolódására terjed ki, egy megszervezett hangnemben, mely ebben az opusban sokféleképpen variálódva érvényesül.

¹⁰⁴ Roschitz, a megadott helyen., 47f

¹⁰⁵ uo. 41

7.14 Per Nørgård – Canon (orgonára) ¹⁰⁶

A *Canon* c. orgonaművével Per Nørgård (1971) először integrálja zeneszerzői nyelvezetébe az aranymetszés eszméjét. Az arany arányok alkalmazása lehetővé teszi számára, aperiodikus lefolyásokat a ritmikus-metrikus síkon úgy formálni, hogy azok arányos vonatkozásai egyidejűleg önálló tulajdonságokat is felmutatnak. ¹⁰⁷ Ehhez a Fibonacci-számsor jeleníti meg a kiindulási pontot. Nørgård ezt nem kizárólag csak az arany aszimmetria tekintetében alkalmazza – az arányok, kezdve az 5 : 8 aránnyal, legalább ‘megközelítően pontos’ középterületében –, hanem a számsor szimmetrikus kezdő területén is. Ebből kiindulva az aszimmetrikus arany arányt egy, a szimmetrikus arányokkal való mozgalmasan egymásba fonódó kölcsönhatásban helyezi el.

A *Canon* cím Nørgárdnál nem csak egy imitációs-polifon tételszerkezet hagyományos alkalmazására vonatkozik, mely itt ezenfelül a rákfordítás, valamint a különböző augmentációs-értékek formájában jelenik meg, hanem az időbeli síkon egy szimmetrikus-aszimmetrikus arányátváltozás törvényszerűen visszatérő menetére is. A ritmus- és időformálás specifikus koncepciója mellett, mely a mikrostruktúrában egy ‘arany arány polifóniát’ képez, a hangkapcsolatok hangzástérbeli síkján a ‘végtelenség-sorának’ variált alakítóformáit alkalmazza, melyek nem mutatnak fel aranymetszésbeli szerkezetet. ¹⁰⁸

A csaknem 25 perces mű hét ciklusba, egyenként nyolc szakaszra tagolt; csupán az utolsó tizennégy szakaszt ölel fel. A fölérendelt ciklusok egy makrostruktúrát mutatnak fel, melyben az egyes szakaszok hosszúsági arányai először egyértelműen szimmetrikusan, majd fokozatosan, aszimmetrikusan, végül a záráskor pedig újra szimmetrikusan rendezettek. A mű kezdetén a periodikus tagolódás ezzel az aránykánonnal egy növekvő, messze ható

¹⁰⁶ A bemutatott aspektusok lényegében Jesper Jørgen Jensena partitúra előszavában tett bevezetéséhez kapcsolódnak. Per Nørgård, *Canon*, Edition Wilhelm Hansen (WH 29251). A műről további kifejtések Hugo Norden, „Per Nørgård’s Canon“, *Fibonacci Quarterly* Vol. 14 Nr.2 (1976), 126ff írásában, Leif Thomsen-nél, az *Unendlicher Empfang* (Copenhagen, 2000), 46.-52. műben, valamint a <http://www.pernoergaard.dk/eng/struktur/gyldne/gyldne04.html>. cím alatt találhatóak.

¹⁰⁷ „(...) A századforduló óta a zene meggyőzően mutatta az aperiodikus ritmusképzés hatását és kifejezőerejét; különösen a francia Debussy, Messiaen és Boulez alkalmazta előszeretettel nem egyenlő tartamok egymásutánosságát. Nem egyenlő tartamok alatt nem a nyolcad-, negyed- és félértékeket értem (melyek csupán az azonos alaptartamok potenciái), hanem olyan tartamokat, melyeknek közös nevezője a közvetlen megfoghatóságon kívül helyezkedik el. Ezalatt azt értem, hogy (...) minden tartam magában áll, valós aperiodicitásban (...). A probléma számomra ezzel körvonalazódott: Egyrészt elfogadtam a ‘szabálytalan tartamokat’, melyek, a periodikával együtt egy nélkülözhetetlen ritmusrepertoárt alkotnak. Másrészt a szimultán, hierarchikus dallamrétegek (...) területnyerését nem akartam feladni.” – P. Nørgård, INDE I EN SYMFONI (MS W. Hansen, 1974), 19ff

¹⁰⁸ A ‘végtelenség sorának’ variánsai itt: a szuperharmonikus spektrum (felhang-spektrum), a Reihe diatonikus, kromatikus és pentaton verziói, valamint alkalmazásuk a kvárt hangközre az orgonadarab ötödik ciklusában (ld. Thomsen, u.o., 49).

arányai és időbeli tartamai a következőképpen ábrázolhatók: ¹⁰⁹

I.	1	:	1	:	1	:	1	:	1	:	1	:	1			
	20 [“]		20 [“]		20 [“]		20 [“]		20 [“]		20 [“]		20 [“]	(=> 200 [“])		
II.	1	:	2	/	2	:	1	/	1	:	2	/	2	:	1	
	13 ^{1/3} [“]		26 ^{2/3} [“]		26 ^{2/3} [“]		13 ^{1/3} [“]		13 ^{1/3} [“]		26 ^{2/3} [“]		26 ^{2/3} [“]		13 ^{1/3} [“]	(=> 213 ^{1/3} [“])
III.	2	:	3	:	5	:	3	/	3	:	5	:	3	:	2	
	12 ^{4/13} [“]		18 ^{6/13} [“]		30 ^{10/13} [“]		18 ^{6/13} [“]		18 ^{6/13} [“]		30 ^{10/13} [“]		18 ^{6/13} [“]		12 ^{4/13} [“]	(=> 209 ^{3/13} [“])
IV.	3	:	5	:	8	:	5	:	8	:	13	:	8	:	5	
	8 ^{8/11} [“]		14 ^{6/11} [“]		23 ^{3/11} [“]		14 ^{6/11} [“]		23 ^{3/11} [“]		27 ^{9/11} [“]		23 ^{3/11} [“]		14 ^{6/11} [“]	(=> 160 [“])
V.	3	:	3	/	5	:	5	/	8	:	8	/	5	:	5	
	11 ^{9/21} [“]		11 ^{9/21} [“]		19 ^{1/21} [“]		19 ^{1/21} [“]		30 ^{10/21} [“]		30 ^{10/21} [“]		19 ^{1/21} [“]		19 ^{1/21} [“]	(=> 171 ^{3/7} [“])
VI.	3	:	3	:	3	:	3	/	5	:	5	:	5	:	5	
	15 [“]		15 [“]		15 [“]		15 [“]		25 [“]		25 [“]		25 [“]		25 [“]	(=> 160 [“])
VII.	3	:	3	:	3	:	3	:	3	:	3	:	3	:	3	
	20 [“]		20 [“]		20 [“]		20 [“]		20 [“]		20 [“]		20 [“]		20 [“]	(=> 200 [“])

A ciklusok hat egymást követő szakasza egy összetett mikrostruktúrába rendezett, melybe a makrostruktúra szimmetrikus-aszimmetrikus kölcsönhatása belevetítve tűnik fel. A szakaszok sorrendjében a ritmikusan háromszólamú ellenpontosság a szimmetrikus arányok egyidejűségében formált (1 : 2 : 4), mely a középpont felé tartva arany aránykapcsolatokba alakul át (5 : 8 : 13 : 21 : 34 : 55 : 89 – 85. kpl.);¹¹⁰ végül az utolsó szakaszban szimmetrikusan-aszimmetrikusan szinkronizálódik.

85. kpl.

¹⁰⁹ A tartamok ideális értékeket mutatnak be: a ciklusok teljes tartama ezen felül az egyes szakaszok mindenkori rendelkezésre álló ismétléseit is tartalmazza.

¹¹⁰ A kottapélda a második ciklus ötödik szakaszában lévő ‘metrikus notációt’ ábrázolja.

1.) 4 : 4 : 4 : 4
2 : 2 : 2 : 2 : 2 : 2 : 2 : 2 : 2 : 2
1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1 : 1

2.) 4 : 8 | 8 : 4
2 : 4 | 4 : 2 | 2 : 4 | 4 : 2
1 : 2 | 2 : 1 | 1 : 2 | 2 : 1 | 1 : 2 | 2 : 1 | 1 : 2 | 2 : 1

3.) 8 : 12 : 20 : 12
4 : 6 : 10 : 6 | 6 : 10 : 6 : 4
2 : 3 : 5 : 3 | 3 : 5 : 3 : 2 | 2 : 3 : 5 : 3 | 3 : 5 : 3 : 2

4.) 16 : 26 : 42 : 26
6 : 10 : 16 : 10 : 16 : 26 : 16 : 10
3 : 5 : 8 : 5 : 8 : 13 : 8 : 5 | 5 : 8 : 13 : 8 : 5 : 8 : 5 : 3

5.) 34 : 55 : 89 : 55
13 : 21 : 34 : 21 : 34 : 55 : 34 : 21
5 : 8 : 13 : 8 : 13 : 21 : 13 : 8 : 13 : 21 : 34 : 21 : 13 : 21 : 13 : 8

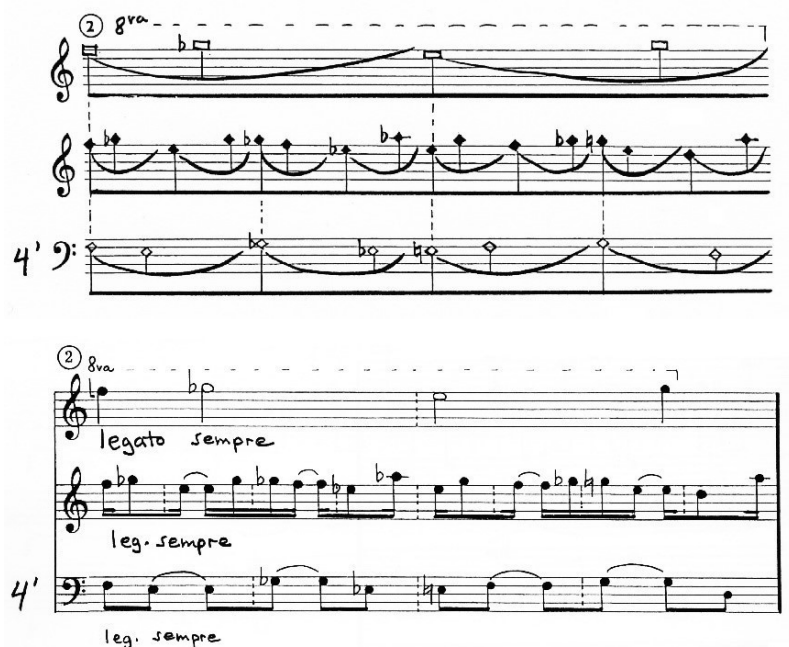
6.) 34 : 34 | 55 : 55
13 : 13 | 21 : 21 | 34 : 34 | 21 : 21
5 : 5 | 8 : 8 | 13 : 13 | 8 : 8 | 13 : 13 | 21 : 21 | 13 : 13 | 8 : 8

7.) 34 : 34 : 34 : 34
13 : 13 : 13 : 13 | 21 : 21 : 21 : 21
5 : 5 : 5 : 5 | 8 : 8 : 8 : 8 | 13 : 13 : 13 : 13 | 8 : 8 : 8 : 8

8.) 26 : 26 : 26 : 26
13 : 13 : 13 : 13 : 13 : 13 : 13 : 13 : 13 : 13
5 : 5 : 5 : 5 : 5 : 5 : 5 : 5 | 8 : 8 : 8 : 8 : 8 : 8 : 8 : 8

¹¹¹ 1.) szimmetrikus szimmetria – 2.) tükörszimmetrikus szimmetria – 3.) aszimmetria a tükörszimmetriához – 4.) tükörszimmetrikus szimmetria az aszimmetriához – 5.) aszimmetrikus hullámok három lezajlási síkon – 6.) szimmetrikus aszimmetria – 7.) szimmetria és egyszerűsített szimmetrikus aszimmetria – 8.) aszimmetrikusa arányok szimmetrikus sorba állítása.

A természetesen-organikus elvek integrációját tekintve Nørgård (1991) zeneszerzői gondolkodás- és munkamódja szerint így kommentál: „Úgy, mint a természetben, a formálóelv végtelenül egyszerű és az eredmény végtelenül bonyolult.”¹¹² Ez úgyszintén érvényes a Nørgård saját, e műhöz kifejlesztett ‘arányos notációjára’,¹¹³ amely a zenei történet megjelenítésére alkalmas kottaképet hivatott ábrázolni (86. kpl.).



86. kpl.¹¹⁴

A ‘menzurálisan’ inspirált notációjában a fekete rombuszok a gyorsabb hangértékeket, a fehér rombuszok a középső tempósik értékeit és a fehér négyzetek a lassú hangértékeket jelölik. Egy folyamatos vonallal két vagy több, azonos hosszúságú hangjegyet kapcsolódik össze, egy ív viszont egy arány arányra utal (141. á.).



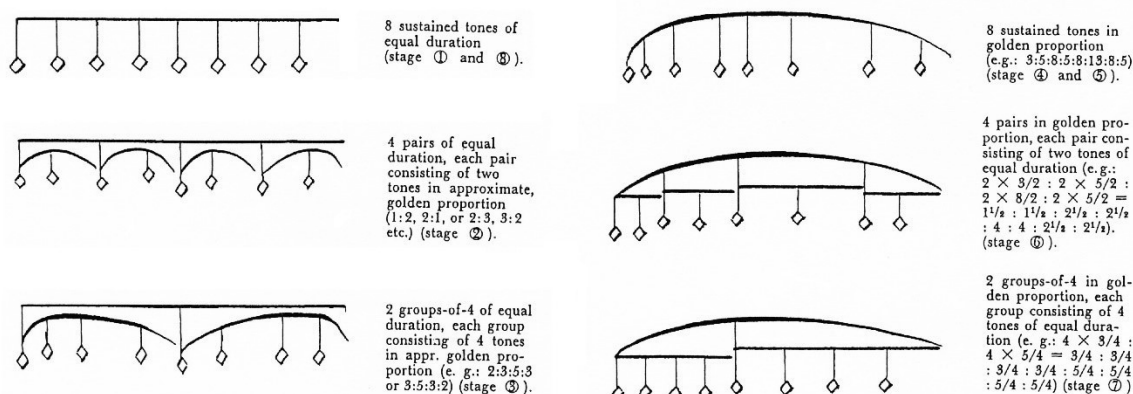
141. á.

¹¹² Karl Age Rasmussen, „Ein Spiegel in einem Spiegel – Per Nørgårds Entdeckungsreise der Ohren“, a *MusikTexte – Zeitschrift für Neue Musik*, 50. füzetében (Köln, 1993), 29. – Nørgård az interjúban tett kijelentése ugyana végtelenség sorának alakjára vonatkozik, mégis ugyanúgy az aranymetszésre is átruházható.

¹¹³ A W. Hansen kiadó az orgonamű mindkét kiadását együtt szállítja ki: a ‘Proportionale Notation’ (mint eredeti és tényleges verzió) és a tanulmányozás céljából, J. J. Jensen által készített ‘Metrische Notation’.

¹¹⁴ A kottapélda a 2.) szakaszt mutatja a mű III. ciklusából, ‘arányosan’ és ‘metrikusan’ kottázva. A kottaképben világosan egyszerűbb és áttekinthetőbb ‘arányos notáció’ a gyakorlati kivitelezés számára viszont az elsőként a ‘metrikus notáción’ gyakorlandó, nehezebb variánsát mutatja.

A szimmetria és az arany aszimmetria korábban említett játékmódjai így különböző kottázási módokkal szemléltethetők (142. á.).



142. á.

Nørgård a természetes organika elveihez való közelsége a *Canon*-ban nem utolsósorban a zeneszerzői kezelésében mutatkozik meg, amelyben az arany arányértéket nemcsak matematikailag elvonatkoztatja és pusztán technikailag megvalósítja, hanem ezen felül zeneileg az eredeti életkörülmények- és összefüggések kontextusába helyezi. Ez a bevezető fázisból, a ciklusok közötti átmenetekből, valamint a mű zárószakaszából válik világossá: itt olyan arányszakaszok rendszeren kívüli ismétlései történnek meg, melyek a természetes növekedés étellel teli tolerancia-területeinek felelnek meg. Ehhez különös módon mindkét egyedi-hangpillanat is odatartozik (a 4. és 5. szakasz végén), melyek a mikrostruktúra arányos szisztematikájából kiesnek, ill. ezekhez szabadon hozzáillesztettek.¹¹⁵

Hasonló érvényes a mű fölülrendelt dinamikai menetére is, melyet a partitúra előszava grafikával szemléltet és magyaráz. Itt egy hullámszerű lezajlási forma régies, természet-szerű képe áll a formálás háttérében, melyben a mű kétfázisú, dinamikus menetének kanyarulata az ugyanígy hullámszerűen kialakított aránymenetet képzi le a ritmikus-metrikus síkon.

A *Canon*-ban az aranymetszés eszméjének, mint a konstruktív-vitális, valamint organikus formálás elvének az alkalmazása és megvalósulása egy ugyanilyen egzakt és flexibilis matematikai logika és rendszer alapján történik.

¹¹⁵ Utaljunk még itt a reflexió-fejezet, a 3.1 (70. o. fent) értékelésére is, az eltérések aspektusáról: „A stabilitásuk mellett ugyanúgy a flexibilitásukat is biztosítják, és ezzel a matematikailag kialakított rendszerek életteli határvidékét képzik.”

7.15 Karlheinz Stockhausen – Klavierstück IX ¹¹⁶

Az összesen tizenkilenc zongoradarab közül, amit Karlheinz Stockhausen 1952 és 2003 között komponált, az 1954-ben tervezett und 1961 elkészült *Klavierstück IX* a zongoradarabjainak első csoportjához tartozik.¹¹⁷ Az 1953 után kezdődő elektronikus zenei tanulmányok az azt követő V-X zongoradarabokat egy az újonnan nyert tapasztalati horizont zeneszerzői reakciójaként mutatják, melyről Stockhausen a *Texten zur Musik* írásaiban következőképpen gondolkodik:

Ha most másfél évnyi kizárólagos elektronikus kompozíciókon való munka után egyidejűleg zongoradarabokon dolgozom, akkor azt azért teszem, mert olyan lényeges zenei jelenségekkel találkoztam a legszigorúbb strukturált komponálásnál, melyek kivonják magukat a mérés alól. (...) Mindenekelőtt ennél a zenei újidőérzet¹¹⁸ közvetítéséről van szó, melynél egy jó interpretáló végtelenül finom 'irracionalis' árnyalásai, mozgásai és eltolásai néha inkább hozzásegítenek a célhoz, mint egy mérőszalag.¹¹⁹

A Klavierstück IX-ben Stockhausen egy zeneszerzői koncepciót fejleszt ki, ami ezt az "új időérzetet" különböző eszközökkel próbálja megragadni. Ennél az arany metszés irracionális aránya a Fibonacci-számsor formájában aszimmetrikus idővonatkozások és- arányok megvalósításának egy lényeges alkotóelemeként mutatkozik meg.

Az ösbemutató bevezető szövege (1962) vázolja a mű ötletét: A Klavierstück IX-ben „a zenei idő formái közvetítődnek: periodicitás és egy egész sora az aperiodicitás fokozatainak. Merev, 'monoton' események változnak át rugalmassá, 'politonná'; közvetlenül élesen állnak egymás mellett, vagy keverednek folyton új összeköttetésekbe.“¹²⁰ A formai alapszerkezet,

¹¹⁶ Források: Herbert Henck „Karlheinz Stockhausens Klavierstück IX - Eine analytische Betrachtung“ - *MUSIK UND ZAHL - Interdisziplinäre Beiträge zum Grenzbereich zwischen Musik und Mathematik*, kiad. G. Schnitzler (Bonn - Bad Godesberg, 1976), 171-200; Mehmet Okonşar, *Overview of Pitch and Time Organization in Stockhausen's Klavierstück Nr. 9*, <http://www.okonsar.com/Documents/Analysis-Stockhausen.pdf>, és Jonathan Kramer és Carsten Bethmann (ld. 18. l., 4.2. fej., 86. o.).

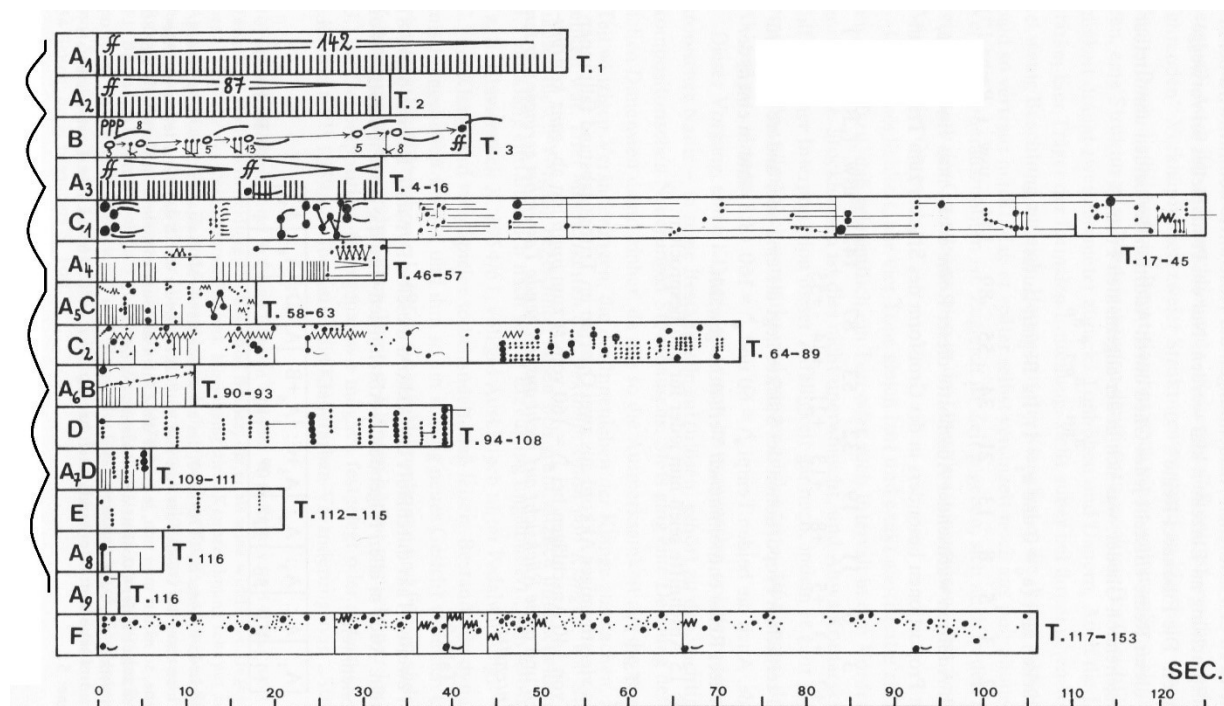
¹¹⁷ Az első műcsoport az 1961-ig szerzett zongoradarabokat öleli fel: I-IV (Nr. 2), V-X (Nr. 4) és XI (Nr. 7). A másik műcsoport 1979-től keletkezik a *Licht* operaprojekttel összefüggésben; ebben a szintén zongoradarabként elnevezett XV-XIX művek szintetizátorra vagy hasonló elektronikus hangszerekre tervezettek.

¹¹⁸ Kiemelve a szerzőtől.

¹¹⁹ Stockhausen, *Texte zur Musik 1952-1962*, Bd. 2 (Köln, 1964), 43

¹²⁰ Henck, *uo.*, 173

melyet Stockhausen ennek az ötletnek a megvalósítására létsít, hat szerkezeti elemből áll,¹²¹ melyek formai-ritmikus kibővülő fejlődése a tematikai kiindulópontot (A), mint egy spirálist, újra és újra felveszi. A jó 10 perces zongoradarab 15 szakaszt ölel fel és a következő a formai felépítése és menete (143. á.):



143. á.¹²²

Az ciklikusan újra felvett A kezdőszerkezet egy tematikus kölcsönhatásban áll a B-től az E-ig szakaszokkal, melyek folyton új szerkezeti területeket nyitnak fel, és itt szinte folyamatosan egy $\text{♩} = 160$ (A₁₋₇) a $\text{♩} = 60$ -ra (B-E) tempóváltással jelennek meg;¹²³ csupán a zárószakasz (F) áll a $\text{♩} = 120$ tempóban.

Az időarányok ütemegységekre való tagolásához Stockhausen két aránysort használ, melyek a Fibonacci-számok összegző logikájából indulnak ki és itt, mint "Reihe 1" és "Reihe 2" szerepelnek.¹²⁴ "Reihe 1" a nyolcadik helyig visszatér a Fibonacci-féle számértékekhez:

¹²¹ Stockhausen hat szerkezete egy vázlatrajzon van, amely az időbeli arányokat, tempókat szerkezeti jellemzőket, valamint a tizenkét hangból álló sort tartalmazza, az A-F betűkkel ellátva és a következőképpen leírva:

A = szabályosan ismétlődő négyszólamú akkord / B = kromatikusan felfelé tartó dallamvonal / C = polifonikus tétel / D = Staccato-akkordok tompított zengéssel (fél pedál) / E = halkan felcsendülő akkordok és egyes hangok / F = gyors és halk figurációk diszkantban, abban hangsúlyok. Basszus hangok egyenként, alapként (ld. Henck, 173).

¹²² Henck, 175 (az ábra bal oldalán lévő ívek hozzácsatoltak).

¹²³ A 60 : 160 (= 3 : 8) tempóarány megfelel 0,375-nek és (csekély eltéréssel) egy arany arányt képez.

¹²⁴ A "Reihe 1" és a "Reihe 2"-ben Fibonacci-összefüggésekkel képzett arányok itt nem mutatnak a darab egészére vonatkozó előre tartó tagolódást 'önhasonló rész-szelvényekben', hanem ehelyett autonóm belső kapcsolatokat tárnak szemünk elé, melyek kölcsönhatásban állnak egymással.

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34. Az összesen 153 ütemből 133-at határoz meg. A “Reihe 2” egy olyan levezetést vázol fel, mely a “Reihe 1” számainak összegzéséből indul ki:

1	3	6	11	19	32	53	87	142
+2	+3	+5	+8	+13	+21	+34	+55	

Ez csupán 20 ütemegységet határoz meg és különösen a darab nagyformájában jut érvényre.¹²⁵

Mindkét Reihe különböző csoportosításokba rendezett arany arányai a Stockhausen által követett zeneszerzői időkonceptió keretét képzik, melyben a hagyományos ritmikai-metrikai rendező-szerkezet feloldódik és idő-terek helyettesítik, melyekben metrikusan elkülönült vonatkozásokban bontakoznak ki ‘elidőző esemény-tartamok’.¹²⁶ Ebben a ‘szabadon áramló idő térben’ a zenei események egy pulzáló-időrácsen túl tapasztalhatók meg. Így kapcsolódik a darab kezdetén a 140- és 87-szer ismételt négy hangból álló a k k o r d (A₁/ A₂) rendíthetetlen, kompakt hangzásbelisége egy másik tempó-síkra egy aszimmetrikusan egyenlőtlen időarányokban kromatikusan emelkedő hangvonalhoz (B), melynek időbeli lefolyása ehhez még az előkéekkel is ködössé válik (87. kpl.).

87. kpl.

¹²⁵ Mialatt pl. a nagyobb számarány (142 : 87) a darab kezdetén fordul elő, a kis számkapcsolatok (53 : 32 : 19 : 11 : 6) egyesével, vagy csoportképzés formájában a darab végén bukkannak fel (a 113. ü.-től). – További, kis szabálytalanságok mellett, melyek ennek a darabnak a szerkezetében benne foglaltak, az ütemtaglódás területén a 4-es, 7-es, 10-es és 42-es ütemegységek is vannak, melyek egyik Reihében sincsenek benne; vagy indirekt módon vonatkoznak ezekre, azaz, mint meglévő számértékek törtrészei, vagy többszörösei, vagy összetevődnek, mint egy Reihe értékeinek összegei (ld. 3. ü., 87. kpl.).

¹²⁶ Mehmet Okonşar ebben az összefüggésben utal a Pierre „Musikalische Technik“ (*Musikdenken heute 1*, Mainz, 1963) fogalmazásában kidolgozott *temps strié* és *temps lisse* fogalmakra, melyek alapján Boulez a kortárs zene zenei időkonceptióit fejti ki. A *Temps strié* (‘sávós’ vagy ‘bordás’ idő) a hagyományozott, kronometrikus időstruktúrát írja le, szabályos vagy szabálytalan, de minden esetben egy pulzus szisztematikus jelöléseivel, mely a legkisebb közös többszörös egységét szemlélteti. *Temps lisse* (‘sima’ idő) ezzel szemben egyfajta ‘idő-teret’ jelent, melyben az ‘időrácsos’ ritmikát specifikus, egymásra vonatkozó hangzás-tárgyak helyettesítik; ezeknek alapjául egy folyamatosan ‘sima’ időáramlás szolgál, melyen belül egy fejlődésben található ‘hangzás-tömeg’ egy kvázi ‘függő-időben’ mozog, mely az örökkévalóság érzését közvetíti.

Az ezt követő ütemekben (**A₃**) egyrészt az akkordikus kezdő gesztusok egy időben ‘fellazult’ eloszlása látszik; a szabálytalan szekvenciák is és az azok közé helyezett szünet-ütemek ritmikája is arany metszéses belső kapcsolatokat mutatnak.¹²⁷ Másrészt a **C₁**-ben létrehozott hanganyag átnyúlóan tág fekvésű, ellentétes hangzásformák alakját kapja meg (88. kpl.).

88. kpl.

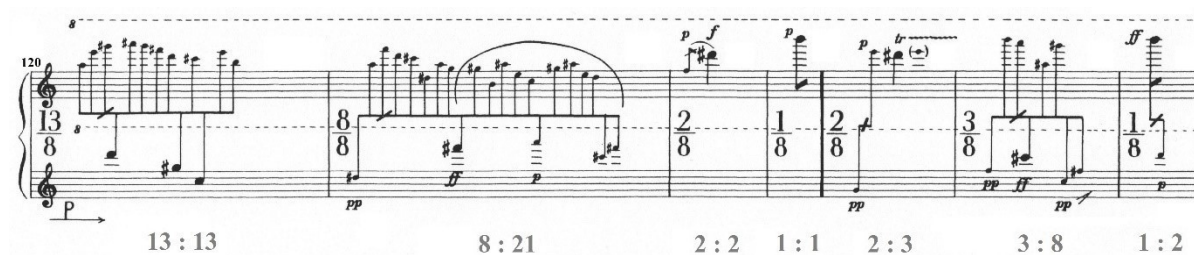
E kezdeti gesztusokkal a ‘hangzásbeliség sűrített struktúrájának’ (**A₁₋₃**) és a térben és időben fellazult, valamint nagy kiterjedésű hangzásbeliségnek (**B / C**) a szembe helyezett polaritása az, mely a darab további fejlődésének kiindulási pontját jeleníti meg.

A mű ezután következő menete (6.-14. szakasz) a kezdetben nevezett írásokban kimerítően ábrázolt és ezért ezt itt a továbbiakban részletesen nem tárgyaljuk; csupán az utolsó szakaszt (**F**) ragadjuk meg és vizsgáljuk valamivel behatóbban az ‘időbeli határok felbomlásának’ szempontja alapján.

A zárórészben előre haladóan elvékonyodó hangzásvidék, melyben a magas regiszterben lévő figuratív hangcsoportokat a leírás alapján “belépési időközben és tempóban szabálytalanul”, “csoportokat egyre inkább feloldva, a belépési időközök szabálytalanságát növelve”, valamint “fokozatosan halkabbá válva” játszik és szemlátomást elcsendesedve ‘eltávolítják a képről’, a ‘tér- és időbeli határok felbomlásának és feloldásnak’ pólusát egy utolsó fokozásban

¹²⁷ A hangyi események és szünetek felváltva formálásának variánsai a 90.-111. ütemekben 90.-111. ütemekben (**A₆/B**, **A₇/D**) látszanak: itt egy ütemen belül a hangzás és a szünet váltakozása a Fibonacci-számárányok által meghatározott.

tárják szemünk elé. Itt minden ütem minden hangmennyisége a Fibonacci-sor egy számértékének felel meg;¹²⁸ ez vagy a mindenkori ütemjelnek felel meg, vagy ezzel egy számszerű arany arányban áll (89. kpl.).



89. kpl.

H. Henck a zongoradarab tömör, impulzív kezdete és a folytonosan diminuáló vége közötti belső összefüggést a következőképpen interpretálja:

Amilyen stabil és kitartóan untató, amilyen kategorikus és parancsoló a darab kezdete, olyannyira homályos és megfoghatatlan hozzáférésű a vége. Az utolsó szakasz önmagában egy még egyszeri hosszú be-és kilégzés, systole és diastole, apály és dagály. Az utasítás által, mely szerint a csoportokat a vége felé közeledve egyre inkább feloldva és halkabban kell játszani, a zene megnyugszik és megenged egy pillantást a belső világába. Megnyílik. (...) Ez az ön-elvesztítő folyamat viszont a kezdetéhez való kört zárja. Felismerjük, hogy ez már az első akkordláncban is benne foglaltatott, és hogy a zárás talán valami hasonló lehet, mint a kezdet színének kikomponálása.¹²⁹

Mindkét formálási pólus – ellentétességük ellenére – ugyanannak a racionális (mérőütés-) mértékhez kiemelt időbeliség kompozíciós célja felé hajlik, az idő egy kvázi lebegő állapota felé.¹³⁰ Mialatt a tonális szerkezetet az alapul szolgáló tizenkéthangú sor szervezi, az időbeli-arányos alakulás hangzási formái a Fibonacci-számok alkalmazása által egy nyomatékos irányt kapnak a legirracionalisabb számértékre, az aranymetszésre. Ez a *Klavierstück IX*-ben lehetővé teszi egy “új zenei időérzet” síkjának létrejöttét, melyen az egzakt notációs jelölésekben megtartott alkotóelemek és -formák végül a zeneileg szabad formálás határait is túllépik.

¹²⁸ A 148. ütem 12 hanggal az egyetlen kivételt képi.

¹²⁹ Henck, uo., 194f

¹³⁰ Az A_{1/2} szerkezete a ‘még számolható határaihoz’ vezet – F ezzel szemben ‘még mérhető határait’ éri el.

7.16 Sofia Gubaidulina – Quasi Hoquetus (brácsára, fagottra és zongorára) ¹³¹

Az 1984-ben keletkezett *Quasi Hoquetus* ¹³² hangszeres mű Sofia Gubaidulinának abba az alkotói periódusába tartozik, melyben, a forma ritmusát, mint zeneszerzői koncepciót fedezi fel és dolgozza ki 1983 és a korai 90-es évek között. Az ösztönzést erre Pjotr Meschtschaninow, ¹³³ „elemi evolúciós zeneelméletével“ való foglalkozása adta, mely kompozíciós szemléletének egy új irányához vezetett.

A zenei folyamatok ebben az elméletben bemutatott teljes körű szemszöge megvilágosította a tudatomat és rábírt, hogy a saját kompozíciós ötleteimet egy más szemszögből figyeljem meg. Ebben az új szemléletben a Fibonacci-sor jelentősége és az abból levezetett sorok azt a meggyőződést közvetítették, hogy a számok nemcsak szimbolikusan, hanem mint mértékegységek is alkalmazhatók a formai relációkhoz. Igyekeztem befogadni a Pjotr Meschtschaninow által oly részletesen kifejlesztett sor-mechanizmusok összességét, hogy egy abszolút szabad fantáziálás lehetőségét kapjam meg és hogy tiszta hangzási és kompozíciós megfeleltetéseket keressek e ragyogó ötetekhez. Munkámban olykor támaszkodom az ő kidolgozásaira, mégis néha eltérek azoktól. De ezek egyik-másik esetben egy olyan támaszokat adnak számomra, melyek egy kompozíció formájának megalkotásakor számtalan ötlethez segítenek hozzá. ¹³⁴

Az 1981-83 között szerzett *Perception* ¹³⁵ művel kezdi ezt az arányos-ritmikus formai koncepciót alkalmazni és lépésenként kiépíteni: „...A tér-idő-arányok technikája (...) abból áll, hogy nem az ilyen vagy olyan hangmagasságok konstellációja válik a mű alakító anyagává, hanem az egyes formai szakaszok tartamának aránya. Egy mű alapötletévé így az időbeli arányok válnak...“ ¹³⁶ A zeneszerzési folyamatok kezdetén így először is az arány-vázlatok állnak, melyek mégis nem, mint egy absztrakt számkonstrukció, hanem inkább, egy zeneileg felcsendülő „szám-tánc”

¹³¹ A műelemzés Sofia Gubaidulina művének következő vizsgálatának kiválasztott aspektusaihoz kapcsolódik: Sookyung Sul, „Symmetries and Asymmetries in Sofia Gubaidulina's Quasi Hoquetus“, dissz., University of Pittsburgh 2015, valamint Jennifer Denise Milne, „The Rhythm of Form: Compositional Processes in the Music of Sofia Gubaidulina“, dissz., University of Washington 2007.

¹³² Az eredeti hangszerelés mellett a fagott szolamát szintúgy játszhatja egy basszusklarinét; a későbbiekben ugyanez a szolam csellóra ill. nagybőgőre is megjelent.

¹³³ Ld. ehhez: J. D. Milne, uo., 68-88; Michael Kurz, *Sofia Gubaidulina – Eine Biografie*, (Stuttgart, 2001), 129ff valamint 242-246; Valeria Zenowa, *Zahlenmystik in der Musik von Sofia Gubaidulina* (Berlin/ Hamburg, 2001), 55-61.

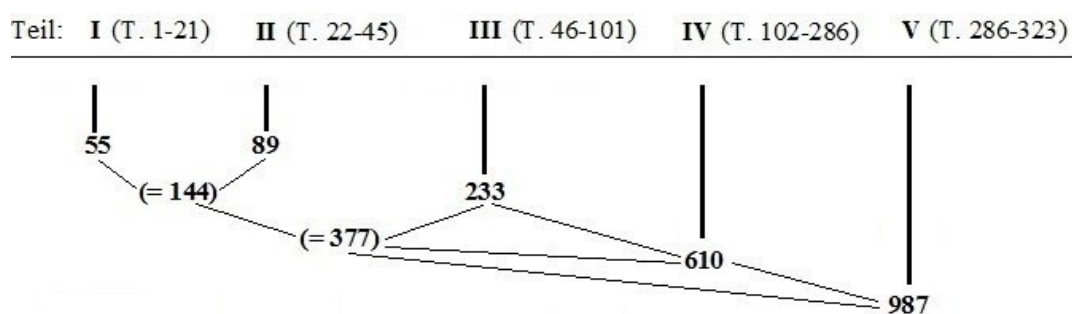
¹³⁴ Sofia Gubaidulina egy Valeria Zenowának írt leveléből 2001.4.3-án – V. Zenowa, uo., 61

¹³⁵ „*Perception*“ szopránra, baritonra, hét vonóshangszerre és hangszalagra Francisco Tanzer versszakaira.

¹³⁶ M. Kurz, uo., 246

értelmében tervezettek, úgy, hogy „...a forma egysége (...) egy bizonyos ritmussor ‘dallama’ által formált.”¹³⁷ Gubaidulina a *Perception*-ban már ennek megfelelően több síkon komponálja – különböző témáknak, ill. hangzásstruktúráknak megfelelően – az arányos formairitmikát, melynek egymásba fonódó rétegei megteremtik egy ‘a forma kontrapunktikus-polifón ritmusát’.

Az egytétéles, alig 15 perces *Quasi Hoquetus* kompozícióban is feltűnik az arányok e polifóniája.¹³⁸ A nagyforma terve először egy Fibonacci szekvenciát tervez, mellyel a mű öt nagy része egy dinamikus előre tartó arány arányban és vonatkozásban lévő kibővülést tapasztal. (144. á.).¹³⁹



144. á.

Miközben az I – III részek zeneszerzői kidolgozásában található arányos összefüggés, mely tematikusan ill. formailag a variáltan kiemelt A-részt viszonylag egyszerűen és átláthatóan kibontakoztatva mutatja, a témát átvezető IV (A') rész arány vonatkozásai szemlátomást összetettebbek. Itt a darab menete az elsődleges cél- ill. csúcspontra irányul (270.-277. ü.), melyhez az V. rész, egy második, most végső fokozással, kódaként kapcsolódik.

Az alkalmazott szám- ill. arányvonalatkozások mértékei ebben a műben azonban nem elsősorban az egyenértékű hanghosszúság-egységek, hanem a hangszerek ritmikai

¹³⁷ M. Kurz, uo., 264

¹³⁸ A mű címe az azonos nevű középkori szerkesztésmódra támaszkodik, melynek az úgynevezett ‘dallamok szétvágása’ (ófrancia. *hoqueter*, szétvágni) a jellegzetessége. Miközben ez a kiegészítő hang-és szüneteseményekkel való, eredetileg két szólam ritmus szekvenciájában virtuózan és kifejezően történik, Gubaidulina annyiban ragadja meg újszerűen a koncepciót, hogy itt kvázi ‘levágott’ mozgási gesztusokról van szó, melyek a hozzákapcsolódó szünetekkel megegyeznek, valamint a szünetekkel megszakított mozgási folyamatok is, melyek a kifejezés fokozásának a ‘leszakítását’ ill. ‘megtartását’ szolgálják. Ezen kívül a *Hoquetus* kiegészítő-váltakozó elve különböző alkalmazásokra lel a három hangszer csoportosításaiban.

¹³⁹ A Fibonacci-összegzősor előre haladva a következő: 0-1-1-2-3-5-8-13-21-34-55-89-144-233-377-610-987 stb.

ütésimpulzusai, melyek szintén Fibonacci-számegységekben csoportosulnak. Három különböző hangzás- ill. szerkezeti formában jelennek meg, melyek az arányos-polifón szövegében egy mindenkori sajátos kompozíciós réteget képeznek.

Az első réteg (**a**) egy előre szaladó tizenhatodokban megvalósított, ‘toccataként’ jellemzett hangzási struktúrát tár szemünk elé (90. kpl.).¹⁴⁰ Az I. részben (1.-12. ü.) az **5.**, **3.**, **13.** és **34.** leütött hangok szekvenciájával képződik a zongoraszólam **55-ös** kiindulási aránya.

90. kpl.

A második réteg (**b**) hangköz ill. akkordikus felépítésével egy hangtérbeli-harmonikus hangzásbeliséget ábrázol; ez ugyanígy megjelenik a kezdetkor is (91. kpl.). Miközben ezt a szerkezetet először, mint a brácsa zongoraszólam feletti ‘hangzási árnyékát’ az 1.-13. ü.-ben vezeti be, a 19./20. ü.-ben a fagott multiphonjai által többszólamúan kibővül (**b'**); azután a zongora szólamában az I. rész (21. ü.) egy kvázi-‘kadenciálós’ zárásában (**b''**) folytatódik. A **b** és **b'** ütésimpulzusai a **1, 2** és **5** Fibonacci-számoknak felelnek meg; **b''** (21. ü.) **13** ütéssel ezzel szemben egy átfogóan arányos összhangban állnak a megfelelő 43.-45.ü.-ben lévő **21** ütés ‘kadenciával’.

¹⁴⁰ A terminus a zeneszerző művének vázlataiban található, mely bázeli Paul Sacher Alapítvány gyűjteményében őrzött (Sofia Gubaidulina, *Musikmanuskripte*, Paul Sacher Alapítvány leltára, 21. kötet).

A három kottapélda lényegében visszaadja a kompozíciós módszer technikáját: a formai menet Fibonacci-arányos ütésimpulzusok csoportosításának eszközével történő ritmizálását.

A következő táblázatos áttekintés a formai menet nagy makrostrukturális hálóján belül, a megfelelő hangzásrétegekkel összefüggésben részletesen mutatja be a ritmikus mikrostrukturákat (145. á.).

Az **I - III (A)** részek az **a**, **b** és **c** rétegeket arányosan növekedő variációkban mutatják be; ezek a mű expozícióját képzik.¹⁴¹ A minden hangzásrétegben megtalálható arány-ritmika a vízszintes- utóidejűség, és függőleges-egyidejűség szempontjából is jelentőséggel bír.

A **IV (A')** részben az **a**, **b** és **c**-vel kialakított ötletek és hangzási szerkezet feldolgozása a darab csúcspontjához közeledve lassú fokozással öt szakaszban variáltan történik. Ennek az átvezető résznek az öt szakasza a nagyforma ötrészes menetét kicsiben tükrözi vissza. Az **a** hangzásréteg továbbra is az összekötő fonalat képi a nagyforma arányos-hálószerű összekapcsolódásaihoz: a **I-III** részek **55**, **89** és **233** ritmusegységeivel kapcsolja a **IV** rész a következő arany arányt a **610** egységgel. Ebben a részben mindhárom hangszer az észrevehetően kibővített, játéktechnika és hangzási lehetőségek palettájának növekvő expresszivitását bemutatkoztatják ki. Az **A'**-rész öt szakaszához, átvezetésként a kód zárórészre, egy kodetta kapcsolódik.

Az **V.** rész alkotja a kódot. A zongora legmélyebb regiszterében motorikusan hajtott 'toccata' hangzási sík (**a**) indítja el a szemlátomást fokozott emelkedést a mű kapcsolódó csúcspontjához, mely **987** (+21) egységével a megelőző **IV.** részhez legközelebb eső legnagyobb arany arányt alkotja. Ebben a záró sűrűsödésben három egyidejűleg van jelen: a zongora tizenhatodjait (**a**) a brácsa kettősfogásokkal és hármashangzatokkal halad felfelé a magas regiszterbe (**b**), a fagott szólamában az expresszív-lineáris réteg csendül fel (**c**), mely szintén a magasba tart és frullatohangzással válik intenzívebbé.

A mű formai dinamikája és expresszivitása számszerű képét a makro- és mikrostruktúra elsődlegesen aszimmetrikusan szervezett aránykapcsolataiban találja; az arányosan variáltan alkotott szakaszok és az arany arányok másodlagos szimmetriái egy formai-ritmikus kontrapunktot képeznek.

¹⁴¹ A darab itt kezelt arányos ill. szerkezeti összefüggéseihez a harmóniai és melódiai formálási-és analízis-aspektusok is hozzátartoznak, melyeket a téma fókuszára való tekintettel mégis kihagyunk. Lásd kiegészítésül hozzá S. Sul kezdetben megnevezett vizsgálatát.

T.	I. (1-21)			II. (22-45)			III. (46-82) (83-101)		
Vla.	b 1+1+2+5	b'	1	b	b'		b	b'	c
				1+1+2+5	2		1+1+2+5	1+1+1	53
Fg.		b'	1		b'			b'	c
					2			1+1+1	55
Pf.	a 5+3+13+34	b''	13	a		b''	a		c
				5+8+21+55	8+13		5+8+21+55+55+89		2+5
	(55)			(89)			(233)		

Coda

		IV.					Codetta	V.
T.	I. (102-131)	II. (131-200)	(201-209)	III. (210-253)	IV. (254-269)	V. (270-278)	(279-286)	(287-333)
Vla.	$\left. \begin{array}{l} \text{a} \\ \text{8+13+21+13+34+55} \\ \text{(144)} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{c} \\ \text{(variabel)} \\ \text{(tr./trem./gliss./pont./ord.)} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{c} \\ \text{2+3+5+5+5} \\ \text{(flaut.)} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{a(b)} \\ \text{5+8+21+55+144} \\ \text{(233)} \\ \text{a} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{b'c} \\ \text{(gliss.)} \\ \text{(colla Pf.)} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{b'c/a} \\ \text{2+3+3+5+8+13} \\ \text{(34)} \\ \text{a} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{b'c} \\ \text{21} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{b'c} \\ \text{(variabel)} \end{array} \right\}$
Fg.			$\left. \begin{array}{l} \text{c} \\ \text{(variabel)} \end{array} \right\}$		$\left. \begin{array}{l} \text{b'c} \\ \text{(tr./frull.)} \end{array} \right\}$			$\left. \begin{array}{l} \text{a} \\ \text{(987)} \end{array} \right\}$
Pf.	$\left. \begin{array}{l} \text{b'c} \\ \text{21} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{b'c} \\ \text{21} \end{array} \right\}$		$\left. \begin{array}{l} \text{a/h'c} \\ \text{(2+)2+3+5+3+3+5+3} \\ \text{+5+5+5+8+8+5+5+3} \\ \text{+3+3+5+5+3+5+3+3} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{a/h'c} \\ \text{8+13+13+21} \\ \text{(55)} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{b'c} \\ \text{(chromat. Total)} \\ \text{(fff/ff > pp)} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{b} \\ \text{13} \end{array} \right\}$	$\left. \begin{array}{l} \text{a} \\ \text{13+5+2+1} \\ \text{(987 (+21))} \\ \text{(ff)} \end{array} \right\}$
		(610)					(21 + 34)	(987) (21)

Az arányos kapcsolatok, csoportosulások és korrespondenciák ebben a műben egyrészt részletesen kidolgozott és kötelezően végrehajtott tervet követnek, másrészt viszont egy elegendő formálási-játékteret is nyitva hagynak: „Egy ilyen – a ‘számok tánca’ és a tisztán intuitív munka – munkamódszert alapvetően nagyon inspirálónak és melengetőnek talállok. A mű két ellentétes irányba bontakozik ki – a ‘számszűzsé’ és az intuíció felé.”¹⁴²

E műben két hely példaszerűen világítja meg a formálási játéktérket. Az első hely a csúcsponti pillanatot (270.-278. ü.) mutatja a IV. rész végén. Itt a fagott kromatikusan felfelé tartó hangcsoportjai növekvő Fibonacci-arányokkal (2, 3, 3, 5, 8, 13) az időbeli menetet, mely a brácsa lefelé szálló glissandójával és rövid, elhelyezett közbevetéseivel egészül ki; ehhez felcsendül a zongora *fff*-hangsúlya magas regiszterben (mint kettősoktáv-cluster), mely eszerint 274.-277. ü.-ben kaszkád-szerűen lefelé zuhan és a mélyben elhalkul (93. kpl.).

The image displays a musical score for three instruments: Viola (Vla), Fagott (Fg.), and Piano (Pf.). The score is divided into three systems. The first system (measures 270-273) shows the Viola and Fagott parts with Fibonacci ratios (2, 3, 3, 5, 8) and dynamics (ff, f, ff). The second system (measures 274-277) shows the Piano part with a cluster of notes and dynamics (fff). The third system (measures 278-279) shows the Piano part with a descending glissando and dynamics (ff, pp). The score is written in 2/4 time and includes various musical notations such as notes, rests, and dynamic markings.

93. kpl.

¹⁴² Egy beszélgetésből Sofia Gubaidulinával, 2000. 2.7-én – V. Zenowa, uo., 208

A második helyet a kapcsolódó kodetta mutatja (279.-286. ü.). Ez mindenekelőtt a megelőző csúcspont utórezgése, azután átmenet a kapcsolódó V. részre. Először a fagott és a brácsa mozognak lassú hármashangzat sorozatokkal a **b**[♯] hangzásszerkezetben, amely a **21** egységét felölelő ívének végén a nem tompított, fortepedál zongorában csengenek ki. Ezt **13** akkordhangsúly követi, melyeket a zongora a legmélyebb regiszterében egy szűk fekvésben *sf*-val üti le és melyeknek (összeköttetésként a **b**- és **a**-szerkezet között) egyúttal egy ‘struktúra-moduláló’ funkciója van. Ehhez csatlakoznak, a kódát bevezetve az **a**-réteg **13**, **5** és **2**, valamint **1** hangból álló csoportjainak jellegzetes tizenhatod mozgásai (94. kpl.).

94. kpl.

Gubaidulina 1986-ban a *Sinfonie in 12 Sätzen für großes Orchester* „*Stimmen... verstummen...*“ IX. tételében az arany arányos formaritmika elvét végül szintén a nem hangzó területen – a csendben – alkalmazza: „...a karmester szólója: a hallgatás kulminációja. A páratlan tételek tartamának csökkentése az ‘abszolút Semmihez’ vezetett. A csendben a Fibonacci-számok ritmizálják a teret.”¹⁴³

¹⁴³ V. Zenowa, uo., 71

A zeneszerző a kézirat szokatlan mondatához megjegyzi:

A IX. tétel szinte nem tartalmaz hangokat és kizárólag a karmester személyiségének szentelt. Az ő 'szólójában' bizonyos értelemben az egész darab ritmusának egy példázatát meséli el. A ritmusarányok (1:2, 2:3, 3:5, 5:8 stb.) alapelve a szimfónia arányaiban valóban betartott. A tétel kezdete még tartalmaz néhány kevés hangot, melyek szünetekkel váltakoznak. (...) A 4-es ziffernél kezdődik az abszolút csend. A karmester kezei 'ritmizálják' az űrt.¹⁴⁴

Az évek során Sofia Gubaidulina a forma ritmusát egy sokoldalú, valamint sokrétűen-összetett koncepcióvá fejleszti, mely – túl a kompozíciós technikai aspektuson – fölérendelt témákat is érint. Ehhez különösen a következők tartoznak: a természet eleven szervezete, az arany számok különböző jelentésrétegei, az 'idő átváltozása' a műben, valamint nem utolsósorban az idő és a szám kapcsolata. Mivel ezek a témák az alkotó tevékenységében alapvető jelentőséggel bírnak, befejezésékké még körvonalakban meg kell említsük ezeket.

- A természet eleven szervezetére való pillantás az arany metszés ill. a Fibonacci-számok egy mélyebb megértéséből vezethető le: „Gubaidulina számára az arany metszés és a Fibonacci-sor nem absztrakt képletek, melyek esztétizálása csak művészi alkalmazás által történik, hanem természeti törvények és mint olyanok, az esztétikai tapasztalattal összekapcsoltak.”¹⁴⁵ Gubaidulina felfogásában „...az arany metszés (...) az egész két nem egyenlő részre való osztásának jóleső metszéspontja – az a pont, melyen egy élő szervezet keletkezik.”¹⁴⁶ Máshogy fogalmazva: „Ha egyenlőt részekre osztunk, akkor egy kristály keletkezik, valami nagyon szép, mégsem eleven organizmus. Épp a Fibonacci-sor adja meg azt a metszéspontot, amely szerint a természet építkezik.”¹⁴⁷ Ennek megfelelően az arany metszés aszimmetriáját, mint „ritmikus egybehangzót” definiálja, ellentétben a szimmetrikus vagy egészszámos, szimmetria-közeli arányokkal, melyek arany metszéshez való közelsége, vagy távolsága határozza meg a „ritmikus disszonanciájuk” fokát.

Ugyanígy az arany elv használata az önhasonló struktúrákra való pillantást eredményezi, éppúgy, mint az időben ciklikus növekedés jelensége alapján való tájékozódást. Gubaidulina ebből az összefüggésből a fa képét helyezi ötletvilágának előterébe, tekintve a dallam, harmónia

¹⁴⁴ V. Zenowa, uo., 72 (kiemelés a szerzőtől)

¹⁴⁵ F. Heesch, uo., 36

¹⁴⁶ F. Heesch, uo., 36

¹⁴⁷ F. Heesch, uo., 40

és ritmus zenei alapelemeket.¹⁴⁸ A természet organikus világának mindegyik rész-aspektusa egy mérvadó gondolati- és megértési szintet képez zeneszerzői tevékenységében.

- Gubaidulina az arany számok különböző jelentés-rétegeit, „...melyek a legmagasabb természeti törvényektől a tisztán szakmai kérésekig nyomulnak elő és következésképpen úgyszólván az égből a földre szállnak le“, így rendezi el:¹⁴⁹

Jelentés	Lényeg, kifejezési terület
1. Szemantikailag:	Felülről adott; világegyetemhez tartozó; természetes jelenség
2. Esztétikailag:	Az érzékelhető behatás, mint a szépség érzetének kifejezése; az ideális arányok megközelítése; „Konszonancia-karakter“
3. Zeneszerzésben:	A forma törvénye
4. Technikában:	Aszimmetria, szabálytalanság, mechanikus periódusszerkezet elkerülése; ezekben a sorokban „tudunk lélegezni“.

Az arany számok jelentési szféráinak négy síkja egyrésztől különbözik egymástól, másrésztől viszont azt a fölérendelt összeköttetést mutatja fel, mely a kozmikus-természetes aspektus és a konkrét zenei megvalósítás között van.

- A műalkotás formálási folyamatát az inspiráció, kidolgozás és előadás között a zeneszerzőnő egy folyamatként éli meg, melyet az ‘idő átváltozásaként’ jellemez. A formálás és egy mű előadásának pólusai között két fázisban fut át a ‘függőleges’ és a ‘vízszintes’ idő tere: „A műalkotásban kétszer történik meg az idő átváltozása. Az elején egy átfogó, teremő momentum áll a függőleges időben, melyben egy mű ötletének teljes egészében való átélése zajlik, egy sokrétű, de még nem differenciált ‘hangzásoszlop’, mely nem feljegyezhető.“¹⁵⁰ A függőleges idő efféle megélését maga Gubaidulina így írja körül: „...egy pont, melyben az ember idő nélkül létezik“.¹⁵¹ Ebből tovább haladva, lépésenként történik meg az időbeli

¹⁴⁸ „Gubaidulina számára alkotói folyamatban létrejövő forma és annak arányai tehát nem egy intellektuális vagy építészeti, építőkövekkel ténykedő folyamatok, hanem egy organikusan étellel teli processzus egy folyékonyként és mozgalmasként megélt közegben. Ezért hasonlítja szívesen a zenét egy fához, gyökérzettel, törzzsel és levelekkel, melynél a gyökerek a formáló alapot jelentik. A 80-as évek végén a fa képét Meschtschaninow a dallam, harmónia és ritmus zenetörténetben kompenzáló változásainak alapelveivel is összekötötte, úgy, hogy gyökeret, törzset és leveleket a ‘zenei szövet’ három területével hozta összefüggésbe.“ – M. Kurz, uo., 244

¹⁴⁹ Idézet és sematikus ábra: V. Zenowa, uo., 61f

¹⁵⁰ M. Kurz, uo., 245

¹⁵¹ M. Kurz, uo., 246

átváltozás egy folyamata:

Az idő átváltozásának első felvonása a 'hangzásoszlop' vízszintes időbe konvertálása. Különböző rétegek és események, egyik a másik után, kiválnak az egészből és a partitúra vízszintes egymásutániségába kódolódnak. (...) Az idő átváltozásának második felvonása a mű zenészek és a publikum általi előadásában megy végbe. Ez azonban a kiszámíthatatlanság területén található. Mivel csak akkor sikerül, ha tolmácsolói a mű lényegi rétegéig előre nyomulnak és ha a publikum erre a rétegre fogékony is. A partitúra akkor a vízszintes idejéből úgyszólván kioldódik és ismét a függőleges időbe változik vissza.¹⁵²

- Az álló-‘függőleges’ és áramló-‘vízszintes’ idő tereiben az idő és a szám kapcsolatba lépnek egymással. Valeria Zenowa ezt az összefüggést jellemzi a Gubaidulina művéről írt következő összefoglalásában:

Számok és arányok reálisan hangzanak fel a zenében, halljuk őket a ritmusban, a harmóniában, a formában és a hangszínen. De magukban, mint kategóriák, a számok téren és időn kívül állnak. Ez a transzcendentális bennük. (...) A zene egy 'időművészet', melyben a szám metafizikai aspektusa a zenei kompozíció hangzási struktúráján 'szűrődik át'. A zene egy új idő-alapjának meghatározásánál Sofia Gubaidulina (...) közvetlenül az 'idővel magával' dolgozik. Számsorai a számokkal, mint az idő anyagával operálnak.¹⁵³

Idő, szám és szervezet így lényeges és meghatározó kategóriái Sofia Gubaidulina alkotói koncepciójának és mint szellemi háttér folynak bele a konkrét kompozíciós folyamatba. A 'forma ritmusában' egy messzeható szintézis valósul meg, mely a természetes-időbeli jelenségek zenei-számbeli mélyebb rétegeit, valamint átfogó transzcendentális vonatkozásokat ragadja meg.

¹⁵² M. Kurz, uo., 245f

¹⁵³ V. Zenowa, uo., 214f

8. Záró elmélkedés

Az aranymetszés elve az előző hét fejezetben változatos formálási szempontok és koncepciók alapján többszólamú kompozíciók kontextusában került bemutatásra. A művek e példaszerű választéka, az előző, hatodik fejezetben ismertetett népdal példák, valamint az ötödik fejezetben az elemi zenei szerkezetek analízise három különböző kiindulási szempontot eredményezett az arany proporcionalitás zenei jelenségeinek ill. alkalmazási formáinak vizsgálatához. Összefoglalva itt is megállapítható, ami már a természet második fejezetben összeállított példáinak soránál világossá vált: mégpedig, hogy az aranymetszés nem egy elméleti-absztrakt, sem pedig valamilyen módon spekulatív koncepció, hanem egy konkrét formálóötlet és alakítóforma, melynek megvalósítása vagy tudatos alkalmazása matematikailag, valamint formai esztétika szempontjából is relevánsnak mutatkozik.

Az első fejezetben, az aranymetszés a matematikában alkotó formai köreként magyarázott mértani és számtani alapformák a három bemutatott zenei területen szintén feltűntek, mint különféle kialakítású, benne rejlő formai ötletek. A felhangsor szerkezetében, a tetra- ill. pentatóniában, valamint egyszerű metrikai tagolódási formákban is megfigyelhető volt az arany arányképzés egészszámos-elemi, ezzel természetesen csupán nagyvonalakban összefűződő kapcsolata az aranymetszéssel. Láthatóvá vált, hogy az elsődleges hatásterülete –, éppúgy, mint a természetben, úgy a zenében is – mindenekelőtt a formaképzést és annak elkülönüléseit érinti. Ez részletesen bemutatatható volt az egyszólamú népdalok területén, az egyszerű, a többszörös, a centrális-összetett geometria, valamint a Fibonacci-szerű szám-arányképzés négy kategóriájában. Az egyénileg tervezett, többszólamú zeneműveknél az alkalmazási formák ugyanazon köre, és ezen kívül a többszörös tagolódás formai kategóriája is ennek megfelelően újra megtalálható a terjedelmes idő- és műalkotási dimenziókban (7.9. - 7.11. fej.).

Különösen az aranymetszésből tudatosan kiinduló zeneszerzési ötleteknél álltak rendelkezésre olyan bonyolultan kialakított formálótervek, melyek az aranymetszés különböző árnyalatait művészileg kreatív módon fogták fel és zenei formálás szempontjából a hangzásba és formába mindig egyéni módon ültették át. Az aranymetszés egyesszámú aszimmetrikus-szimmetrikus konfigurációjának benne rejlő szempontjai Karl Schiske (7. 13. fej.) zeneszerzői módszerére és elképzelésére hatottak ki, valamint egy teljesen más módon, Per Nørgårdr (7.14); a zeneileg racionálisan-szervezett időösszefüggések túllépése, egészen az arany irányultságú irracionalitás alapul vételével történő aperiodikus hangzási- és mozgási folyamatok formálásáig

Stockhausen zongoradarabjára (7.15); a jellemző, organikusan kidolgozott, önhasznó tagoló-kvalitások Wolfgang Hofmann művére (7.12); Sofia Gubaidulinánál pedig a 'forma ritmusának' egy megfelelően arányos-'együtt hangzó' idő- és hangzási folyamata (7.16).

A spirálformáknak a természetről szóló fejezetben külön bemutatott ötödik kategóriáját is kapcsolatba lehetett hozni a zenei többszólamú kompozíciók területével. Stockhausen zongoradarabjának ritornell-szerű formai menete, melyen belül a tematikusan-szerkezetileg előre tartó kibővülésnek megfelelő körökhöz ciklikus egyenletességben nyúlt vissza, a hallható menetben egy spirális formájú mozgásszekvenciát ábrázol (ld. 180. o., 143. á.); hasonló stratégia mutatkozik Machaut rondójának formai felépítésében (ld. 157. ff o.), mely a folyton előre- és visszamutató formálási eszme miatt, mely egyetemesen minden kör-ének formájának alapjául szolgál, szintén egy spirális formájú alapesztusra mutat rá.¹ Az ezelőtt a látható természeti jelenségek alapján bemutatott formavilág így a zenei formaalkotás hallható területén is teljesen bizonyítható.

Miközben a természet jelenségsoraival és zenei műalkotások analízisével a már létező vizsgálati irányzatok beválnak és követettnek mutatkoznak, az egyszólamú népdalok területének kutatása, egy eddig hiányzó láncszemnek bizonyult az 'arany metszés és a zene' témájának kontextusában, mely mindkét területet egyidejűleg képviseli. Az ember természetes zenei hajlamának kifejeződéseként, még ha folyton minimalista formálási terjedelemben is, de a leglegváltozatosabb, fantáziadús-kreatív kis művészeti formákban tárulnak szemeink elé, melyek a hanggal, hangközzel és ritmussal, kifejezésben, valamint elbeszélési módban a szimmetrikus és aszimmetrikus formaadást szolgálják. Arany arány-képződések kisebb részben feltűnnek a megtekintett anyag keretein belül (a szimmetrikus formálóelemek mellett); mégis olyan formában és abban a terjedelemben, hogy azzal az arany metszés eddig uralkodóan 'művészeti-esztétikus' felfogása mellé egy megfelelő 'természeti-esztétikus' teljes értékű nézet állítható.

A népdalban található zenei alkotóerők följegyzése a formaadás tekintetbevételével egy általános emberi adottság lehetőségére utal, mely a tudatosan elmélkedő gondolkodás területe alatt lesz kreatívan alkotó módon tevékeny. Itt egy 'zenei formai intelligencia' megnyilvánulása történik, mely ugyanúgy racionális, mint irracionális matematikai kapcsolatok megragadására

¹ Összehasonlítható szempontok a zenei formai lefolyás magyarázatához az arányos spirális formájú alakulás tekintetében – t.k. Lendvaira hivatkozva – találhatóak még: Roy Howat: „Bartók, Lendvai and the Principles of Proportional Analysis“, *Music Analysis*, Vol. 2 (1983), 82f; *Debussy in Proportion* (1983), 77, 97, 102, 107, 142; „Debussy, Bartók et les formes de la nature“, *Nombre d'Or et Musique*, ben kiad. J.-B. Condatnál (1988), 133-137. o.

és visszaadására is képes.²

Ebből kiindulva, a népdalok vizsgálatának bizonyára érdemes kibővítése mellett, az újabb kognitív tudományban követett ‘Embodied Cognition’ interdiszciplináris koncepciója is –, mint egy a testiségben ‘megtestesült megértés’, mely az érzékelésen és a mozgástan tudatos és tudatalatti megtapasztalásánál alakul ki – egy esetleg tanulságos kiindulási pontját adja egy elmélyült kutatásnak.

A második fejezetbeli valamivel bővebb kipillantás a természet különböző területeire a növénytan, állattan, antropometria és asztronómia mutatott jelenségei alapján nem egyedül csak esztétikailag, valamint a már létező, és a most általam vizsgált példák egyeztetésének tényleges tisztázásaként bizonyult nyereségesnek; ezen kívül még egy lényeges bázist is adott az aranymetszés specifikus formálási gesztusainak konkrét megértéséhez. Ide mindenek előtt a matematikai-konstruktív pontosság és az imponderabilis-rugalmas tolerancia alapvető kölcsönhatásába való betekintés tartozik, mely példaként olyan formálójelenségeken, mint egy napraforgóvirág spirálgeometriája (94.-99. á., 43.-45. o.) és a csíkosmedvelepke szárnyformájának felületi geometriája (39. á., 23. o.) vált világossá. Az itt rendelkezésre álló összeköttetés az egzakt matematika és az életteli mozgékonykodás között – melyet még a bionika tudományterületein sem értek el – egy olyan kvalitást mutat, mely ugyanúgy sajátja a természet- és a művészet alkotásainak is. Ennek következtében beláthatjuk, hogy a zeneművek matematikai számításánál a toleranciák mozgásterének megítélése nem csupán egy nyilvánvalóan összekötő nézőpontnak felel meg, hanem a mindenkor mű összefüggésében is egyenileg mérlegelendő és értékelendő.³

Az elvet magában foglaló növekedés és megújulás pólusának (mint a major és minor alakító-kvalitások kifejezésének) ezzel összekötött kritériumaihoz, az aszimmetria és szimmetria önhasonló párosodásához, az irracionalitás és racionalitás kölcsönös viszonyához, valamint az ‘természet elemi matematikájához’, melyek a természeti jelenségek vizsgálatából, mint következetes értelmezési kontextusok adódtak, nem utolsósorban az aranymetszés hagyományozott kliséiről, mint ‘harmóniai-’ ill. ‘szépség-ideál’ egy kevésbé ‘esztétikus-értelmező’, mint sokkal

² Leibniz állítása, a „Musica est exercitium arithmeticae occultum nescientis se numerare animi“, ezzel a kutatási területtel összefüggésben egy újabb aktualitást kap. („A zene rejtett számtani gyakorlata a léleknek, mely számára ez a számolás nem tudatos.” – Gottfried Wilhelm Leibniz egy Christian Goldbachhoz írott levelében, 1712.)

³ Az egészszámos-határozott, vagy a priori százalékosan rögzített értékekre való csökkentés itt csupán egy vizsgálati utat egyszerűsít. – Ehhez a ‘toleranciák’, mint minden mű interpretációjában alapvetően jelenlévő, csekély intonáció- ill. tempóingadozások az eleven előadási gyakorlat magától értetődő alkotóelemét ábrázolják.

inkább ‘a jelenséget konkrétan megragadó’ új szempontja szerinti való kritikus gondolkodás vezetett: miközben a hagyományozott koncepció A. van der Schoot értelmében egy ”romantikus gondolkodási figura” (78. o.) átvételét mutatja, F. Cramer ”törékeny szépség” jelenkori koncepciója, mely az ”átmenetet – , mint az új helyét” (E. Aescht, 79ff o.) nem pontról pontra rögzíti, hanem, mint eleven dolgot állapítja meg, az aranymetszés általi természetes vagy művészi kreatív formálás mélyebb valóságát ragadja meg.

A természet és a zene halmazának közös elemei többszörösen, valamint különböző síkokon mutatkoztak meg. Azon a magától értetődő és emiatt tovább nem kifejtett tényen túl, hogy a zenei hangzás közel kizárólagosan olyan anyagok által létrehozott, melyek a természetből vettek, a weberni kifejtések (83f o.) következményeként, a ‘természet-hangsora’ a zenei hangzásképzés, hangrendszer és zenei fejlődés központi kiindulási pontjaként számítható; ugyanígy számít a természettől adott ‘organikus formálódás’ koncepciója (tekintettel a különbözőségek- és az összefüggések képzését) a zenei formaképzés ősi típusaként. Ehhez a népdalok, mint ‘zenei természetes formák’ egy szintén mindkét területet összekötő síkot képeztek.

A természet és a zene közös alapjaként mégis főképpen a mindkettőnek azonos módon alapját képező geometriai vagy numerikus strukturálás formájában létező számszerűség mutatkozott. Ez nemcsak alapvetően az aranymetszés jelenségének kérdését legitimálta egy természetes, valamint zenei formálólévként, hanem egyidejűleg a természet és a zene ugyanazon kritériumok által megvalósult formavilágának bizonyult megfelelő hátterének.

Az aranymetszést összességében, mint egy, a látható- és hallható jelenségek, valamint megjelenési formák specifikus formálógesztusaként ragadhattuk meg; ezen kívül, mint a formai alakítás egy általános ‘ősi ötleteként’, mely alapjául szolgál bármilyen formaképzésnek: egy forma részeinek a teljes egészéhez való kiegyensúlyozott, kötelező és következetes kapcsolatba-helyezése.

Az a kezdetben ismertett matematikai jelenség, hogy nemcsak a Fibonacci-sor sajátos számsora, hanem valamennyi lehetséges számpár összegzősorozata – és ezáltal minden felosztási forma és arány – az irracionális Φ számértékre végződik, végül egy ‘ikonografikus-numerikus kulcsnak’ bizonyult az aranymetszés természetben és világegyetemben, valamint az embernél és a zenében mutatkozó sajátosságához és átfogó jelentőségéhez.

Irodalomjegyzék

- Adams**, Coutney S. „Erik Satie and Golden Section Analysis.“ *Music and Letters*, 77, 2 (1996), 242-252.
- Adams**, George / Whicher, Olive. *Die Pflanze in Raum und Gegenraum – Elemente einer neuen Morphologie* (1949). Stuttgart, 1979².
- Adorno**, Theodor W. *Ästhetische Theorie*. Frankfurt a. M., 1970.
- Aesch**, Erna. „Harmonie in der Natur? – Optimales Leben gibt es nicht.“, *Der Harmoniegedanke gestern und heute – Peuerbach Symposium 2002*. Linz/Donau, 2003.
- Agrippa von Nettesheim**, Heinrich Cornelius. *De occulta philosophia sive de magia / Über die okkulte Philosophie oder die Magie*. Köln, 1510/33.
- Altmann**, Günter. *Musikalische Formenlehre*. Berlin, 1960.
- Amon**, Reinhard. *Lexikon der musikalischen Form*. Wien, 2011.
- Atlas**, Allan W. „Gematria, Marriage Numbers, and Golden Sections in Dufay’s ‘Resvellies vous’.“ *Acta Musicologica*, 59, 2 (1987), 111-126.
- Baravalle**, Hermann von. *Die Geometrie des Pentagramms und der Goldene Schnitt*. Stuttgart, 1932.
- Bartók**, Béla. *Musiksprachen – Aufsätze und Vorträge*. Leipzig, 1972.
- Baumann**, Carina. *Wolfgang Hofmann Werkverzeichnis – Hofmanns Kompositionsstil und Kompositionssystem*. Wilhelmshaven, 1999.
- Behrends**, Erhard. „Ist Mathematik die Sprache der Natur?“ *Mitteilungen der mathematischen Gesellschaft in Hamburg, Bd. XXIX, 2010* (Sonderdruck). Hamburg, 2010.
- Benary**, Peter. *Leise – aber deutlich*. Aarau, 1994.
- _____ *Musik und Zahl – Von 1 bis 12. Eine musikalische Zahlenkunde*. Aarau, 2001.
- Benjafield**, John / Davis, Christine. „The Golden Section and the Structure of Connotation.“ *The Journal of Aesthetics and Art Criticism*, 36, 4 (1978), 423-427.
- Bentley**, Peter J. *Das Buch der Zahlen – Das Geheimnis der Zahlen und wie sie die Welt veränderten* (2008). Darmstadt, 2011².
- Bergmann**, Gottfried. „Metamorphosen der Zahlengesetzmäßigkeit in den Organstellungen höherer Pflanzen.“ *Tycho de Brahe-Jahrbuch für Goetheanismus* (1989), 150-165.
- Bethmann**, Carsten. „Goldener Schnitt und Fibonacci-Zahlen in der Neuen Musik nach 1945.“ Szakdolgozat, Universität Hildesheim 1994.
- Beutelspacher**, Albrecht / Petri, Bernhard. *Der Goldene Schnitt*. Heidelberg/Berlin, 1996.

Beyer, Richard. „Harmonische Musik – Der Goldene Schnitt als Gliederungsprinzip in der Musik.“ *Das Musikinstrument*, 3 (1998), 128-131.

Bindel, Ernst. *Die geistigen Grundlagen der Zahlen*. Stuttgart, 1958.

Blossfeldt, Karl. *Urformen der Kunst* (1928). Dortmund, 1982.

Bochsler, Katharina / Wick, Hanna. *Die Mathematik der Pflanzen*. <http://www.srf.ch/sendungen/einstein/big-data-das-grosse-vermessen/die-mathematik-der-pflanzen>

Boulez, Pierre. „Musikalische Technik.“ *Musikdenken heute 1 – Darmstädter Beiträge zur Neuen Musik V*. Mainz, 1963.

Braunfels, Sigrid / Hiller, Friedrich / Jürgens, Hans W. / Müller, Hans Wolfgang / Pieske, Christa / Röhm, Ernst / Ruelius, Hans / Schinz, Alfried / Unschuld, Ulrike. *Der »vermessene« Mensch – Anthropometrie in Kunst und Wissenschaft*. München, 1973.

Burghardt, Benedikt. *Die Obertonreihe – Eine Betrachtung harmonikaler Phänomene*. Stuttgart, 2013.

Burkard, Rainer E. / Maas, Wolfgang / Weibel, Peter (kiad.). *Zur Kunst des formalen Denkens*. Wien, 2000.

Bühler, Walther. *Das Pentagramm und der Goldene Schnitt als Schöpfungsprinzip*. Stuttgart, 1996.

Condat, Jean-Bernard (kiad.). *Nombre d'Or et Musique – Goldener Schnitt und Musik – Golden Section and Music*. Frankfurt a. M., 1988.

Cook, Theodore Andrea. *The Curves of Life* (1914). New York, 1979.

Corbalán, Fernando. *Der Goldene Schnitt – Die mathematische Sprache der Schönheit* (2010). Kerkdried/NL, 2016.

Cramer, Friedrich. *Chaos und Ordnung – Die komplexe Struktur des Lebendigen*. Frankfurt a. M., 1993.

Crevel, Marcus von. *Jacobus Obrecht - Missae VII. Maria zart*. The Hague, 1964.

Cruz, Jennifer. „The Aesthetic Relevance of the Golden Section in The Well-Tempered Clavier by J. S. Bach: The Relationship between Form, Temporal Flow, and Proportional Balance.“ Dissz. University of Cincinnati 2007.

De la Motte, Dieter. *Musik Formen*. Augsburg, 1999.

Deutsch, Andreas (kiad.). *Muster des Lebendigen – Faszination ihrer Entstehung und Simulation*. Braunschweig/Wiesbaden, 1994.

Doczi, György. *Die Kraft der Grenzen – Harmonische Proportionen in Natur, Kunst und Architektur* (1981). Stuttgart, 2005⁶.

Dorfman, Allen A. „A Theory of Form and Proportion in Music.“ Dissz. University of California 1986.

- Douady**, Stéphane / Couder, Yves. *Phyllotaxis as a Physical Self-Organized Growth Process* (1991/92). <http://cognitn.psych.indiana.edu/rgoldsto/complex/Douady%20&%20Couder.pdf>
- Duddington**, Charles Lionel. *Baupläne der Pflanzen*. Frankfurt a. M., 1972.
- Duparcq**, Jean-Jaques. „Essai d’analyse formelle et numérique du choral BWV 680 ‘Wir glauben all an einen Gott’ de Jean-Sébastien Bach.“ *Nombre d’or et musique*, kiad. J.-B. Condat. Frankfurt a. M., 1988, 69-98.
- Edwards**, Lawrence. *Geometrie des Lebendigen – Vom Erleben gestaltbildender Naturkräfte* (1982). Stuttgart, 1986.
- Ehrhardt**, Alfred. *Geprägte Form – Über die Architektur der Schneckengehäuse aus allen Meeren der Welt*. München, 1968.
- Erpf**, Hermann. *Form und Struktur in der Musik*. Mainz, 1967.
- Fauvel**, John / Flood, Raymond / Wilson, Robin (kiad.). *Music and Mathematics – From Pythagoras to Fractals*. New York, 2003.
- Galilei**, Galileo. *Il Saggiatore* (1623) Edizione Nazionale, Bd. 6. Florenz, 1896.
- Gallagher**, Shaun. „Kognitionswissenschaften – Leiblichkeit und Embodiment“. *Leiblichkeit*, Emmanuel Alloa / Thomas Bedorf / Christian Grüny / Tobias N. Klass (kiad.). Tübingen, 2012, 320-333.
- Genz**, Henning. *Symmetrie – Bauplan der Natur*. München, 1987.
- Ghyka**, Matila. *The Geometry of Art and Life* (1946). New York, 1977.
- _____ *El número de oro – I Los ritmos / II Los ritos* (1968). Barcelona, 1978³.
- Goethe**, Johann Wolfgang von. „Über die Spiraltendenz der Vegetation (1831).“ *Sämtliche Werke, Schriften zur Naturwissenschaft*, 43. kötet, 329-347.
- _____ *Schriften zur Morphologie* (1817). Berlin, 2014³.
- Grassl**, Markus / Kapp, Reinhard / Rathgeber, Eike (kiad.). *Österreichs Neue Musik nach 1945: Karl Schiske*. Wien, 2009.
- Grohmann**, Gerbert. *Die Pflanze – Ein Weg zum Verständnis ihres Wesens*, I / II. Stuttgart, 1981.
- Guletzky**, Irina. „The Mirror-Symmetry, the Fibonacci Series and the Golden Section in the Renaissance Mass Composition.“ *Symmetrie: Culture and Science*, 9, 2-4 (1998), 231-247.
- Haase**, Rudolf. *Johannes Keplers Weltharmonik – Der Mensch im Geflecht von Musik, Mathematik und Astronomie*. Ahlerstedt, 1989, München, 1998.
- _____ *Paul Hindemiths harmonikale Quellen – Sein Briefwechsel mit Hans Kayser*. Wien, 1973.
- _____ „Der mißverstandene Goldene Schnitt.“ *Aufsätze zur harmonikalen Naturphilosophie*. Graz, 1974, 127-136.

Der meßbare Einklang – Grundzüge einer empirischen Weltharmonik. Stuttgart, 1976.

Hagemann, Wolfgang. *Die Baupläne der Pflanzen – Eine vergleichende Darstellung ihrer Konstruktion.* Heidelberg, 1982.

Hagenmaier, Otto. *Der Goldene Schnitt – Ein Harmoniegesetz und seine Anwendung.* München, 1984.

Hammel Garland, Trudi. *Fascinating Fibonacci.* Lebanon/Indianapolis, 1987.

Hargittai, István u. Magdolna. *Symmetrie – Eine neue Art, die Welt zu sehen.* Reinbek/Hamburg, 1998.

Hartmann, Hans / Mislin, Hans. *Die Spirale – im menschlichen Leben und in der Natur, eine interdisziplinäre Schau.* Basel, 1985.

Hartmann, Otto Julius. *Dynamische Morphologie.* Frankfurt a. M., 1959.

Hausmann, Axel. *Der Goldene Schnitt – Göttliche Proportionen und Noble Zahlen.* Aachen, 2002.

Haylock, Derek W. „The Golden Section and Beethoven’s fifth.“ *Mathematics Teaching*, 84 (1978), 56f.

Heesch, Florian. „Die Konsonanz des Goldenen Schnitts – Zahlenordnungen in Kompositionen Sofia Gubaidulinas.“ *MusikTexte*, 93 (2002), 35-41.

Heisenberg, Werner. *Schritte über Grenzen.* München, 1971/1984.

Heitzer, Johanna. *Spiralen – ein Kapitel phänomenologischer Mathematik.* Leipzig, 1998.

Hemenway, Priya. *Der geheime Code – Die rätselhafte Formel, die Kunst, Natur und Wissenschaft bestimmt.* Köln, 2008.

Henck, Herbert. „Karlheinz Stockhausens Klavierstück IX - Eine analytische Betrachtung.“ *Musik und Zahl - Interdisziplinäre Beiträge zum Grenzbereich zwischen Musik und Mathematik*, kiad. Günter Schnitzler. Bonn - Bad Godesberg, 1976, 171-200.

Hermann, Joachim. *dtv-Atlas zur Astronomie.* München, 1973.

Herrmann, Dieter B. *Die Harmonie des Universums – Von der rätselhaften Schönheit der Naturgesetze.* Stuttgart, 2017.

Heße, Sascha. *Ton und Zahl – Musiktheoretische Studien.* Leipzig, 2013.

Heusser, Peter / Weinzirl, Johannes. *Rudolf Steiner – Seine Bedeutung für Wissenschaft und Leben heute.* Stuttgart, 2014.

Hindemith, Paul. *Unterweisung im Tonsatz.* Mainz, 1937/1939/1970.

Hofmann, Wolfgang. *Goldener Schnitt und Komposition.* Wilhelmshaven, 1973.

Holzer, Andreas. *Zur Kategorie der Form in neuer Musik.* Musikkontext Band 5. Wien, 2011.

Howat, Roy. „Debussy, Ravel and Bartók: Towards some new concepts of Form.“ *Music & Letters*, 58, 3 (1977), 285-293.

_____ *Debussy in Proportion – A musical analysis*. Cambridge, 1983.

_____ „Bartók, Lendvai and the Principles of Proportional Analysis.“ *Music Analysis*, 2, 1 (1983), 69-95.

_____ „Architecture as drama in late Schubert.“ *Schubert Studies*, ed. B. Newbould. London, 1998, 168-192.

Hunkemöller, Jürgen. *Béla Bartók – Musik für Saiteninstrumente*. München, 1982.

Huntley, H. E. *The Divine Proportion – A Study in Matematical Beauty*. New York, 1970.

Husemann, Armin. *Der musikalische Bau des Menschen – Entwurf einer plastisch-musikalischen Menschenkunde*. Stuttgart, 1982/1989.

Jahn, Henny. *Weltformel Lambda*. Darmstadt, 2009.

Jakob, Robert / Klein, Markus. *Fliegende Juwelen I und II – Ein Mineralien-Insektarium*. Deiningen, 2010/2015.

Jalas, Jussi. „Sibelius’s symphonies and the golden section.“ *Nombre d’Or et Musique*, kiad. J.-B. Condat. Frankfurt a. M., 1988, 117-120.

Jensen, Jesper Jørgen. „Commentary on the Proportional Notation of ‘Canon’ and Preface.“ *Per Nørgård – Canon for Organ*. København, 1970-72.

Kaphammel, Günther. *Der Goldene Schnitt – Harmonische Proportionen*. Braunschweig, 2000.

Kárpáti, János. „Axis Tonality and Golden Section Theory Reconsidered.“ *Studia Musicologica Academiae Scientiarum Hungaricae*, 47, 3/4 (2006), 417-426.

Kayser, Hans. *Akroasis – Die Lehre von der Harmonik der Welt*. Basel/Stuttgart, 1984⁴.

_____ *Harmonia Plantarum*. Basel, 1943.

Keil, Werner. „Gibt es den Goldenen Schnitt in der Musik des 15. Bis 19. Jahrhunderts? – Eine kritische Untersuchung rezenter Forschungen.“ *Augsburger Jahrbuch für Musikwissenschaft*, 8 (1991), 7-70.

Kempf, Devorin. *Symmetrie und Variation als kompositorische Prinzipien – Interdisziplinäre Aspekte*. Dissz. FU-Berlin 2008.

Kepler, Johannes. *Harmonices mundi Libri V*. Linz, 1619.

Kirk, Kenneth P. „The Golden Ratio in Chopin’s Preludes, Opus 28.“ Dissz. University of Cincinnati 1987.

Kokkonen, Joonas. „Les sonates pour piano de Mozart et la Section d’Or.“ *Nombre d’Or et Musique*, kiad. J.-B. Condat. Frankfurt a. M., 1988, 111-116.

Kolk, Dieter. *Zahl und Qualität – Abhandlungen zur Harmonik Hans Kayzers*. Bern, 1995.

- Kramer**, Jonathan. „The Fibonacci Series in Twentieth-Century Music.“ *Journal of Music Theory*, 17, 1 (1973), 110-148.
- Kranich**, Ernst Michael. *Die Formensprache der Pflanze – Grundlinien einer kosmologischen Botanik*. Stuttgart, 1979.
- _____ *Wesensbilder der Tiere – Einführung in die goetheanistische Zoologie*. Stuttgart, 1995.
- Kurz**, Michael. *Sofia Gubaidulina – Eine Biografie*. Stuttgart, 2001.
- Kühn**, Clemens. *Formenlehre der Musik*. Kassel/München, 1987.
- _____ *Kompositionsgeschichte in kommentierten Beispielen*. Kassel, 1998.
- Küppers**, Bernd-Olaf (kiad.). *Ordnung aus dem Chaos – Prinzipien der Selbstorganisation und Evolution des Lebens*. München, 1987/1991³.
- Larson**, Paul. „The Golden Section in the earliest notated Western Music.“ *The Fibonacci Quarterly*, 16, 6 (1978), 513ff.
- Laurenza**, Domenico. *Leonardo – Anatomie*. Stuttgart, 2009.
- Leibowitz**, René. „Béla Bartók oder Die Möglichkeit des Kompromisses in der zeitgenössischen Musik (1947).“ *Béla Bartók – Musik-Konzepte* 22, kiad. Heinz-Klaus Metzger und Rainer Riehn. München, 1981, 30-33.
- Leichtentritt**, Hugo. *Musikalische Formenlehre* (1911). Wiesbaden, 1971⁸.
- Lemacher**, Heinrich / Schroeder, Hermann. *Formenlehre der Musik*. Köln, 1962.
- Lendvai**, Ernő. „Einführung in die Formen- und Harmoniewelt Bartóks“ (1953). *Béla Bartók – Weg und Werk*, kiad. Bence Szabolcsi. München, 1972, 105-149.
- _____ *Bartóks dichterische Welt* (1971). Budapest, 2001.
- _____ *The Workshop of Bartók and Kodály*. Budapest, 1983.
- _____ „Remarks on Roy Howat’s ‘Principles of Proportional Analysis’.“ *Music Analysis*, 3, 3 (1984), 255-264.
- _____ „Debussy, Bartók et les formes de la nature.“ *Nombre d’Or et Musique*, kiad. J.-B. Condat. Frankfurt a. M., 1988, 125-138.
- _____ *Symmetrien in der Musik – Einführung in die musikalische Semantik*. Kecskemét/Wien, 1993/1995.
- Levarie**, Siegmund / Levy, Ernst. *Musical Morphology – A Discourse and a Dictionary*. Kent, Ohio, 1983.
- Livio**, Mario. *The Golden Ratio – The Story of Phi, the Extraordinary Number of Nature, Art and Beauty*. London, 2002.
- _____ *Ist Gott ein Mathematiker? – Warum das Buch der Natur in der Sprache der Mathematik geschrieben ist* (2009). München, 2010.

- Locher-Ernst**, Louis. *Mathematik als Vorschule zur Geist-Erkenntnis*. Dornach, 1973².
- Madden**, Charles. *Fractals in Music – Introductory Mathematics für Musical Analysis*. Salt Lake City, 1999/2007.
- _____. *Fib and Phi in Music – The Golden Proportion in Musical Form*. Salt Lake City, 2005.
- Mandelbrod**, Benoit. *Die Fraktale Geometrie der Natur* (1983). Basel, 1987.
- Markowsky**, George. „Misconceptions about the Golden Ratio.“ *The College Mathematics Journal*, 23, 1 (1992), 2-19.
- Maur**, Karin von (kiad.). *Magie der Zahl in der Kunst des 20. Jahrhunderts*. Stuttgart, 1997.
- Mees**, Leendert F. C. *Das menschliche Skelett – Form und Metamorphose*. Stuttgart, 1981.
- Mersmann**, Hans. *Freiheit und Bindung – Musikalische Zeitfragen VIII*. Kassel, 1960.
- Messiaen**, Olivier. „Vortrag in Brüssel.“ *Olivier Messiaen – Musik-Konzepte* 28, kiad. Heinz-Klaus Metzger und Rainer Riehn. München, 1982, 3-6.
- Meyer**, Felix (kiad.). *Sammlung Sofia Gubaidulina – Musikmanuskripte*, Inventare der Paul Sacher Stiftung 21. Mainz, 2001.
- Milne**, Jennifer Denise. „The Rhythm of Form: Compositional Process in the Music of Sofia Gubaidulina.“ Dissz. University of Washington 2007.
- Möller**, Hartmut. „Goldener Schnitt.“ *Musik in Geschichte und Gegenwart*, Sachteil 3 (1995²), 1493-1503.
- Nagy**, Dénes. „Dynamische Symmetrie (Goldener Schnitt) als Organisationsprinzip in Raum und Zeit.“ *Polyaisthesis*, 4 (1989), 88-102.
- _____. „Golden Section(ism): From Mathematics to the Theory of Art and Musicology“, *Symmetrie: Culture and Science*, 7, 4 (1996), 337-448; 8, 1 (1997), 74-112.
- Neumeyer**, David. „Tonal, Formal, and Proportional Design in Hindemith’s Music.“ *Music Theory Spectrum*, 9 (1987), 93-116.
- Neuwirth**, Gösta. „Symbol und Form.“ *Johann Joseph Fux – Te Deum*. Graz (1979), X-XV.
- _____. „Erzählung von Zahlen.“ *Josquin des Prés – Musik-Konzepte* 26/27, kiad. Heinz-Klaus Metzger und Rainer Riehn. München, 1982, 4-38.
- Norden**, Hugo. „Proportions in Music.“ *The Fibonacci Quarterly*, 2 (1964), 219-222.
- _____. „Per Nørgårds ‘Canon‘.“ *The Fibonacci Quarterly*, 14, 2, (1976), 126-128.
- Nørgård**, Per. *INDE I EN SYMFONI*. kézirat, kiad. W. Hansen, 1974, 19ff.
- Okonşar**, Mehmet. *Overview of Pitch and Time Organization in Stockhausen’s Klavierstück Nr. 9*. <http://www.okonsar.com/Documents/Analysis-Stockhausen.pdf>
- Pachlatko**, Felix. *Das Orgelbüchlein von Johann Sebastian Bach – Strukturen und innere Ordnung* (2014). Marburg, 2017.

- Pascoe**, Clive B. „Golden Proportion in Musical Design.“ Dissz. University of Cincinnati 1973.
- Perry-Camp**, Elinor J. „Temporal proportion: a study of sonata forms in the piano sonatas of Mozart.“ Dissz. Florida State University 1968.
- Pfeifer**, Franz Xaver. *Der Goldene Schnitt und dessen Erscheinungsformen in Mathematik, Natur und Kunst* (1885). Vaduz, 2014.
- Pichler**, Franz (kiad.). *Der Harmoniegedanke Gestern und Heute – Peuerbach Symposium 2002*. Linz, 2003.
- Platon**. *Timaios*. Sämtliche Werke 5. Hamburg, 1959, 142-213.
- Podirsky**, Klaus. *Fremdkörper Erde – Goldener Schnitt und Fibonacci-Folge und die Strukturbildung im Sonnensystem*. Frankfurt a. M., 2004.
- Powell**, Newman W. „Fibonacci and the Golden Mean: Rabbits, Rumbas, and Rondeaux.“ *Journal of Music Theory*, 23, 2 (1979), 227-273.
- Power**, Tushaar. „J. S. Bach and the Divine Proportion.“ Dissz. Duke University 2001.
- Prusinkiewicz**, Przemlaw / Lindenmayer, Aristid. *The Algorithmic Beauty of Plants*. New York, 1990.
- Putz**, John. „The Golden Section and the Piano Sonatas of Mozart.“ *Mathematics Magazine*, 68, 4 (1995), 275-282.
- Rasmussen**, Karl Age. „Ein Spiegel in einem Spiegel – Per Nørgårds Entdeckungsreise der Ohren.“ *MusikTexte*, 50 (1993), 28-30.
- Ratz**, Erwin. *Einführung in die musikalische Formenlehre*. Wien, 1968/1973.
- Reis**, Helmut. *Der Goldene Schnitt und seine Bedeutung für die Harmonik*. Bonn, 1990.
- Restagno**, Enzo / Brauneiss, Leopold / Kareda, Saale / Pärt, Arvo. *Arvo Pärt im Gespräch*. Wien, 2010.
- Riehm**, Peter-Michael. „Vom Logos der Musik.“ *Peter-Michael Riehm – Vorträge zur Musik*, kiad. Torsten Brandes / Benedikt Burghardt. Stuttgart, 2014, 9-41.
- Riemann**, Hugo. *Musiklexikon – Sachteil*. Mainz, 1967.
- Rogers**, Michael R. „The Golden Section in musical time: Speculations on Temporal Proportion.“ Dissz. University of Iowa 1977.
- Roschitz**, Karlheinz. *Karl Schiske*. Wien, 1970.
- Roßlenbroich**, Bernd. *Die rhythmische Organisation des Menschen – Aus der chronobiologischen Forschung*. Stuttgart, 1994.
- Rothwell**, James A. „The Phi Factor – Mathematical Proportions in Musical Forms.“ Dissz. University of Missouri 1977.

Ryschawy, Hans / Stoll, Rolf W. „Die Bedeutung der Zahl in Dufays Kompositionsart: Nuper rosarum flores.“ *Guillaume Dufay – Musik-Konzepte 60*, kiad. Heinz-Klaus Metzger und Rainer Riehn. München, 1988, 3-73.

Saby, Pierre. „Organisation formelle dans ‘Nuits’ de Iannis Xenakis: Traces du Modulor?“ *Nombre d’Or et Musique*, kiad. J.-B. Condat. Frankfurt a. M., 1988, 139-145.

Sandresky, Margaret V. „The golden section in three Byzantine motets of Dufay.“ *Journal of Music Theory*, 25 (1981), 291-306.

Sautoy, Marcus du. *Das Geheimnis der Symmetrie – Mathematiker entschlüsseln ein Rätsel der Natur*. München, 2008.

Schad, Wolfgang (kiad.). *Goetheanistische Naturwissenschaft, Bd. 3. Zoologie*. Stuttgart, 1983.

Schad, Wolfgang / Schweppenhäuser, Ekkehard. *Blütenspaziergänge – Übungen im Naturbetrachten*. Dornach, 1975, Frankfurt a. M., 1986.

Schamann, Frank. *Phyllotaxis – Die mathematische Beschreibung und Modellierung von Blattstellungsmustern*. Würzburg, 2014.

Schmidt, Thomas Michael. *Musik und Kosmos als Schöpfungswunder – Von der mathematischen Harmonie der Töne und Planetenbewegungen*. Frankfurt a. M., 1974.

_____ *Zeitstrukturen im Planetensystem*. Leipzig, 1996.

_____ *Die Zahlensymbolik der menschlichen Gestalt*. Frankfurt a. M., 2008.

Schmitz, Hermann. *Kurze Einführung in die Neue Phänomenologie*. Freiburg i. B., 2004.

Schneider, Norbert Jürgen. *Die Kunst des Teilens – Zeit, Rhythmus und Zahl*. München, 1991.

Schnitzler, Günter (kiad.). *Musik und Zahl – Interdisziplinäre Beiträge zum Grenzbereich zwischen Musik und Mathematik*. Bonn - Bad Godesberg, 1976.

Schönberg, Arnold. *Stil und Gedanke. Aufsätze zur Musik (1950/1976)*. Frankfurt a. M., 1992.

Schubert, Giselher. *Paul Hindemith*. Reinbek/Hamburg, 1981.

Schultz, Corinna. *Der Mensch als Maß der Dinge – von Vitruv bis Le Corbusier*. München, 2007.

Schultz, Joachim. „Die Blattstellungen im Pflanzenreich als Ausdruck kosmischer Gesetzmäßigkeiten.“ *Goethe in unserer Zeit – Rudolf Steiners Goetheanismus als Forschungsmethode*, kiad. Guenther Wachsmuth. Dornach/Basel, 1949.

_____ *Pflanzen, Planeten, Goldener Schnitt – Drei Aufsätze*. Darmstadt, 1968.

_____ *Rhythmen der Sterne – Erscheinungen und Bewegungen von Sonne, Mond und Planeten*. Dornach, 1963.

Schwenk, Theodor. *Das sensible Chaos – Strömendes Formenschaffen in Wasser und Luft*. Stuttgart, 1962.

Seel, Martin. *Eine Ästhetik der Natur*. Frankfurt a. M., 1996.

Sheldrake, Rupert. *Das Gedächtnis der Natur – Das Geheimnis der Entstehung der Formen in der Natur* (1988). Bern/München/Wien, 1992³.

Sieberth, Wolfgang. *Verkannte Bedeutungen des Goldenen Schnitts* (kézirat), Wien 1975.

Solomon, Larry. *Symmetry as a Compositional Determinant* (1973/2002). <http://solomonsmusic.net/diss7.htm>

Somfai, László. *Bartók's Workshop – Sketches, Manuscripts, Versions: The Compositional Process*. Budapest, 1987.

_____ „Einfall, Konzept, Komposition und Revision bei Béla Bartók“, Danuser, Hermann / Katzenberger, Günter (kiad.), *Vom Einfall zum Kunstwerk – Der Kompositionsprozess in der Musik des 20. Jahrhunderts*. Laaber, 1993, 187-218.

_____ *Béla Bartók - Composition, Concepts, and Autograph Sources*. Berkeley, 1996.

Soussidko, Irina. „Mikrotektonik und Goldener Schnitt – Debussys 24 Préludes für Klavier.“ *Musik & Ästhetik*, 6, 24 (2002), 5-19.

Stewart, Ian. *Die Macht der Symmetrie – Warum Schönheit Wahrheit ist*. Heidelberg/Berlin, 2008.

_____ *Die Zahlen der Natur – Mathematik als Fenster zur Welt*. Heidelberg/Berlin, 1998/2001.

Stewart, Ian / Golubitsky, Martin. *Denkt Gott symmetrisch? – Das Ebenmaß in Mathematik und Natur*. Basel, 1993.

Stockhausen, Karlheinz. „...wie die Zeit vergeht... (1956).“ *Die Reihe*, 3 (1957), 13-42.

_____ *Texte zur Musik 1952-1962*, Bd. 2. Köln, 1964.

Stockmeier, Wolfgang. *Musikalische Formprinzipien – Formenlehre*. Köln, 1967.

Stößel, Rudolf. *Wege zur Harmonik*. Bern, 1987.

Suchantke, Andreas. *Metamorphosen im Insektenreich*. Stuttgart, 1965.

_____ *Metamorphose – Kunstgriff der Evolution*. Stuttgart, 2002.

Sul, Sookyung. „Symmetries and Asymmetries in Sofia Gubaidulina's *Quasi Hoquetus*.“ Diss. University of Pittsburgh 2015.

Szabolci, Bence (kiad.). *Béla Bartók – Weg und Werk*. Kassel, 1972.

Tadday, Ulrich (kiad.). *Wilhelm Killmayer – Musik-Konzepte 144/145*. München, 2009.

Tarassow, Lew. *Symmetrie, Symmetrie! – Strukturprinzipien in Natur und Technik* (1982). Heidelberg, 1993.

Tatlow, Ruth. „The Use and Abuse of Fibonacci Numbers and the Golden Section in Musicology Today.“ *Understanding Bach 1* (2006), 69-85.

Thompson, D'Arcy. *Über Wachstum und Form* (1917). Basel, 1973.

Thomsen, Leif. *Unendlicher Empfang – Per Nørgård und seine Musik*. Copenhagen, 2000.

- Trowell**, Brian. „Proportion in the Music of Dunstable.“ *Proceedings of the Royal Musical Association*, 105, 1 (1978), 100-141.
- Tusa**, Erzsébet. „Bartók und die Naturformen. Der Goldene Schnitt.“ *Polyaisthesis*, 4 (1989), 78-87.
- Ujfalussy**, József. *Béla Bartók*. Budapest, 1965/1973.
- Vajda**, Steven. *Fibonacci and Lucas Numbers, and the Golden Section. – Theory and Applications*. Mineola, New York, 1989/2008.
- Van der Schoot**, Albert. *Die Geschichte des Goldenen Schnitts – Aufstieg und Fall der göttlichen Proportion*. Stuttgart, 2005.
- Vorob'ev**, Nikolai Nikolaevich. *Fibonacci Numbers*. Mineola, New York, 1961/2011.
- Walser**, Hans. *Der Goldene Schnitt*. Leipzig, 1993, 2009⁵.
- Warm**, Hartmut. *Die Signatur der Sphären – Von der Ordnung im Sonnensystem*. Hamburg, 2001/2004.
- Webern**, Anton. *Der Weg zur Neuen Musik / Der Weg zur Komposition in 12 Tönen*. 2 x 8 előadás, 1932/33. Wien, 1960.
- Webster**, Douglas. „Golden-Mean Form in Music.“ *Music and Letters*, 31 (1950), 238-249.
- Weizsäcker**, Carl Friedrich von. *Die Geschichte der Natur*. Göttingen, 1948.
- Weizsäcker**, Viktor von. *Gestalt und Zeit* (1942). Göttingen, 1960.
- Weyl**, Hermann. *Symmetrie*. Basel, 1955.
- Wilbers**, Jan. *Musikalische Rhetorik in Bachs Matthäuspassion* (2006). <https://de.scribd.com/document/217209209/Pasion-San-Mateo-Analysen-No-1-11-12-S-167-187>
- Wilson**, Frank R. *Die Hand – Geniestreich der Evolution. Ihr Einfluß auf Gehirn, Sprache und Kultur des Menschen* (1998). Reinbek/Hamburg, 2002.
- Winterberg**, Constantin (kiad.). *Frau Luca Pacioli – Divina Proportione* (1509). Wien, 1889, Innsbruck, 2004.
- Wiora**, Walter (kiad.). *Die Natur der Musik als Problem der Wissenschaft – Musikalische Zeitfragen X*. Kassel/Basel, 1962.
- Wünsch**, Christoph. *Satztechniken im 20. Jahrhundert*. Kassel, 2009.
- Würtenberger**, Franzsepp. *Die Architektur der Lebewesen*. Karlsruhe, 1989.
- Zee**, Anthony. *Magische Symmetrie – Die Ästhetik der modernen Physik*. Frankfurt a. M., 1993.
- Zeising**, Adolf. *Neue Lehre von den Proportionen des menschlichen Körpers*. Leipzig, 1854.
 _____ *Die Verhältnisse der Menschengestalt und der Blattstellung in ihrer Gleichheit und Verschiedenheit*. Leipzig, 1855.
- Zenowa**, Valeria. *Zahlenmystik in der Musik von Sofia Gubaidulina* (1999). Hamburg, 2001.

A 2.1 fejezetben (16.-46. o.) lévő, ábrákat kiegészítő információk a következő online adatbankokból származnak:

<http://www.biologie-schule.de/botanik.php>

<http://www.baumkunde.de/glossar.php>

<https://www.baumportal.de/>

<http://blumenlexikon.melaxis.com/>

<http://www.pflanzen-portal.com/pflanzen-lexikon.php>

<http://www.pflanzen-lexikon.com/Wissenschaftlich/A.html>

<http://www.biologie-schule.de/zoologie.php>

<http://www.focusnatura.at/>

<http://www.fischlexikon.eu/index.php>

<https://online-tierlexikon.de/>

<http://www.tierlexikon.ch/>

<http://www.tier.fotos.eu>

<http://www.zootierliste.de>

Ábrák és kottapéldák jegyzéke

Ábrák

- 1, 2: B. Burghardt
- 3: M. Ghyka. *The Geometry of Art and Life*, 11
- 4-14: B. Burghardt
- 15: <http://www.robaweb.de/gdm/inhalt/GlossarBegriffe/GoldenerSchnitt.html>
- 16-18: B. Burghardt
- 19: https://www.flickr.com/photos/yj_park/
- 20: <https://www.pinterest.de/pin/293508100698004508/>
- 21: http://www.baumkunde.de/Quercus_alba/Blatt/
- 22: <https://www.baumportal.de/papier-maulbeere>
- 23: <https://www.baumportal.de/baumbestimmung/ulmen-blaetter>
- 24: B. Burghardt
- 25: <http://view.stern.de/de/rubriken/tiere/silberreiher-reiher-flug-silberreiher-standard-2399546.html?r=2&k=843706>
- 26: B. Burghardt
- 27: <https://www.baumportal.de/felsen-ahorn>
- 28: <http://www.focusnatura.at/grabwespen-sphecidae/>
- 29: <https://www.demuseumwinkel.com/Heteropteryx-dilatata->
- 30: B. Burghardt
- 31: <http://www.geo.de/geolino/tierlexikon/1725-rtkl-tierlexikon-libelle>
- 32: <http://www.insectendesign.com/opgezette-ingekaderde-insecten/>
- 33: B. Burghardt
- 34: <http://www.ebay.de/itm/seltene-ABERRATION-eines-Weibc-ARGEMA-MITTREI-ex-Madagascar-n161-/122015194772?hash=item1c68ac1e94:g:ldwAAOSw7NNT8yVn>
- 35: http://www.fischlexikon.eu/fischlexikon/salzwasserfische.php?fisch_id=0000000743
- 36: <http://molokinicrater.com/portfolio-items/yellow-tang/>
- 37: https://species-id.net/o/media/5/54/Betula_pendula_Blatt-SRothbauer.png
- 38: <https://ru.dreamstime.com/стоковые-фото-тополь-листьев-осени-image5988853>
- 39: <http://www.rhone-web.ch/heimatkunst/rechsteiner/fotos-28.htm>
- 40-42: B. Burghardt

- 43: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Phobaeticus_chani_Bragg,_2008;_Holo_type_Female_dorsal_view.jpg
- 44-45: B. Burghardt
- 46: <https://www.fr.ricardo.ch/acheter/bricolage-et-jardin/plantes/plantes-de-jardin/prunkwinde/v/an897981632/>
- 47: https://www.flickr.com/photos/steven_wiseblood/14597770909/
- 48: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/df/Campanula_patula_W.jpg
- 49: <http://blog.allesroh.at/2012/02/14/exotengemuse/>
- 50: G. Grohmann. *Die Pflanze I*, 98
- 51: <https://geometriaorganica.files.wordpress.com/2014/12/adelfa.jpg>
- 52: <http://aquareefman.blogspot.de/2010/11/mini-stern.html>
- 53: http://www.camerabotanica.de/pflanzen/rosa/rosa_gal/content/c434_large.html
- 54: <https://www.stoibaer.de/gegen-genmanipulation.html>
- 55: <http://foto.mein-schoener-garten.de/Akeleibluete-neu-foto-user-torsten79-841651-original-12.html>
- 56: G. Grohmann. *Die Pflanze I*, 34
- 57: K. Blossfeld. *Urformen der Kunst*, 159
- 58: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/0/07/Starfish_07_%28paulshaffner%29.jpg
- 59: K. Blossfeld. Ebd., 149
- 60: K. Blossfeld. Ebd., 175
- 61: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/f/fb/Passiflora_%C3%97_belottii_2.jpg
- 62: <http://salamandrae.forestry.gov.cn/15446/15449/>
- 63: B. Burghardt
- 64: <http://www.rhein-angeln.de/grundel.htm>
- 65: B. Burghardt
- 66: http://www.natureswindow.dk/rmi20070619_179_1280x800.html
- 67, 68: B. Burghardt
- 69: <https://nombredorlabruyere.files.wordpress.com/2013/02/6.jpg>
- 70: A. Deutsch. *Muster des Lebendigen*, 56f
- 71: <http://www.bloggez.fr/danydan2008/rubrique-284-8.htm>
- 72: <http://www.camerabotanica.de/pflanzen/rosa/rosa.html>
- 73: <http://www.nmr-pics.nl/>
- 74: G. Doczi. *Die Kraft der Grenzen*, 73

- 75, 76: A. Erhardt. *Geprägte Form*, 27, 49
- 77, 78: G. Doczi. *Die Kraft der Grenzen*, 72
- 79: <http://reciclador2.blogspot.de/2012/11/sequencia-de-fibonacci.html>
- 80: <http://coisas-da-fonte.blogspot.de/2011/01/mais-numeros-estes-especiais.html>
- 81: http://www.zoo-rostock.de/de/tiere_park/unsere_tiere/tierwelten/darwineum/nautilus
- 82: <http://www.helix-pomatia.de/spiralen.html>
- 83: B. Burghardt
- 84: A. Hausmann. *Der Goldene Schnitt*, 161
- 85: H. E. Huntley. *The Divine Proportion*, 160
- 86-93: G. Bergmann. *Metamorphosen der Zahlengesetzmäßigkeit in den Organstellungen höherer Pflanzen*, 152f, 156, 163
- 94: <http://imgur.com/gallery/e03CG>
- 95: A. Beutelspacher / B. Petri. *Der Goldene Schnitt*, 127
- 96-99: A. v. d. Schoot. *Die Geschichte des Goldenen Schnitts*, 194f
- 100: W. Bühler. *Das Pentagramm und der Goldene Schnitt als Schöpfungsprinzip*, 186
- 101: A. Husemann. *Der musikalische Bau des Menschen*, 36
- 102-104: <https://yakult.de/aktiv-uebungen/>
- 105: <http://lifetiltstore.hu/reality-laura-csomag.html>
- 106: <http://www.fdmagazin.com/mobil.asp?islem=haberdetay&id=16765>
- 107: <https://alegsafiufericita.wordpress.com/#jp-carousel-1485>
- 108: <http://www.drnikko.com/face/otoplasty>
- 109: <https://www.pinterest.de/pin/455778424768303876/>
- 110, 111: L. F. C. Mees. *Das menschliche Skelett*, 45
- 112, 113: W. Bühler. uo. 181f
- 114: D. Laurenza. *Leonardo – Anatomie*, 62
- 115: http://wiki.astro.com/astrowiki/de/Thema_mundi
- 116: <http://www.paedagogik.net/wochenthemen/evolution/sonnensystemmodell.html>
- 117: <http://www.schulphysik.de/klima/landscheidt/sonne7.htm>
- 118, 119: W. Bühler. uo., 116, 123
- 120: H. Warm. *Die Signatur der Sphären*, 106
- 121-123: F. Cramer. *Chaos und Ordnung*, 204
- 124-137: B. Burghardt
- 138, 139: W. Hofmann. *Goldener Schnitt und Komposition*, 56f
- 140: B. Burghardt

- 141, 142: Per Nørgård – Canon – 1970-72 for Organ, Edition Wilhelm Hansen, WH 29251, No. 4267, København, Commentary on the Proportional Notation of ‘Canon’.
- 143: H. Henck. *Karlheinz Stockhausens Klavierstück IX - Eine analytische Betrachtung*, 175
- 144: B. Burghardt
- 145: B. Burghardt, S. Sul. *Symmetries and Asymmetries in Sofia Gubaidulina's Quasi Hoquetus*, 33 alapján

Kottapéldák

- 1, 2, 3, 4: Benedikt Burghardt
- 5, 16, 17, 18, 22, 24, 25, 37, 43, 45: István Borsy, Ernő Rossa, Pál Járdányi. *Tiszán innen, Dunán túl – 150 Magyar Népdal*. Budapest, 1953/1970, 91, 113, 92, 115, 146, 155, 143, 147, 154, 29.
- 6, 7, 8, 10, 11, 32, 39: Walter Wiora. *Europäischer Volksgesang*. Das Musikwerk, Nr. 4 Köln, 1952, 31, 25, 78, 33, 33, 84, 7.
- 9: Gotteslob, 1975, Nr. 606.
- 12, 34: Marius Schneider. *Aussereuropäische Folklore und Kunstmusik*. Das Musikwerk, Nr. 44. Köln, 1972, 72, 93.
- 13, 54: Attila Péczely. *Rózsa – 94 Magyar Népdal*. Budapest, 1953, 7, 96.
- 14, 48, 49, 51: György Deák Bárdos. *Muskátli – 97 Magyar Népdal*. Budapest, 1954, 80, 8, 101, 17.
- 15, 20, 23, 28, 38, 46: Lajos Kiss. *Rozmaring – 91 Magyar Népdal*. Budapest, 1952, 120, 107, 89, 7, 109, 13.
- 19: Jenő Ádám. *Tulipán – 95 Magyar Népdal*. Budapest, 1953, 65.
- 21, 27, 41, 42: Mihály Hajdu, Kálmán Halász. *Viola – 93 Magyar Népdal*. Budapest, 1953, 79, 108, 39, 72.
- 26, 29, 33: Imre und Sándor Csenki, Miklós Pásztai, Kamill Erdős. *Bazsarózsa – 99 Cigány Népdal*. Budapest, 1955, 32, 23, 103.
- 30, 31: Bernhard Binkowski, Albrecht Scheytt. *Unser Liederbuch – Musik um uns*. Stuttgart, 1982, 27, 209.
- 35, 36, 40, 53: Gottfried Wolters, Renate Krokisius. *ars musica – Singbuch*. Wolfenbüttel/Zürich, 1968, 193, 168, 73, 199.
- 50: Heinrich Möller. *Spanische, portugiesische, katalanische, baskische Volkslieder* Mainz, 1974, 62.

- 52: Bartók Béla. *Gyermeknek II.* Budapest, 1946, 7.
- 55: Johann Sebastian Bach. *Das Wohltemperierte Klavier – Teil I*, Henle Verlag, München, Urtext, 115, 116.
- 56: Miklós Forrai (kiad.). *Tausend Jahre Chormusik*. Budapest, 1943/1977, 28f.
- 57, 58, 59: Arvo Pärt. *Fratres für Streichorchester und Schlagzeug (1977/ 1991)*. Universal Edition, UE 17802, Wien/London, 2005, 1, 2, 6, 7.
- 60: Johann Sebastian Bach. *Die Kunst der Fuge* (zongora). Edition Peters 9480, 5.
- 61: Johann Sebastian Bach. *Kunst der Fuge BWV 1080*. Edition Eulenburg No. 1391, Mainz, 1986, 1-4.
- 62, 63: Paul Hindemith. *Ludus Tonalis*. Schott, Mainz, 1943, 13f.
- 64: Bartók Béla. *Musik für Saiteninstrumente, Schlagzeug und Celesta*. Universal Edition, UE 10.888 (Philharmonia Partituren No. 201), Wien/London, 1, 6, 10.
- 65, 66: Frédéric Chopin. *Preludes, Opus 28*. Norton & Company, New York/London, 1973, 11.
- 67-71: Wilhelm Killmayer. *Nachtgedanken – für Orchester (1973)*. Schott, Mainz, 1976, 9, 23, 33, 48, 52.
- 72: Béla Bartók. *Mikrokosmosz Vol. VI*. Boosey & Hawkes, London, 1940, 9-12.
- 73: W. A. Mozart. *Klaviersonaten Band II*. Henle Verlag, München, Urtext, 266-269.
- 74: Guillaume de Machaut. *Musikalische Werke. Erster Band – Balladen, Rondeaux und Virelais*. Breitkopf & Härtel, Wiesbaden, 1969, 58f.
- 75: Carina Baumann. *Wolfgang Hofmann Werkverzeichnis – Hofmanns Kompositionsstil und Kompositionssystem*. Wilhelmshaven, 1999, 10.
- 76-78: Wolfgang Hofmann. *Fünf Stücke für Streichorchester*. Heinrichshofen's Verlag, Wilhelmshaven, 1974, 2-6.
- 79: Karlheinz Roschitz. *Karl Schiske*. Wien, 1970, 42f.
- 80-84: Karl Schiske. *Divertimento für 10 Instrumente oder Kammerorchester*. Döblinger, Wien/München, 1963, 3, 7, 8, 28, 36.
- 85: Per Nørgård. *Canon – 1970-72 for Organ*. Edition Wilhelm Hansen, WH 29251, No. 4267, København. Metric Version, 6.
- 86: uo., Metric Version, 8; Proportional Version, 8.
- 87-89: Karlheinz Stockhausen. *Nr. 4 – Klavierstück IX (1954, 1961)*. Universal Edition, UE 13675e, Wien/London, 1, 6.
- 90-94: Sofia Gubaidulina. *Quasi Hoquetus*. Edition Sikorski 1845, Hamburg, 1991, 3, 5-7, 9, 21f.